

〔日〕 小井土正六 著

材料力学简介及例题

万国朝 胡荣静 译

国防工业出版社

材料力学简介及例题

〔日〕 小井土正六 著

万国朝 译
胡荣静

国防工业出版社

内 容 简 介

本书系根据日本1981年《材料力学演习》第十七版译出。全书共十二章。内容包括：应力与应变、梁的弯曲、静定梁的挠度、超静定梁、梁的各种解法、柱、轴的扭转、曲梁、压力容器、旋转体及接触应力、平板、超过弹性极限的变形。每章包括基本概念、定义、定理、计算公式、例题及解法、习题及答案。

本书可作高等院校材料力学课程教学参考用书，亦可供机械、土建、桥梁等专业方面的科技人员参考。

材料力学演习

小井土正六 著

学 社 1981年

材料力学简介及例题

〔日〕小井土正六 著

万国翹、胡荣静 译

国防工业出版社 出版、发行

（北京市车公庄西路老虎庙七号）

新华书店经营

国防工业出版社印刷厂印刷

787×1092 1/32 印张15 $\frac{1}{2}$ 343千字

1989年7月第一版 1989年7月第一次印刷 印数：0,001—3,780册

ISBN 7-118-00201-1/TB6 定价：7.85元

译 者 的 话

材料力学简介及例题是根据日本1981年《材料力学演习》第十七版翻译的。此书自1963年出版以来,经多次再版,一直作为工科院校学生学习材料力学这门课程的习题集。它包括了材料力学习题集中的例题及解题步骤、习题及答案。每章开始又重点介绍了本章的基本概念、定义、定理、理论计算公式及推导过程。此书中,无论是给出的公式还是例题,都是从实用角度出发,简单明了,因此是一本能够联系实际应用颇有价值的参考书。在翻译过程中,对书中出现的错误,一一做了纠正。

由于译者水平有限,肯定还会存在很多不足之处,希广大读者批评指正。

序 言

对于机械工程科技人员来说,最关切的问题,那就是运转中的机械受到什么样的力,并且,在此力的作用下,机械能否承受并发挥其卓越的功能。材料力学就是通过计算验证机械零件能否承受作用力的一门科学。为了掌握这门科学,并进一步加以利用,特别需要知识的积累,只有孜孜不倦地反复理解,别无捷径。为达此目的,利用学到的知识处理各种问题,而解题是不可缺少的方法,可以认为,本书就是帮助达此目地的一种手段。

另外,本书是作为“最新机械工程学题解”丛书中的一部而编写的。这套题解的编写目的是作为大学机械工程专业学习材料力学的学生练习用的,另外,对毕业后活跃在各个工作岗位上的科技人员也可以参考,因而,编写的宗旨如下:

1. 本书内容深浅程度大体以大学讲授的“材料力学”为标准,对材料力学中的基础问题及与其有关的应用问题,作为例题提出并作了解答,书中编入了具有领会各种力的一些练习题。

2. 由于本书的宗旨是将在校学习的学生和毕业后参加工作的科技人员同等看待,所以,与其说本书是教科书的说明,不如说它是立足于用解题的方法对材料力学各章节内容进行解释的一种尝试。

3. 力求避免简单地仅仅将数字代入到公式中解题的办法,立足于例题解答简单明了。

4. 对于实际计算有用, 但需要用特殊推算方法才能得出其结果的一些公式, 省略了推导过程的理论计算, 只给出了公式的使用方法。

5. 为了突出明确地表示材料力学中常用的一些重要公式, 公式的编号采用了 (1.2)、(1.3)……两位数字, 而象 (5)、(6)……这些用一位数字表示的公式, 是为文中计算需要而加的编号。

6. 尤其是对于从事实际工作的读者, 往往对一些特殊的问题需要详细了解, 因此, 在有关的部分标注了参考研究报告, 并在序言后面列出了有关部分的专门参考书 (译文省略)。

7. 利用拉普拉斯变换解梁的方法是极其简便的, 其它书籍中很少提及这种方法, 所以, 本书特为从事实际工作的读者作了介绍。

一般来说, 解题常常会产生思路上的差错, 本书在各章节举出的例题中, 恐怕错误在所难免, 敬请广大读者批评指正。

作者

目 录

第一章 应力与应变

1.1 简单应力与应变	1
1.2 超静定问题	13
1.3 热应力	18
1.4 自重产生的应力和伸长	24
1.5 离心力引起的应力	27
1.6 应变能及冲击应力	30
1.7 组合应力	35
1.8 主应力	38

第二章 梁的弯曲

2.1 梁	46
2.2 剪力和弯矩	48
2.3 截面二次矩	68
2.4 弯矩引起的应力	81
2.5 非对称弯曲	90
2.6 组合梁	94
2.7 受移动载荷作用的梁	101
2.8 等强度梁	107
2.9 梁的剪应力	109

第三章 静定梁的挠度

3.1 静定梁在弯矩作用下的斜率和挠度	119
3.2 变截面静定梁	133

3.3 剪力引起的挠度.....	140
------------------	-----

第四章 超静定梁

4.1 一端固定, 他端简支的梁.....	145
4.2 固定梁.....	155
4.3 连续梁.....	166
4.4 弹性基础上的梁.....	183

第五章 梁的各种解法

5.1 利用悬臂梁的结果解梁法.....	191
5.2 面积-力矩法	205
5.3 弯曲应变能法.....	213
5.4 拉普拉斯变换法.....	223
5.5 变截面梁的拉普拉斯变换法.....	251

第六章 柱

6.1 长柱压屈理论公式.....	275
6.2 柱的压屈实验公式.....	281
6.3 用能量法近似计算压屈载荷.....	285
6.4 柱在压缩载荷作用下的挠度微分方程.....	288
6.5 作用有横向载荷的柱.....	297
6.6 有横向载荷作用的柱利用拉普拉斯变换解法.....	307

第七章 轴的扭转

7.1 各种截面棒的扭转.....	320
7.2 扭转的超静定问题和锥形圆棒的扭转.....	326
7.3 扭转应变能和冲击扭转.....	331
7.4 动力传动轴.....	334
7.5 螺旋弹簧.....	339

第八章 曲梁

8.1 曲梁的应力	356
8.2 曲梁截面系数 k 的计算	359
8.3 曲梁的挠度	364
8.4 具有圆形轴曲梁的挠度	388

第九章 压力容器

9.1 承受内压力的薄壳	394
9.2 厚壁球、厚壁圆筒	404
9.3 组合圆筒	412
9.4 圆筒的热应力	417
9.5 圆环、圆管及圆拱的压屈	422

第十章 旋转体及接触应力

10.1 旋转圆板	427
10.2 旋转圆筒	441
10.3 球及滚柱的接触压力	448

第十一章 平板

11.1 平板应力近似计算公式	455
11.2 平板的单纯弯曲	458
11.3 承受对称载荷作用的圆板	461
11.4 长方形板的弯曲	472

第十二章 超过弹性极限的变形

12.1 完全塑性体梁的弯曲	478
12.2 梁的极限强度 (梁的极限设计)	485

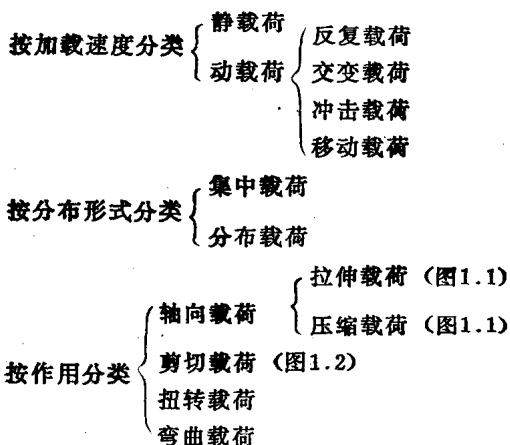
第一章 应力与应变

1.1 简单应力与应变

机械在发挥其功能时，如使电机转动、承受气体的压力或阻止下落的物体，都必须受到外力的作用。而且，在外力的作用下，机械零件会产生变形。当外力不大时，外力消失，零件的变形恢复到初始状态。机械用主要材料为金属，金属大都具有这种性质，这种性质称其为弹性。但是，如果外力过大，即使具有弹性的物质，当其外力消失时，其变形也不能恢复到原状，或产生弯曲，或引起伸长，这种性质称其为塑性。如果外力进一步加大，则会产生折断或切断。

由于机械零件在产生永久变形后大多都会失效，所以，机械通常都是在其材料的弹性范围内使用。但是，仅以外力的大小并不能断定零件是否处于弹性范围内。在拉伸同样材料的两根钢棒时，即使拉力相同，细的钢棒比粗的伸长量大，因而，如果加大拉力，则细钢棒首先超过弹性范围。因此，为了使相同的材料能够在相同的弹性范围内考虑问题，就是说，为了使相同的材料在任何外力作用下强度都能一样，则要考虑单位面积的外力。而且，按照在材料内部也产生与此同样抗力这种考虑方法，将此单位面积的力称为应力，而在弹性范围内的最大应力称作弹性极限。

在材料力学中，外力称其为载荷，载荷可按下述这样来分类：



实际问题中，这些载荷产生的应力一般极其复杂，为了使问题简单化，如图1.1所示，沿棒轴向单纯拉伸时的应力称作**拉应力**；单纯压缩时的应力称作**压应力**；如图1.2所示，作用载荷使剪切面产生滑动时，即剪切载荷作用时的应力称为**剪应力**。而且，在任何情况下，应力均可按这三种方式来表现。

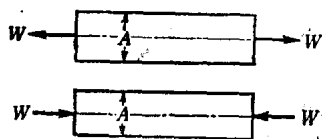


图 1.1

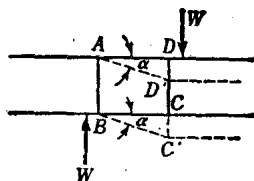


图 1.2

(a) 正应力与应变 拉应力或压应力称为**正应力**，若将正应力以 σ 表示，则

$$\sigma = W/A \quad (\text{kgf/cm}^2, \text{kgf/mm}^2) \quad (1.1)$$

式中 W ——拉伸或压缩载荷 (kgf)；

A ——棒的面积 (cm^2 或 mm^2)。

并且, 此时棒的变形, 长度越长, 变形越大, 为此, 我们取单位长度的伸长量或缩短量, 将其称为拉应变或压应变。如果取棒的总长为 l , 伸长或缩短的长度为 δl , 则应变 ε

$$\varepsilon = \delta l / l \quad (1.2)$$

(b) 剪应力与应变 剪应力若以 τ 表示, 则

$$\tau = W / A (\text{kgf/cm}^2, \text{kgf/mm}^2) \quad (1.3)$$

式中 W ——剪切载荷 (kgf);

A —— W 作用面的面积 (cm^2 或 mm^2) (图1.2中 AB 或 CD 的面积)。

剪应力产生的应变称其为剪应变。在 W 作用下, 图1.2中的 $ABCD$ 若变为 $ABC'D'$, 剪应变以 γ 表示, 则

$$\gamma = \tan \alpha = \frac{\overline{DD'}}{\overline{AD}} \approx \alpha \quad (1.4)$$

(c) 虎克定律和弹性模量 虎克定律系指在弹性范围内, 应力和应变成正比。组成这个定律的比例常数称为弹性模量。

弹性模量有纵向弹性模量和横向弹性模量之分。

纵向弹性模量(E) 指拉伸或压缩情况下的弹性模量:

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon} = \frac{Wl}{A\delta l} (\text{kgf/cm}^2, \text{kgf/mm}^2) \quad (1.5)$$

横向弹性模量(G) 指剪切情况下的弹性模量:

$$G = \frac{\tau}{\gamma} = \frac{W}{A} \cdot \frac{\overline{AD}}{\overline{DD'}} (\text{kgf/cm}^2, \text{kgf/mm}^2) \quad (1.6)$$

(d) 泊松比 如图1.1所示, 棒在受拉时, 加载方向上的长度伸长, 而垂直于加载方向的断面收缩; 棒在受压时,

与此相反。在这种垂直应力作用下，会产生垂直于此应力方向的应变。此应变 ε_1 与应力方向的应变 ε 之比称为泊松比。

泊松比以 μ 或 $\frac{1}{m}$ 表示。

$$\mu = \frac{1}{m} = \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon} \quad (1.7)$$

例如，图1.3所示的长度为 l ，直径为 D 的圆棒上，作用以 W 的拉力时，圆棒产生如图中虚线所示的变形，而且长度只伸长 δl ，直径缩为 D' ，因为 ε 、 ε_1 分别为

$$\varepsilon = \frac{\delta l}{l}, \quad \varepsilon_1 = \frac{D - D'}{D}$$

故，泊松比

$$\mu = \frac{D - D'}{D} \cdot \frac{l}{\delta l}$$

各种材料的 E 、 G 、 μ 值见表

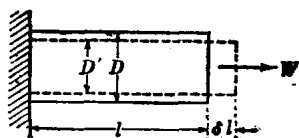


图 1.3

1.1。

表1.1 各种金属材料的弹性模量

材 料	E (kgf/mm ²)	G (kgf/mm ²)	μ
软钢	21000	8100	0.28~0.35
硬钢	21000	8100	0.28~0.35
铸钢	21500	8300	0.28~0.35
铸铁	10000	3800	0.2~0.29
青铜	11600	—	—
磷青铜	12200	4300	—
锡青铜	9500	4000	—
七三黄铜	9800	4200	—
四六黄铜	9300	4000	—
铝	7200	2700	0.34
硬铝	7000	2700	0.34

(e) 屈服点, 极限强度 若对软钢棒施加拉伸载荷, 一边加大载荷, 一边将应力 σ 和应变 ε 的关系描绘在曲线图上, 则如图1.4所示。O至A点是符合虎克定律的直线段, 超过A点, 应力的增加不如应变增加的快, 超过B点, 随着应力的减小应变增大, 超过C点, 随着应力的少许增加, 应变显著增大, 超过最大应力D点达到E点, 产生断裂。在压缩载荷或者扭转载荷作用下, 也会形成同样的曲线。

描绘这种曲线时, A、B、C、D、E各点的应力命名如下:

- A——弹性极限;
- B——上屈服点;
- C——下屈服点;
- D——极限强度 (σ_B, τ_B);
- E——断裂应力。

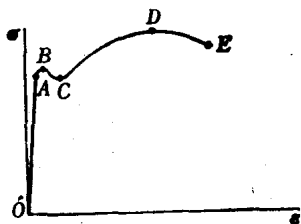


图 1.4

此外, 上屈服点随着加载速度的不同是变动的, 所以, 一般都是以下屈服点称为材料的屈服点。

极限强度, 拉伸时称为**抗拉强度**; 压缩时称为**抗压强度**; 扭转时称为**抗扭强度**。

材料达到屈服点称为**破损**; 切断后称为**断裂**。

(f) 容许应力 (σ_s, τ_s) 一般来说, 用于机械零件的材料, 可在弹性极限范围内使用, 但是, 如果应力增大到弹性极限那是危险的, 所以, 实际上, 材料都是在低于弹性极限的应力下使用。

材料实际可用的而且是安全的最大应力称为**容许应力**。钢铁材料常用的容许应力列于表1.2中。但是, 此表是大致的标准值, 在实际设计时, 所用的值不一定与表中列出的值

表1.2 钢铁的容许应力 (kgf/mm²)

应力和加载类型		软 钢	中等硬度钢	铸 钢	铸 铁
拉伸	I	9.0~15.0	12.0~18.0	6.0~12.0	3.0
	II	6.0~10.0	8.0~12.0	4.0~8.0	2.0
	III	3.0~5.0	4.0~6.0	2.0~4.0	1.0
压缩	I	9.0~15.0	12.0~18.0	9.0~15.0	9.0
	II	6.0~10.0	8.0~12.0	6.0~10.0	6.0
弯曲	I	9.0~15.0	12.0~18.0	7.5~12.0	—
	II	6.0~10.0	8.0~12.0	5.0~8.0	—
	III	3.0~5.0	4.0~6.0	2.5~4.0	—
剪切	I	7.2~12.0	9.4~14.4	4.8~9.6	3.0
	II	4.8~8.0	6.4~9.6	3.2~6.4	2.0
	III	2.4~4.0	3.2~4.8	1.6~3.2	1.0
扭转	I	6.0~12.0	9.0~14.4	4.8~9.6	—
	II	4.0~8.0	6.0~9.6	3.2~6.4	—
	III	2.0~4.0	3.0~4.8	1.8~3.2	—

注：I—静载荷；II—动载荷；III—反复载荷或振动载荷。

相同。

(g) 安全系数(S) 在做材料的应力-应变关系试验时，不一定能够得出明确地弹性极限，但是，可以得到准确的极限强度。所以，为了以极限强度作为材料的强度，需要引入安全系数的概念。作用于材料上的最大应力称为作用应力，安全系数的定义为

$$\text{安全系数} = \frac{\text{极限强度}}{\text{作用应力}}$$

安全系数大致的标准列于表1.3。

各种材料的极限强度，请参照有关材料规格表。主要材料的抗拉强度列于表1.4。

表1.3 安全系数

材 料	安 全 系 数			
	静载荷	动 载 荷		变化载荷或 冲击载荷
		反复应力	交变应力	
铸铁	4	6	10	15
熟铁、铜	3	5	8	12
木材	7	10	15	20
砖、石材	20	30	—	—

表1.4 金属材料的抗拉强度

材 料	软钢	硬钢	镍钢	铸钢	铸铁	黄铜	磷青铜
抗拉强度 (kg/mm ²)	37~45	48~58	56~67	35~70	12~24	15~45	44

铸铁承受压缩载荷的能力很高，抗压强度为60~80kgf/mm²。

〔例题1.1〕 一根直径为20mm、长度为1500mm 均一断面的圆棒，作用以1500kgf的拉力，伸长0.32mm，试求此棒的应力、应变和纵向弹性模量。且，设泊松比为0.3，试计算直径的收缩量。

〔解〕 若圆棒的直径为 d ，断面积为 A ，则

$$A = \pi d^2 / 4 = \pi \times 20^2 / 4$$

因此，在拉力 W 作用下，其应力：

$$\sigma = \frac{W}{A} = W / \frac{\pi d^2}{4} = \frac{4 \times 1500}{\pi \times 20^2} = 4.78 \text{ kgf/mm}^2$$

圆棒长度为 l ，伸长量为 δl 时的应变：

$$\epsilon = \frac{\delta l}{l} = \frac{0.32}{1500} = 2.14 \times 10^{-4}$$

且, 纵向弹性模量:

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon} = \frac{4.78}{2.14 \times 10^{-4}} = 2.24 \times 10^4 \text{ kgf/mm}^2$$

直径的收缩量:

$$\delta d = d \varepsilon \mu = 20 \times 2.14 \times 10^{-4} \times 0.3 = 1.28 \times 10^{-3} \text{ mm}$$

〔例题1.2〕 如图1.5所示, 用三只铆钉连接起来的两块

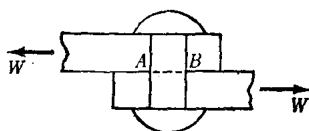


图 1.5

板, 对板施加 $W = 500 \text{ kgf}$ 的拉力, 假定铆钉材料的容许剪应力为 5 kgf/mm^2 , 求铆钉的直径应为多大? 此时产生的剪应变多大? 已知铆钉材料的横向弹性模量为 0.8×10^4

kgf/mm^2 。

〔解〕 在载荷 W 的作用下, 剪应力产生在铆钉的 AB 截面。因而, 直径为 d , 容许剪应力为 τ_s 的三只铆钉应满足以下公式:

$$\frac{W}{3 \times \frac{\pi d^2}{4}} \leq \tau_s$$

$$\therefore d \geq \sqrt{\frac{4W}{3\pi\tau_s}} = \sqrt{\frac{4 \times 500}{3\pi \times 5}} = 6.52 \text{ mm}$$

此外, 剪应变在应力为 τ_s 时最大, 因而有

$$\gamma = \tau_s / G = 5 / 0.8 \times 10^4 = 6.25 \times 10^{-4}$$

〔例题1.3〕 高为 30 mm , 边长为 20 mm 的正方柱, 由抗压强度为 50 kgf/mm^2 的材料制成, 问能承受多大的压缩载荷? 最大载荷作用下的压应变有多少? 已知安全系数为 6 , 材料的纵向弹性模量为 $2.0 \times 10^4 \text{ kgf/mm}^2$ 。

〔解〕 若最大压缩载荷以 W , 方柱的边长以 a , 抗压强