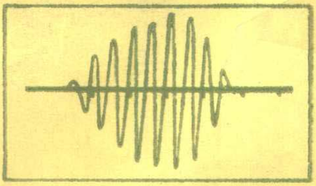
# 工程振动学



〔日〕中川宪治等著

夏 生 荣 译

# 工 程 振 动 学

〔日〕中川憲治等著
夏生荣 译
汪一麟 校

上海科学技术出版社

## 内 容 提 要

本书介绍振动学基础知识及振动理论在工程中的应用。内容比较全面，重点突出，并系统地介绍了随机振动的知识。本书后半部分还分别讨论自激振动、非线性振动、回转体振动、振动测量和数据处理等特殊问题。各章均附习题。附录中汇集了振动学有关的数学知识。书末附题解，并对每个课题都列出了有关的参考资料。

本书可作为工科大专院校机械系或建筑系的教科书或参考书，也可供从事与振动工程有关的工程技术人员与研究人员参考。

**工 程 振 动 学**

〔日〕中川憲治等著

夏生荣 译

汪一麟 校

上海科学技术出版社出版

（上海瑞金二路 450 号）

新华书店上海发行所发行 无锡县人民印刷厂印刷

开本 787×1092 1/32 印张 8.875 字数 195,000

1981 年 10 月第 1 版 1981 年 10 月第 1 次印刷

印数 1—9,000

统一书号：15119·2143 定价：(科四) 0.84 元

# 序　言

对近来结构物发生破坏或机器发生故障的原因调查一下后可以看到，象从前那样由于缺乏材料力学有关静载荷的知识而造成这种情况比较少，而极大多数是由于对机器的动态特性考虑欠周所致。因此，对于工程技术人员和研究人员来说，熟悉振动学知识就显得愈来愈重要了。

本书介绍振动学的基础知识，可作为大学工学院机械系或建筑系的教科书。同时作者相信，把这方面知识加以整理后，对从事实际工作的工程技术人员和研究人员也是十分有用的。

在编写本书时特别考虑了以下几点。(1) 力求把振动学的基础理论讲深讲透。为此，从力学基础知识讲起，说明运动方程的推导方法，重点是以系统为对象来搞清其力学特性。(2) 近来，日益应用控制工程的方法来进行振动分析，与之相反，也常常将振动理论作为控制工程的引论来进行讲解。有鉴于此，决定介绍两者的相互关系，这样有利于向控制工程过渡。(3) 近年来，愈来愈多地用计算机进行振动分析，因此在讲解基础理论、振动测量和数据处理时尽量与之相适应。(4) 现在大学中对于振动学这门课，有的系科用一年时间讲授，有的系科用半年时间讲授。本书的整个内容和份量是作为按一年时间讲授的，但也考虑了能按半年时间讲授的内容。

第一章和第二章介绍基础知识。第三章介绍作为全部振动学基础的单自由度系统的振动，第四章将此扩大到多自由

度系统。第五章介绍连续体的振动，但只讲弦、杆和梁，不讲板和壳。第六章介绍随机振动。有很多教科书不讲随机振动，但在实际振动问题中随机振动日益重要，因此本书以此为重点有系统地讲解其解析法。第七章和以后各章分别讨论自激振动、非线性振动、回转体振动、振动测量和数据处理等特殊问题。这些课题各有丰富的内容，难以详细介绍，因此本书只概述大家认为最重要的问题。附录中汇集了振动学需要的应用数学，这样不参考其他书籍也能理解课文中的演算。此外，本书不用以往所用的工程单位制，而使用国际单位制，对此也作了说明。为了进一步学习，在书末介绍了参考书。特别是对于第五章以后的课题，为了补充课文的不足，对每个课题都列出了参考书。如以半年时间讲授本书时，可从第一章讲到第四章§4.1，然后按不同系科选讲合适的章节。

作者　1976年2月



试读结束：需要全本请在线购买： www.ertongbook.com

# 目　　录

# 第一章　振动学基础

本章介绍振动波形、振动系统的构成要素、激励种类等振动学基本知识。

## §1.1　简谐振动

所谓振动 (oscillation 或 vibration)，是指一个量在平均值上下两种状态之间交变的现象。最简单的振动是简谐振动 (simple harmonic motion)。

例如，如图 1.1 所示，用绳系住质点，使之在一垂直平面内振动，这就称为单摆(simple pendulum)，这种摆在小振动范围内作简谐振动。这就是说，摆的角位移 $\theta$ 随时间 $t$ 而变化，如后面所推导的，它可表示为

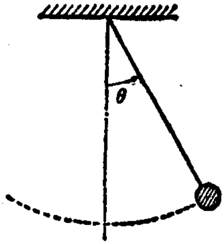



图 1.1　单摆

$$\theta = A\cos\left(\frac{2\pi}{T}t-\phi\right)=A\sin\left(\frac{2\pi}{T}t+\psi\right) \tag{1.1}$$

如将式(1.1)按时间 $t$ 描绘，则得图 1.2 右边所示的正弦波① (sinusoidal wave)。这种运动称为简谐振动。

式中，$A$ 是运动的最大值，称之为振幅(amplitude)。$T$ 是从某一瞬时运动状态起再回到该状态时所经过的时间，称之为周期(period)。$\phi$ 或 $\psi$ 是决定质点在开始振动 ($t=0$) 时的位置的量，称之为初相角(initial phase angle)，二者之间的关

① 如按式(1.1)以 cos 形式表示时，也称为正弦波。

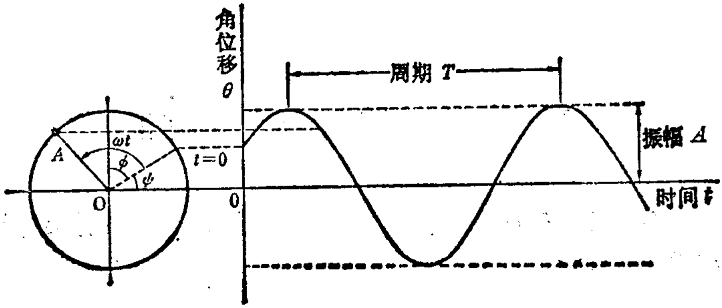



图 1.2 简谐振动

系为 $\psi=\pi/2-\phi$。

图 1.2 的正弦波形，就是该图左边所绘的半径为 $A$ 的圆周上一点作匀角速运动时的正投影。此角速度 $\omega$ 称为角频率(angular frequency)或圆频率(circular frequency)，用下式表示：

$$\omega=\frac{2\pi}{T} \quad [\mathrm{rad/s}] \tag{1.2}$$

而单位时间内同一状态重复出现的次数 $f$，则称为频率或周率(frequency)，用下式表示：

$$f=\frac{1}{T} \quad [\mathrm{Hz}] \tag{1.3}$$

因此，$\omega$ 与 $f$ 之间的关系为

$$\omega=2\pi f \tag{1.4}$$

因而式(1.1)又可表示为

$$\begin{aligned}\theta&=A\cos(\omega t-\phi)=A\cos(2\pi ft-\phi)\\&=A\sin(\omega t+\psi)=A\sin(2\pi ft+\psi)\end{aligned} \tag{1.5}$$

此外，式(1.5)的简谐振动有时也用复数来表示。对于图 1.2 左图所示的简谐振动，如将图 1.3 所示角速度为 $\omega$ 而半径为 $A$ 的旋转矢量用指数函数表示为



试读结束：需要全本请在线购买： www.ertongbook.com

$$z = Ae^{i(\omega t-\phi)} \tag{1.6}$$

式中
$$i=\sqrt{-1}$$

则由公式 $e^{i\alpha}=\cos\alpha+i\sin\alpha$ 可得

$$z = A\cos(\omega t-\phi)+iA\sin(\omega t-\phi) \tag{1.7}$$

如复数的实部用 Re 表示，虚部用 Im 表示，则式(1.5)就成为

$$\mathrm{Re}\, z = A\cos(\omega t-\phi) \tag{1.8}$$

因此，计算时可按式(1.6)取实部即可。这样处理，对时间 $t$ 微分只要简单地乘上 $i\omega$ 就行，计算要比求 cos 的微分简单。再把式(1.6)改写为

$$z = Ae^{-i\phi}e^{i\omega t} = \overline{A}e^{i\omega t} \tag{1.9}$$

式中

$$\overline{A} = Ae^{-i\phi} \tag{1.10}$$

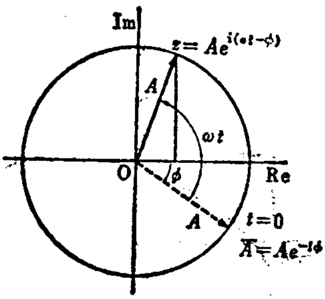



图 1.3 简谐振动的复数表示

是复数，是大小为振幅 $A$ 而方向为相角 $\phi$ 的矢量(参看图 1.3)。这样的 $\overline{A}$ 称为复值振幅 (complex amplitude)，由于振幅与相位的表示及计算都很方便，因此常得到应用。

此外，用复数表示时，有时不将计算结果一一写上 Re，而仍用复数的原式表示。这时，作为物理现象，只要考虑它的实部就行。

## §1.2 两个简谐振动的合成

先来介绍一下利萨如图形 (Lissajous figure)。现研究两个沿互相垂直方向振动的简谐振动的合成：

$$x = A\cos(\omega_1 t-\phi_1),\qquad y = B\cos(\omega_2 t-\phi_2) \tag{1.11}$$

式中，$A$、$B$ 表示振幅，$\omega_1$、$\omega_2$ 表示圆频率，$\phi_1$、$\phi_2$ 表示初相角。

如研究直角坐标轴 $x$、$y$ 平面内的一点分别沿 $x$、$y$ 方向作式(1.11)所示运动的轨迹，那么在两边长为 $2A$ 和 $2B$ 的矩形中根据 $\omega_1$、$\omega_2$ 和 $\phi=\phi_1-\phi_2$ 之值便能描绘出各式各样的曲线来。这种图形称为利萨如图形。

特别是当 $\omega_1=\omega_2$ 时，从式(1.11)中可消去 $\omega_1 t$ 项，因而点的轨迹可用下列椭圆方程来表示：

$$\frac{x^2}{A^2}+\frac{y^2}{B^2}-\frac{2xy}{AB}\cos\phi-\sin^2\phi=0 \qquad (1.12)$$

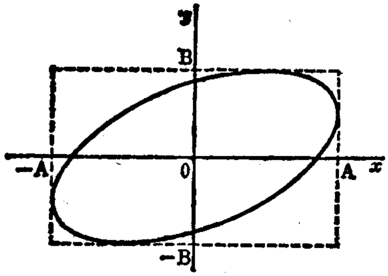



图 1.4 $\omega_1=\omega_2$ 时的利萨如图形

这时利萨如图形如图 1.4 所示。相位差 $\phi$ 可根据这种利萨如图形与矩形两边切点的坐标 $(x,\ y)$ 值定为 $x=A$, $\cos\phi=y/B$ 或 $y=B$, $\cos\phi=x/A$。

当 $\omega_1\neq\omega_2$ 时，利萨如图形就变得复杂了。当 $A=B$ 时，对应于各种 $\phi$ 与 $\omega_1/\omega_2$ 值的图形如图 1.5 所示。

这种利萨如图形可用来检验波形未知的正弦波的畸变、确定频率及相位差，这时在 $xy$ 记录器或示波器的 $x$ 轴上输入已知的标准正弦波，$y$ 轴上输入波形未知的正弦波，使之绘出轨迹来，然后将图形加以比较即可。

其次，介绍一下拍 (beat)。现来研究振幅相等而圆频率不同的两个简谐振动

$$x_1=A\cos\omega_1 t, \qquad x_2=A\cos\omega_2 t \qquad (1.13)$$

的合成。合成结果为

$$\begin{aligned} x&=x_1+x_2=A(\cos\omega_1 t+\cos\omega_2 t)\\ &=2A\cos\frac{\omega_1-\omega_2}{2}t\cdot\cos\frac{\omega_1+\omega_2}{2}t \end{aligned} \qquad (1.14)$$

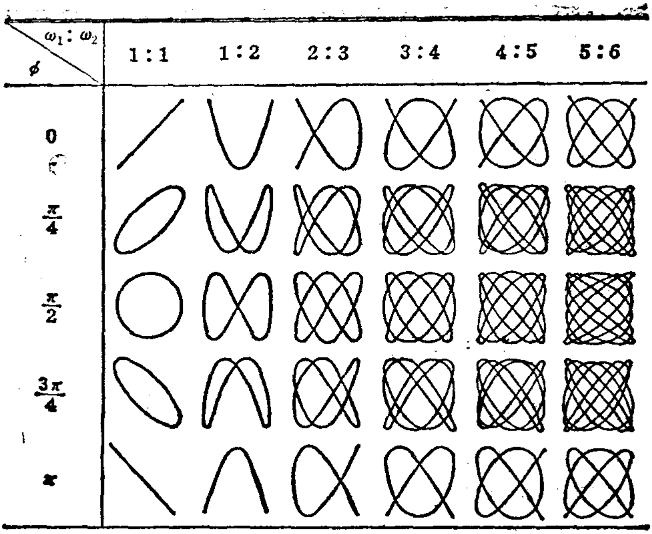



图 1.5　$A=B$ 时的利萨如图形

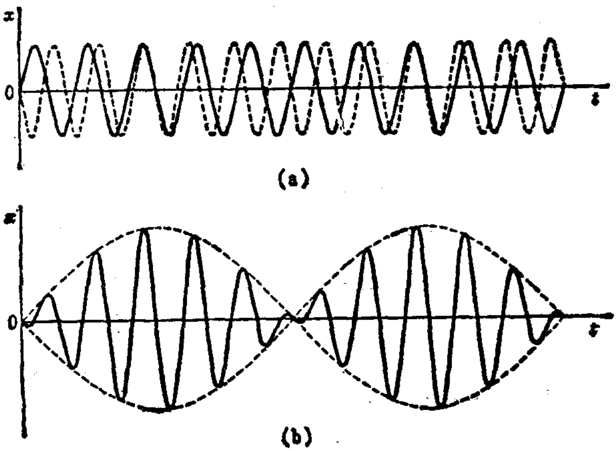



图 1.6　拍: ($a$) 两个振幅相同而频率比为 6:5 的简谐振动
($b$) 二者的合成

这里，特别研究一下 $\omega_1$ 与 $\omega_2$ 值非常接近，而 $\omega_2=\omega_1+\Delta\omega(\omega_1 \gg \Delta\omega)$ 的情况，把式(1.14)改写为

$$x=2A\cos\frac{\Delta\omega}{2}t\cdot\cos\left(\omega_1+\frac{\Delta\omega}{2}\right)t \tag{1.15}$$

这可看作是一平均圆频率为 $(\omega_1+\Delta\omega/2)$ 的简谐振动，其振幅 $2A\cos\Delta\omega t/2$ 随时间而缓慢地增减。在图 1.6 上举出一例。一般而言，两个简谐振动即使振幅不等，只要频率大致相等，合成后就成为振幅缓慢增减的一个振动，这种现象称为拍。

## §1.3 振动系统的基本要素

分析机械或结构物的振动时，首先要适当表明振动系统的力学性能，而且要用尽量简单的模型来置换。构成这种振动系统力学模型的基本要素是**惯性**(inertia)、**复原性**(restoration)、**阻尼**(damping)这三项。

惯性就是使物体目前的运动状态持续下去的作用。复原性就是使物体的位置回复到平衡状态的作用。阻尼就是阻碍物体运动的阻抗作用。从能量角度来看，惯性是保持动能的要素，复原性是贮存势能的要素，阻尼是使能量散逸的要素。

当物体沿 $x$ 轴作直线运动时，惯性的大小可用质量表示。这就是说，根据牛顿第二定律，如果一物体上作用有外力 $f$ 时，加速度为 $d^2x/dt^2$，则物体质量 $m$ 可用下式表示：

$$m\frac{d^2x}{dt^2}=f \tag{1.16}$$

典型的复原元件是弹簧(spring)。这种复原元件所产生的恢复力(restoring force) $f$ 是该元件位移 $x$① 的函数，即

$$f=f(x)$$

① 以 $x$ 表示从静平衡状态起计量的位移。

作用方向与 $x$ 相反。特别是当 $f(x)$ 为线性函数，即 $f$ 与 $x$ 成正比时，可用下式表示：

$$f=-kx \tag{1.17}$$

比例常数 $k$ 称为**弹簧常数** (spring constant)。这种弹簧称为**线性弹簧** (linear spring)，式(1.17)称为**虎克定律** (Hooke's law)。线性弹簧用图 1.7 所示的标记表示。又如图 1.8 (*b*)、(*c*) 所示，$f(x)$ 为非线性的情况，相应的弹簧称为**非线性弹簧** (nonlinear spring)。


**图 1.7** 线性弹簧的标记

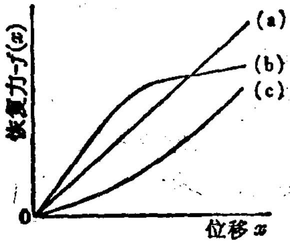



**图 1.8** 各种弹簧的特性

单摆在真空中振动时，持续时间很长，可是如图 1.9 所示放入液体时，摆会很快停止。这是因为液体粘性产生了阻抗即阻尼力作用的缘故。在这种情况下，阻尼力 $f$ 通常是速度 $\dot{x}$（$\cdot$ 表示对时间的微分 $d/dt$）的函数，即

$$f=f(\dot{x}) \tag{1.18}$$

其方向与速度 $\dot{x}$ 相反。特别是当 $f$ 与 $\dot{x}$ 成正比时，阻尼力可表示为

$$f=-c\dot{x} \tag{1.19}$$

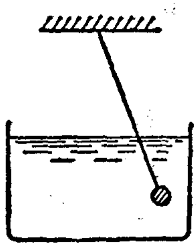


**图 1.9** 粘性阻尼的例子

这种阻尼称为**粘性阻尼** (viscous damping) 或**线性阻尼** (linear damping)，比例常数 $c$ 称为**粘性阻尼系数** (viscous damping coefficient)。粘性阻尼元件可用图 1.10 所示的阻尼器

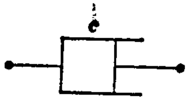




图 1.10　线性阻尼的标记

(dashpot)表示。

物体在粗糙面上运动时受到的阻力称为**固体摩擦力** (solid friction)，如图 1.11 所示。这种摩擦力的作用方向与物体和接触面的相对速度 $\dot{x}$ 的方向相反，其大小与作用于物体上的法向反力 $N$ 成正比，因此可表示为

$$f=-\mu N\frac{\dot{x}}{|\dot{x}|} \tag{1.20}$$

式中，$\mu$ 是**摩擦系数** (friction coefficient)。$\dot{x}/|\dot{x}|$ 表示当 $\dot{x}>0$ 时为 1，当 $\dot{x}<0$ 时为 $-1$。$\mu$ 值随 $\dot{x}$ 的大小不同而略有变化，但为简化起见，不管 $\dot{x}$ 的大小如何，都取 $\mu$ 为定值，这时称之为**库仑摩擦系数** (coulomb friction)。线性阻尼与库仑摩擦的比较示于图 1.12。

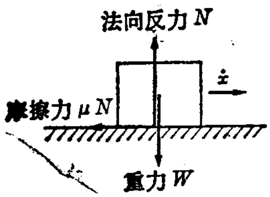




图 1.11　固体摩擦力

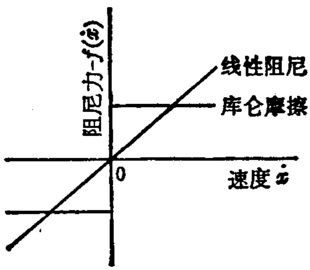




图 1.12　线性阻尼与库仑摩擦

复杂的结构物在振动时，每一周期内衰减的能量与振动频率无关，而与振幅的平方大致成正比，这已由实验所证实。因此，结构物的阻尼力往往用与频率无关而仅与振幅成正比的模型，即

$$f=-g\frac{k\dot{x}}{\omega} \tag{1.21}$$

来表示。这种阻尼称为**结构阻尼** (structural damping)。式中，




试读结束：需要全本请在线购买： www.ertongbook.c