

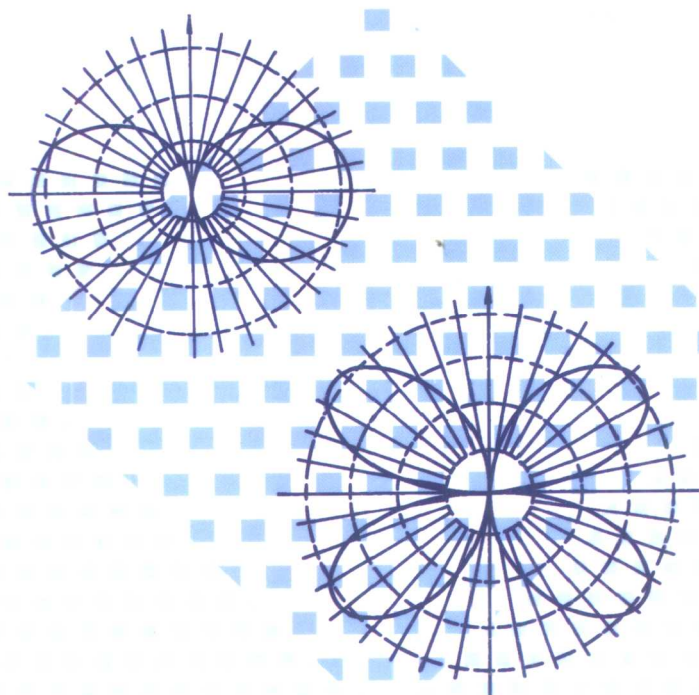
高等学校教学用书

电动力学

(第 3 版)

第 3 版 主 编 罗春荣 陆建隆

第 1、2 版主编 吴寿镠 丁士章



西安交通大学出版社

内容提要

本书是在吴寿隽、丁士章主编《电动力学》(1988年第1版,1993年第2版)的基础上修订而成的。修订时保持了原书易教易学的特点,引入了近年来电动力学领域中理论和应用的重要进展,如电流变液的介电极化模型,网络现代场论等知识在电动力学教材中属首次引入。

全书包括电动力学的基本方程,静电场,静磁场,电磁波的辐射,电磁波的传播,狭义相对论,带电粒子和电磁场的相互作用等内容。书中内容按不同层次的要求用不同的形式排版,每章均有难度不同的A、B两组习题。本书适应性强,可作为综合大学、理工科大学、师范院校物理类各专业的教材,也可供其他有关人员参考。

与本书配套的《电动力学教学指导》同时出版。

图书在版编目(CIP)数据

电动力学/罗春荣,陆建隆主编. —3版. —西安:
西安交通大学出版社,2000.11
ISBN 7-5605-1337-9

I. 电… II. ①罗…②陆… III. 电动力学
IV. 0442

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2000)第 72027 号

*

西安交通大学出版社出版发行

(西安市咸宁西路 28 号 邮政编码:710049 电话:(029)2668316)

陕西省轻工印刷厂印装

各地新华书店经销

*

开本:890 mm×1 240 mm 1/32 印张:11.875 字数:340 千字

2000 年 11 月第 3 版 2000 年 11 月第 1 次印刷

印数:0 001~3 000 定价:15.00 元

若发现本社图书有倒页、白页、少页及影响阅读的质量问题,请去当地销售部门调换或与我社发行科联系调换。发行科电话:(029)2668357,2667874

编 者 的 话

电动力学是物理类各专业的重要基础理论课。编出一本深浅繁简比较适当,较能反映这一领域内教学与科研成果,易教易学的好教材,是一件极有意义的工作。编者们希望通过这本书的出版,能对电动力学教材的建设作出微薄的贡献。

在编写中,我们力图讲清主要的基本概念,把物理概念与数学工具的使用较好地结合起来,并尽量使教材正文内容与习题较好地“配套”,以便于教学。书中附有 A,B 两组习题和答案。对多数学生可只做 A 组习题,对于要求较高的学生可做两组习题。对个别章节,我们采取了一些尝试性的写法,效果如何,有待进一步教学实践的检验。

本书有较广的适用面。只要适当掌握有 * 号章节的取舍,以及选做习题的分量和难度,就可适用于重点院校和一般院校,适用于综合大学、理工科大学和师范院校。为了帮助学生较好地掌握和运用矢量分析、张量运算等对电动力学十分重要的数学工具,本书编入了较多的数学附录。编者还建议采用这本教材的学生选择若干典型的定理或关系式进行推导和演算,以便比较熟练地掌握这些数学工具。

本书是根据 1980 年高等学校理科物理教材编审委员会审订的电动力学教学大纲编写的,具体编写中的重要问题均由本书编委会集体讨论决定。编委会成员还分别提供了自己多年使用的讲义、教学指导书等资料,并且分工编写了本书的初稿。编委会成员(按姓氏笔划为序)有:丁士章(主编,第 1,2 章)、王勤诚(第 5 章)、忻正大(附录)、吴寿铨(主编,第 6 章、附录)、李英华(第 6 章)、张维坝(第 3 章)、陈琪兮(第 2 章)、俞文光(第 4,5 章)、虞炎华(第 7 章)、詹养正(第 1 章)。初稿写出后,由吴寿铨、丁士章、俞文光负责统稿。吕学光、张炎勋也参加了编写过程中的许多工

作。全书经西安交通大学赵富鑫教授详细审阅并提出了许多宝贵的修改意见。

由于水平与时间所限,这本教材肯定还有不少疏漏以至错误。编者将继续进行修订,使它的质量得以逐步提高。在这过程中,衷心希望得到读者们的批评指正。

编 者
1988 年 1 月

再 版 的 话

本书出版后,得到了许多读者的热情鼓励,现在已需第3次印刷。因为原纸型损坏,必须重排,编委会借此机会总结了几年来国内外新的教学经验,逐章逐节进行了认真讨论,对原书作了若干增删,对某些不完全适当或排印错误之处作了修改,并根据全国自然科学名词审定委员会公布的《物理学名词》(1988)对全书所用专业名词作了修订。希望使用本书的师生们继续提出批评指正,使这本教材的质量能不断提高。

本书经过调整后的编委会名单(按姓氏笔划为序)是:丁士章、王勤诚、毛镇山、许庆琳、刘全慧、忻正大、吴寿隽、李英华、张炎勋、张维坝、张智明、宋福、赵利华、赵庚月、罗春荣、陈琪兮、俞文光、虞炎华。

与本教材配套使用的《电动力学教学指导》已由西安交通大学出版社于1990年出版,请采用本教材的各院校注意。

编 者

1992年10月

第 3 版说明

本书自 1988 年出版以来,于 1993 年修订再版,先后 4 次印刷。多年来得到了广大读者的热情支持和鼓励,也收到了许多有益的意见和建议。一些采用本书为主要教材的高等学校在电动力学课程建设中取得了显著成绩,被评为省部级一类课程或优秀课程。

为适应面向 21 世纪课程体系与教学内容改革的需要,也考虑到一些高校缩减电动力学课程的基本课时,实行分阶段、分层次教学的实际情况,经本书编委会认真讨论,决定进行全面修订,印行本书的第 3 版。主要修订内容有:

(1) 在保持原有特色的基础上,保证基础性知识,适当加强扩展知识,并为读者的进一步提高提供“窗口”。书中安排了部分章节和段落打上 * 号或用楷体字、小字刊印。对于总学时为 50 左右的电动力学课程,这些内容不列为基本要求。有关材料可在电动力学 II 课程中讲授,也可供有余力的学生自学提高之用。

(2) 加强了经典电磁理论与现代科学技术的联系。增加了 A—B 效应,有限差分法,电流变液的介电极化模型,物质的磁性和网络现代场论等内容的简介和适合于本书读者的一些参考文献。其中部分内容是本书编委们的科研工作并首次被引入电动力学教材。

(3) 对部分章节例题作了调整增删,加强了与其他学科的渗透和延伸,力求更有利于提高学生的科学素质。

(4) 对部分译名、专业名词、排印规范按照新的规定作了必要的修改。

本书原由吴寿隽、丁士章任主编,俞文光、毛镇山任副主编,现在他们和部分编委已经退休或调动了工作岗位。同时,又有一些老师加入了编

委会。他们是(按姓氏笔划为序):王建成、田东平、孙景泰、陈璘年、苏武浔、陆建隆、松林、张效轩、薛文瑞。本书的修订工作集中了新老编委们的智慧和经验。第3版的修订方案讨论稿及工作稿均由陆建隆拟订提出,并经编委会议讨论确定。具体执笔修订的是:薛文瑞(第1章),罗春荣(第2,5章),宋福(第3章),陆建隆(第4,6章),陈璘年、苏武浔(4.5节),第7章及附录未作重大变动。在他们提供的修订稿基础上,由陆建隆(南京师范大学)、罗春荣(西北工业大学)负责统稿和进一步修改。吴寿镠(西安交通大学)、罗春荣对全书作最后的审定工作。

与本教材配套的《电动力学教学指导》第2版由西安交通大学出版社同时出版,内容包括教材分析、解题方法指导、专题讨论等,欢迎使用。

在本书修订出版过程中,得到了编委们所在的各高等学校的大力支持,特别是得到了西安交通大学教务处和出版社的大力支持,编委们向他们表示衷心的感谢。

因为我们的水平有限,书中的缺点错误仍然难免。请广大读者继续提出批评建议,使本书的质量能在今后的修订中得到不断的提高。

编 者

2000年7月

目 录

引言

第 1 章 电动力学基本方程

1.1 库仑定律 静电场的散度和旋度	(3)
1.2 毕奥-沙伐尔定律 静磁场的散度和旋度	(12)
1.3 麦克斯韦方程组	(21)
1.4 介质中的麦克斯韦方程组	(26)
1.5 电磁场的边值关系	(37)
1.6 电磁场的能量和动量	(42)
习题 1	(55)

第 2 章 静电场

2.1 静电场的标势及其微分方程	(61)
2.2 静电问题的唯一性定理	(69)
2.3 分离变量法	(69)
2.4 电像法	(74)
* 2.5 格林函数法	(81)
* 2.6 有限差分法	(85)
2.7 电多极矩	(91)
* 2.8 电流变液的介电极化模型	(103)
习题 2	(106)

第 3 章 静磁场

3.1 矢势及其微分方程	(116)
--------------------	-------

3.2	磁标势	(126)
3.3	磁多极矩 磁场能量	(133)
* 3.4	物质的磁性	(140)
* 3.5	超导体的电磁性质	(143)
	习题 3	(151)

第 4 章 电磁波的辐射

4.1	迅变场的势及达朗贝尔方程	(157)
4.2	电偶极辐射	(166)
* 4.3	电多极辐射	(178)
* 4.4	天线辐射	(182)
* 4.5	似稳电磁场及似稳电路	(187)
	习题 4	(189)

第 5 章 电磁波的传播

5.1	电磁波在导电介质中的基本方程	(193)
5.2	平面电磁波	(197)
5.3	电磁波在介质表面的反射和折射	(201)
5.4	电磁波在导体表面的反射和折射	(209)
5.5	矩形波导	(214)
* 5.6	无线电波的传播	(224)
	习题 5	(229)

第 6 章 狭义相对论

6.1	狭义相对论建立的历史背景	(232)
6.2	狭义相对论的基本原理	(235)
6.3	狭义相对论的时空理论	(244)
6.4	闵可夫斯基空间 四维张量	(255)
6.5	电动力学的四维协变形式	(263)
6.6	相对论力学	(275)

习题 6	(283)
------------	-------

* 第 7 章 带电粒子和电磁场的相互作用

7.1 任意运动带电粒子产生的电磁场	(292)
7.2 切伦柯夫辐射	(314)
7.3 带电粒子的场对粒子自身的反作用	(321)
习题 7	(333)

附录 I 矢量分析	(338)
附录 II 张量运算	(346)
附录 III 拉普拉斯方程的通解	(350)
附录 IV 唯一性定理	(355)
附录 V 关于 r 和 $\mathbf{r}$ 的运算公式	(359)
附录 VI 常用级数展开式	(360)
附录 VII 国际单位制和高斯单位制中的主要公式对照表	(361)

参考书目

引 言

自然界中的基本相互作用,可以分为4大类:(1)引力相互作用;(2)电磁相互作用;(3)弱相互作用;(4)强相互作用。电磁相互作用即为带电粒子与电磁场的相互作用,它的强度弱于强相互作用,而强于弱相互作用和引力相互作用。电动力学是在电磁学的基本上,进一步系统地研究电磁场的基本属性、它的运动规律以及它和带电物质之间的相互作用。

电动力学是人类对电磁现象长期进行观察、实验和在生产实践的基础上产生、发展起来的。13世纪以前,人们对电磁现象的认识仅仅是孤立地观察电作用和磁作用的现象;还谈不上有什么系统研究。直到16世纪,由于航海、军工等实际需要,促进了人们对电磁现象的研究。但这个阶段的研究基本上属于对宏观电磁现象进行某些定性总结,所用方法还比较原始。到18世纪中叶以后,资本主义在欧洲进一步巩固和发展,生产上由工场手工业向机器工业过渡,为电磁学的研究提供了必要的物质条件和提出了急需解决的研究课题。1785年法国物理学家库仑利用测量仪器对带电体之间的相互作用,作了定量的测量,建立了著名的库仑定律,开创了用近代的科研方法研究电磁现象的途径,促进了电磁学的发展。以后,人们系统研究了静电和静磁现象,总结出了一些实验定律。1820年7月21日,丹麦物理学家奥斯特发表了《关于磁针上电流碰撞的实验》的论文,发现了电流的磁效应。1831年8月26日,英国物理学家法拉第发现了电磁感应现象,1851年建立了电磁感应定律的数学表达式。法拉第还提出了场的概念,为建立电磁场的数学理论提供了物理依据。英国数学物理学家麦克斯韦系统地总结了自1785年以来的电磁学实验和有关定律,在法拉第提出的场的物理观念基础上,于1862年提出“位移电流”的新概念,终于在

1864 年把电磁学规律统一起来,成为麦克斯韦方程组。它的原始形式有 20 个变量,20 个方程,其中包括现在已不作为电磁场基本方程的公式,如库仑定律、欧姆定律、安培定律、毕奥-沙伐尔定律、位移电流、电流连续性方程等。麦克斯韦在理论上预言了电磁波的存在。直到 1888 年,德国物理学家赫兹在实验中实现了电磁波,证实了麦克斯韦理论的正确性,并于 1890 年把麦克斯韦方程组的原来形式,改造成为现在的通用形式。

电磁波的发现和现代无线电技术的广泛应用,进一步丰富了电磁场理论,使我们对电磁场的认识有了坚实基础。

在麦克斯韦方程组建立以后,经典电动力学的基本理论已达到完整境地。但是,人们对电磁场本质的认识却仍然包含着很大错误,即把电磁场理解为某种“绝对静止”地充满整个空间的,类似于弹性介质的“以太”的运动形态。但在对运动介质中电磁现象的进一步研究中,表明了这种理论存在的根本困难。1905 年爱因斯坦否定了“以太”理论;提出真空中光速不变原理和狭义相对性原理,建立了狭义相对论,使电动力学在新的时空理论基础上,发展成为完整的、适用于任何惯性系的理论。狭义相对论是现代物理学发展的重要基础理论之一,对物理学的发展具有深远的影响。

20 世纪 20 年代,量子力学建立以后,电动力学又与量子理论相结合而发展形成的量子电动力学,成为研究微观世界电磁现象的有力工具。近年来的进一步研究,又发现了电磁相互作用与弱相互作用在本质上是统一的,建立了弱电统一理论,并得到了实验的证实。有关问题是现代物理学研究的重点之一,但在本课程中将不加讨论。

电动力学和狭义相对论,是组成本课程的两个独立而又相关的部分。学习本课程的目的主要是:(1)掌握电磁场的基本属性和它的运动规律,加深对电磁场本质的认识;(2)掌握分析和处理电磁场基本问题的能力,为今后学习和科学研究打好基础;(3)通过狭义相对论的学习,加深理解电磁场的本质和辩证唯物主义的时空观。

第 1 章 电动力学基本方程

本章从电磁现象的实验定律,即场的叠加原理、库仑定律、毕奥-沙伐尔定律、电磁感应定律出发,进行概括、提高,得到电动力学基本方程,即电磁运动的基本规律。

在电磁运动中有电荷和电场、电流和磁场、电荷和电流、电场和磁场 4 对基本关系。通过对这些基本关系的考察分析,就可以比较全面地认识电磁运动的基本规律。

电磁场是物质存在的一种形态,它和其他物质形态一样按照一定的客观规律运动变化。电磁场这种物质形态具有自己的特点,它弥漫在空间中,并具有波动性和叠加性。所以,对电磁场运动状态的描写与对宏观质点的描写具有根本不同的方法。我们知道,一个质点的瞬时运动状态可以用 3 个坐标和 3 个速度(或动量)分量表示,但对于电磁场瞬时的运动状态却要用空间的矢量函数,即电场强度 $E(x, y, z, t)$ 和磁感强度 $B(x, y, z, t)$ 来表示,它们将给出电磁场的能量、动量以及电磁场和电荷、电流的相互作用等特性。电磁场的运动规律由场的运动方程,即麦克斯韦方程组来表示。电磁场对电荷、电流的作用力则由洛伦兹力公式来表示。

1.1 库仑定律 静电场的散度和旋度

1.1.1 库仑定律

库仑定律是由法国物理学家查理·库仑于 1785 年在实验中总结出来的。它描述了两个均为静止的点电荷之间的相互作用力的规律。是静电场理论的实验基础。其内容表述如下:

真空中静止点电荷 Q 对另一个静止点电荷 Q' 的作用力为

$$F = \frac{QQ'}{4\pi\epsilon_0 r^3} r \quad (1.1.1)$$

式中 r 为由 Q 到 Q' 的距离, ϵ_0 为真空电容率(即真空介电常数), 其值约为

$$\epsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12} \text{C}^2/(\text{N} \cdot \text{m}^2)$$

要注意, 库仑定律只适用于真空中的两个静止点电荷之间的相互作用。在宏观理论中点电荷是一个极限概念。一般情况下, 如果荷电体之间的距离比起荷电体本身的线度大得多时, 即可把荷电体近似地看作点电荷。

如果一个点电荷 Q_0 同时受多个点电荷 $Q_1, Q_2, \dots, Q_n$ 的作用, 实验表明, Q_0 所受到的合力为各个点电荷单独作用时的力的矢量和, 即

$$\begin{aligned} F &= \frac{Q_0 Q_1}{4\pi\epsilon_0 r_{01}^3} r_{01} + \frac{Q_0 Q_2}{4\pi\epsilon_0 r_{02}^3} r_{02} + \dots + \frac{Q_0 Q_n}{4\pi\epsilon_0 r_{0n}^3} r_{0n} \\ &= \sum_{i=1}^n \frac{Q_0 Q_i}{4\pi\epsilon_0 r_{0i}^3} r_{0i} \end{aligned} \quad (1.1.2)$$

式中 r_{01}, r_{02} 等分别为 Q_1, Q_2 等到 Q_0 的位置矢量。此式说明, 静电力是具有叠加性的。

如果一个点电荷 Q 受到一个体电荷密度为 $\rho(\mathbf{x}')$ 的连续分布电荷的作用, 则可将此连续分布的电荷, 分成许多小电荷元 $\rho(\mathbf{x}')dV'$, 这样(1.1.2)式可改写为

$$F = \int_V \frac{Q\rho(\mathbf{x}')\mathbf{r}}{4\pi\epsilon_0 r^3} dV' \quad (1.1.3)$$

式中 $\mathbf{x}'$ 为电荷元 $\rho dV'$ 的位置矢量。 r 为电荷元到点电荷的距离, $\mathbf{r}$ 的方向由电荷元指向点电荷。

库仑定律只是从现象上描述了两个静止电荷之间相互作用力的大小和方向, 但并未说明这种作用力的物理本质, 于是历史上对库仑定律就有两种不同的解释。一种观点认为两个电荷之间的相互作用力是直接的“超距”的作用。即认为一个点电荷把作用力直接施于另一点电荷上, 不需要通过任何中间的物质媒介, 而且作用力的传递速度是无限大的, 也就是说力的传递是瞬时的; 另一种观点则认为相互作用是通过场

来传递的,其传递速度是有限的,这种观点称为“近距”作用观点。这两种观点在静电学范围内是等价的,两者都能给出相同的结果。但是在运动电荷情况下,特别是电荷的运动状态及电磁场发生迅速变化的情况下,两种观点就不等价了。实验证明场的观点是正确的。

1.1.2 电场强度

现在,我们从场的观点出发来讨论库仑定律的含义。在一个电荷周围的空内,客观存在着一种物质,称为电场。如果在电场中放置另一电荷,则电场将给予该电荷以作用力,称为电场力。当电荷处在电场中不同地点时,所受的电场力是不相同的,而在电场中同一点,不同的电荷所受到的电场力也不相同,但电荷受到的电场力与电荷之比却是一定的。利用电场对场内电荷产生作用力的特征性质,可以描述电荷周围各点的电场。为此,引入电场强度的概念。

根据电磁学中关于电场强度的定义,电场中某点的电场强度,其数值和方向与放置在该点处的单位正试验电荷 Q' 所受的电场力相同,即

$$\mathbf{E} = \mathbf{F}/Q' \quad (1.1.4)$$

显然,对于电场中每一点,都有一个确定的 E ,即 E 是电场中空间坐标的函数

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}(x, y, z) = \mathbf{E}(\mathbf{x})$$

式中 $\mathbf{x}$ 为观察点的位置矢量。上述关于电场强度的定义,不仅对静电场适用,对时变场也适用。但这时 $\mathbf{E}$ 不仅仅是空间坐标的函数,而且还是时间 t 的函数,即

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}(\mathbf{x}, t)$$

由库仑定律可以得到一个静止点电荷 Q 所激发的电场强度为

$$\mathbf{E} = \frac{Q\mathbf{r}}{4\pi\epsilon_0 r^3} \quad (1.1.5)$$

由实验知道,电场具有叠加性,即多个电荷所激发的电场等于每个电荷所激发的电场的矢量和。设第 i 个点电荷 Q_i 到电场中某点 P 的距离为 r_i ,则 P 点的总电场强度 $\mathbf{E}$ 为

$$\mathbf{E} = \sum_i \frac{Q_i \mathbf{r}_i}{4\pi\epsilon_0 r_i^3} \quad (1.1.6)$$

在许多情况下,电荷是连续分布在某一区域 V 内的,其分布密度为 $\rho(\mathbf{x}')$,为了求电场中任一点 P 的电场强度,可把区域 V 分成无限多个体积元(图 1-1)。设 V 内某点 $\mathbf{x}'$ 上的体积元为 dV' , dV' 内所含电荷为 dQ

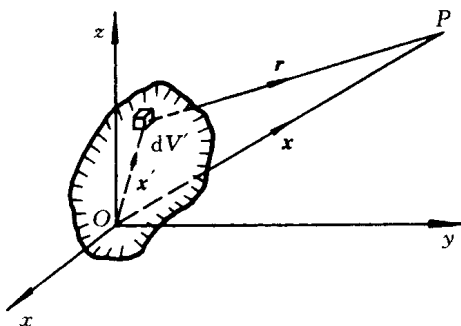


图 1-1

$$dQ = \rho(\mathbf{x}')dV'$$

式中 $\mathbf{x}' = x'\mathbf{e}_x + y'\mathbf{e}_y + z'\mathbf{e}_z$

是体积元 dV' 的位置矢量,

$\mathbf{e}_x, \mathbf{e}_y, \mathbf{e}_z$, 分别为 x, y, z

3个坐标轴方向上的单位矢量。设 $\mathbf{x}'$ 点到电场中任一点 P 的距离为 r ,根据场的叠加原理, P 点的电场强度为

$$\mathbf{E}(\mathbf{x}) = \int_V \frac{\rho(\mathbf{x}')\mathbf{r}}{4\pi\epsilon_0 r^3} dV' \quad (1.1.7)$$

式中积分范围包含电荷分布的整个区域。

若电荷为面或线连续分布,电荷分布密度分别用 $\sigma(\mathbf{x}')$ 和 $\lambda(\mathbf{x}')$ 表示,则电场强度原则上可由以下两式求出:

$$\mathbf{E}(\mathbf{x}) = \int_S \frac{\sigma(\mathbf{x}')\mathbf{r}}{4\pi\epsilon_0 r^3} dS' \quad (1.1.8)$$

$$\mathbf{E}(\mathbf{x}) = \int_L \frac{\lambda(\mathbf{x}')\mathbf{r}}{4\pi\epsilon_0 r^3} dl' \quad (1.1.9)$$

当然在一般情况下,计算是比较复杂的。在实际计算时常常要借助于一些特殊的方法。

根据库仑定律和场的叠加原理,可以得到表征静电场基本性质的两个重要定理,即高斯定律和静电场环路定理。下面分别进行讨论。

1.1.3 高斯定理和电场的散度

在电磁学中已知,高斯定理可表述为:在静电场中,通过任一闭合曲面 S 的电通量 Φ ,等于此曲面所包含的电荷 Q 的 $1/\epsilon_0$ 倍,即

$$\Phi = \oint_S \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S} = \frac{Q}{\epsilon_0} \quad (1.1.10a)$$

Q 指 S 面内各电荷电量的代数和, 面元矢量 $d\mathbf{S}$ 取曲面的外法线方向为正方向。

下面, 利用库仑定律和场的叠加原理对高斯定理进行证明。

先研究只有一个点电荷的情况。如图 1-2 所示, 设封闭曲面内只有一个点电荷 Q , 根据(1.1.5)式和电磁学知识。通过面元 $d\mathbf{S}$ 的电通量为

$$\begin{aligned} d\Phi &= \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S} = E \cos \theta dS \\ &= \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \cos \theta dS \end{aligned}$$

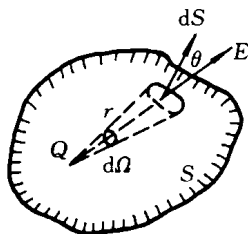


图 1-2

式中 θ 为 $d\mathbf{S}$ 与 $\mathbf{E}$ 之间的夹角, $dS \cos \theta$ 为面元 $d\mathbf{S}$ 投影到以 r 为半径的球面上的面积。 $dS \cos \theta / r^2$ 为面元 $d\mathbf{S}$ 对点电荷 Q 所张的立体角元 $d\Omega$, 即 $d\Omega = \frac{dS \cos \theta}{r^2}$ 。它可取正值或负值, 正负决定于 r 与 $d\mathbf{S}$ 之间的夹角。当点电荷在 S 面内时, S 面对 Q 所张的立体角为 4π 。所以电场强度 E 对闭合曲面 S 的电通量为

$$\oint_S \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \oint_S d\Omega = \frac{Q}{\epsilon_0}$$

若点电荷 Q 在闭合曲面 S 之外。如图 1-3 所示, 通过以 Q 为顶点与闭合曲面 S 相切的锥面, 把 S 面分为 S_1 与 S_2 两部分, S_1 与 S_2 对 Q 所张的立体角等值反号, 总立体角为零。即

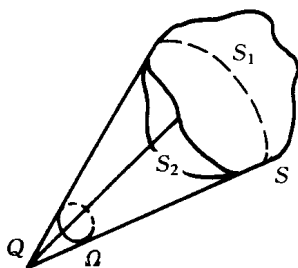


图 1-3

$$\oint_S d\Omega = 0$$

故

$$\oint_S \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S} = 0$$

即 S 面以外的电荷 Q 所发出的电场线, 将先穿入 S 面, 然后再穿出