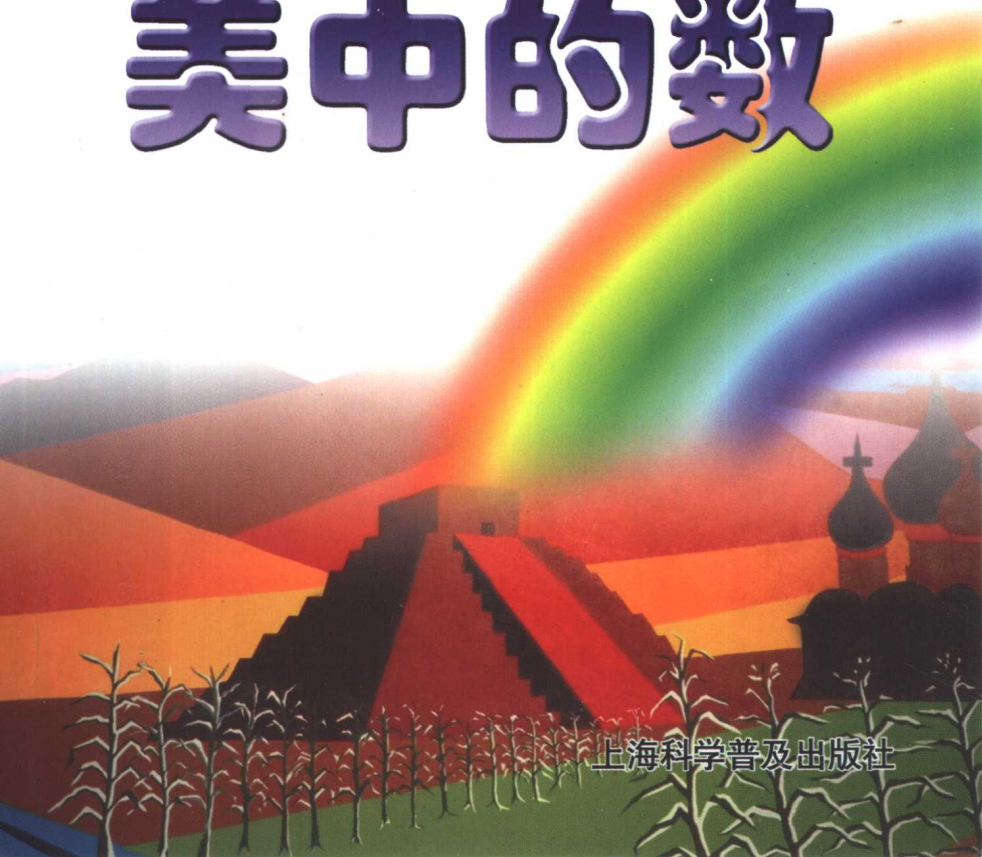


费林北 著



迷人的彩虹

美中的数



上海科学普及出版社

mi ren de cai hong
迷人的彩虹——
mei zhong de shu
美 中 的 数

费林北 著

上海科学普及出版社

图书在版编目(CIP)数据

迷人的彩虹：美中的数 / 费林北著. — 上海：上海科学普及出版社，2000.10

ISBN 7-5427-1552-6

I. 迷... II. 费... III. 数学：美学-普及读物
IV. 01-05

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2000)第 25800 号

责任编辑 黄家礼

美术设计 王巍

迷人的彩虹——美中的数

费林北 著

上海科学普及出版社出版

(上海曹杨路 500 号 邮政编码 200063)

新华书店上海发行所发行 常熟文化印刷厂印刷

开本 787×1092 1/32 印张 8 字数 150 000

2000 年 10 月第 1 版 2000 年 10 月第 1 次印刷

印数 1—6 000

ISBN 7-5427-1552-6/0·40 定价：10.00 元

动物只是按照它所属的那个种的尺度和需要来建造,而人却懂得按照任何一个种的尺度来进行生产,并且懂得怎样处处都把内在的尺度运用到对象上去;因此,人也按照美的规律来建造。

——马克思

任何人的研究,没有经过数学的证明,就不能认为是真正的科学。

——达·芬奇

数学是很有魅力的。正如一位古代数学家所说的：哪里有数学，哪里就有美。数学是一门放之四海而皆准的学科。它与社会科学一样，渗透到社会生活的方方面面。因此，有人说过，数学也是一个宇宙。它包罗一切，渗入一切，什么学科都离不开它。

——谈祥柏

科学与艺术，是人类实践活动的两大领域，是人类精神之树上两朵灿烂夺目的奇葩。虽然它们表面看来似乎是相距很远，互不相干，然而他们又像是一母所生的姐妹，有着那么多的相同和相通之处。这就产生了极大的诱惑，吸引人们想将他们放在一起来进行比较和思考。

——摘自《青年审美向导》

前 言

我是一个中学数学教师,几十年来跟数学作伴。有的人认为数学很枯燥又难学,我却不然,感到数学很有趣,它给我带来了无穷的欢乐。

在生活中碰到了这样一个实际问题,即事物的“美”跟“数学”有什么关系?例如“这个人很美”或“这件衣服很美”,跟加减乘除,跟三角形、正方形又何相干?在有的人看来,这绝对是“风马牛不相及”的。

然而细细想想,结论“不相及”似乎不妥。“这个人很美”可能指这个人身段修长而言,身段修长的人的身高和肩宽的比自然很恰当,这里该有一个完美的比例数。“这个人很美”也许是指这个人面容俊秀,俊秀的脸五官自然比较端正或脸的形状常现鹅蛋形。这里面就有比例和谐的内容和几何图形的特征,均与数学有关。诸如此类的例子很多,说明美与数实际上的确存在着一些联系。

以形象著称的美跟以抽象著称的数学内在会有联系,那么这种联系是偶然形成的还是必然的?其中有没有规律性的东西?探讨这些问题十分有趣,具有

很大的“诱惑”力，它深深地把我吸引了过去，我一头扎进去就是十五六年。于是我经常忙碌在这个新奇天地中，有幸的是这些年并没有白过，收获还是不少的。

众所周知，美最集中的地方是艺术，艺术是美的王国。探索艺术美跟数学的相关性，成了我这些年来朝思暮索的焦点。

艺术的门类很多，有音乐、绘画、舞蹈、雕塑、建筑、书法、摄影、构成等。这些艺术于我来说都很陌生，为了弄懂它们，只有刻苦认真地学习，学思相结合。前人在探索美与数学相关连方面已有不少成果，但总的说来还是属于离散性质的。我的企望是把前人的成果加上我研究的心得集中起来加以发展并上升到理论，在这基础上构成一个完整的系统。从理论和实践上说，这是完全可行的。

数学是从客观事物中抽象出数和形，反过来数和形又渗透到客观事物中去。数学的渗透力是无穷的，美学无疑也是数学渗透的一个领域。美学的外延又极其宽广，无处没有美的踪影。正是这两门学科自身的特点，导致了美学与数学的互相联姻和交融。事实也说明了美学与数学在它们深层空间有着密切的联系，而“形式美”是它们沟通的最基本、最重要的通道。

探索蕴藏在“美中的数”的规律性，是本书的中心课题。问题研究得越深刻，必然导致产生一门新颖的边缘学科——“数学美学”（这是我给她起的芳名）。

“数学美学”的基座是美学,其方法论是数学应用。目前这门新学科还不算成熟,然而却已显示了自身的生命价值。根据我的研究,它有两条基本原理,即“论美联系数”和“量是美的一个原则”。“论美联系数”中的数,泛指数量、几何图形、数学模型、原理及数学思维等,即是数学的全部内涵。

本书为什么取名“迷人的彩虹——美中的数”呢?这是因为任何一种美(自然美、艺术美)经过鉴赏分析总会从中发掘出十分丰富的数学成分,犹如阳光通过大气中的水滴的反射、折射会形成迷人的七色彩虹一样。七色彩虹镶成了一个新天地,这就是“数学美学”。(本书原名《数学美学》)

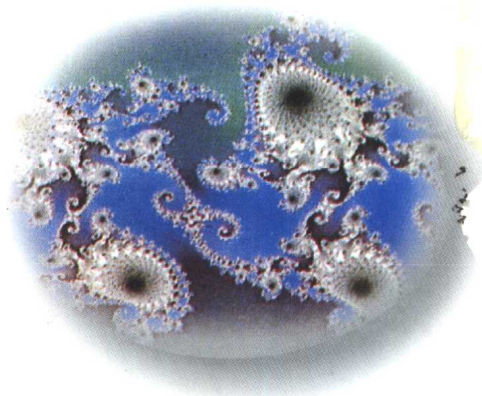
本书是一本科学普及读物,首先奉献给在校学生和青年。也可以作为从事音乐、绘画、舞蹈、雕塑、书法、建筑、装饰及数学、生物等学科教学的教师及专业工作者的参考资料。在大力推进素质教育的今天,本书不失为进行美育教育的一本良好读物。

借此出版之际,谨向著名科普作家、中国人民解放军第二军医大学谈祥柏教授,上海科普出版社李乔同志、黄家礼同志,上海同济大学出版社司徒妙龄女士,上海闵行区教科所周代骏先生致意,他们对本书的出版给了许多的帮助。

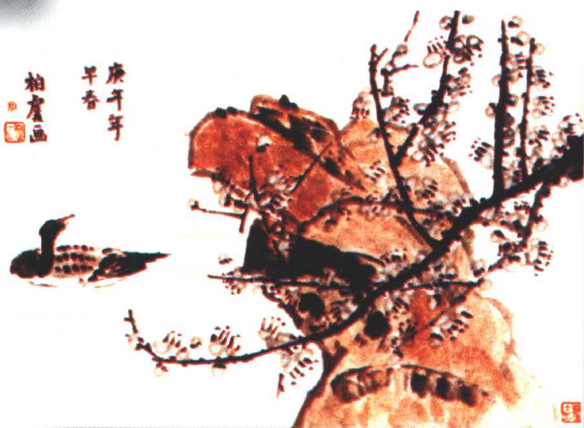
作者
2000.8



人体



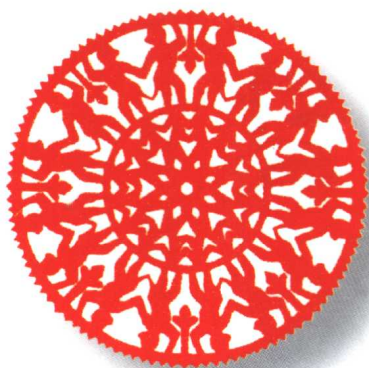
混沌



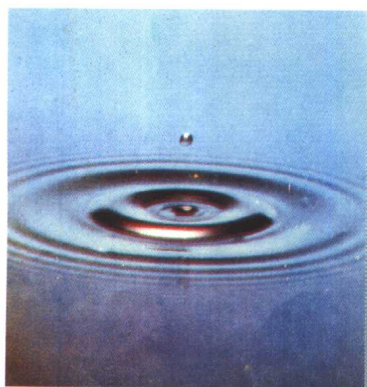
梅花与鸭



脸



北魏对猴团花剪纸



水的韵律



南京灵谷塔

2016/01

目 录

绪论	1
第一章 美与数有不解之缘	6
一 人类初期的审美活动/7	
二 蓬勃发展的美/17	
三 美的理论支点/28	
四 混沌美/38	
五 对美的展望和思考/51	
[附] 黄金分割/56	
第二章 联姻之花	59
一 音乐/60	
二 绘画/72	
三 舞蹈/87	
四 雕塑和人体美/95	
五 建筑艺术/109	
六 文学、书法/135	
七 自然美/152	
[附] 等速螺线(即阿基米德螺线)/183	
八 构成/184	
第三章 “美以数取”拾趣	200

绪 论

人类对美的认识经历了漫长的岁月,并且始终伴随着人类社会的发展而发展。相当长的历史时期中人对美的认识较多地只满足于解释一些美的现象。直到 19 世纪,才逐渐转变为以社会实践的观点来认识美。诚然,这是一大进步。我们知道,人类的社会实践活动,是以生产劳动作为最基本的形式的。在生产劳动中,人类改造了自然,也改造了自己。在这个过程中,自然“人化”了,人也“人化”了,“精神沉入物质”(恩格斯语)。美和美感就是人在“复现自己”中得以显现。精神上的愉悦,自然不同于物质需要满足时的生理上的愉快。

美在于心物联系,在审美过程中审美生理和审美心理同时起作用。美感是一种特殊的生理、心理现象并伴有情感因素。美是一个以人为中心的开放系统,并且处处受到审美功利观的制约,任何民族都无例外。

马克思以社会实践的观点,建立了美的一整套理论。他明确指出,审美心理应以数学理念为基础。这一主张与他的审美“尺度”思想相一致。“尺度”跟“量化”必然联系在一起。“尺度”一词狭义地可理解为“具有美的特性的事

物的数量比例关系”。在形象思维中辅以逻辑思维(一般地,后者不能取代前者),定性分析应与定量分析相结合。

美是事物的美,物质是美的载体。有物质便会有反映物质存在的形式。我们承认美必须有形式,肯定形式对于美的存在具有特别重要的意义。我们又认为美的形式离不开美的内容,而且在根本上是由美的内容所决定的。

美的内容是什么?归根结蒂,美的内容是人在社会实践中表现出来的合目的性和合规律性的人的创造力量,具有社会性是美的内容的一个特点。

美的内容的另一个特点,是它的差异性。由于人是阶级社会的人,各人的经历又不尽相同,同样的山,同样的水,各人审美结果有时会不一样,这是可以理解的。

美的形式是什么?美的形式是显示人的自由创造力量的感性形式。美感的一个基本特征,便是它的直觉性。

美的内容和美的形式是对立的统一,这里可以引用黑格尔的一句名言:“内容非他,即形式之转化为内容;形式非他,即内容之转化为形式。”

美的内容和形式对立统一的一个典型例子便是“形式美”。形式美的法则,我们将在第一章中详加论述,即齐一、节奏、对称、均衡、比例及和谐等。一般地说,只要符合形式美的法则的形体都是美的。而形式美的法则,大都跟数学模式有联系。

至此,我们可以归纳出正确、合理的审美判断应包含以下几个方面:(1)物质属性与社会属性相统一;(2)美

的内容与形式相统一；(3) 定性分析与定量分析相结合；(4) 具象思维与抽象思维相结合。

美学历来在哲学中占有一席之地。美和美感广泛地出现在各个领域，与多门学科有联系。曾有人做过调查，美学同 20 多门学科有边缘关系，包括数学。

数学是研究客观事物的数量关系和空间形式的科学。在它的广阔的研究范围中，也有美学中的数量关系和空间形式。

数学在审美活动中，发挥着积极作用。须知，美中确实含有理性因素。欣赏美由于各人的修养、经验不同，会有不同的意味，有时差异很大。如果放入理性尺度，那么这种差异就会缩小，共同性会增多。数学在审美活动中，能起到这样的作用。

数学的作用一般是指应用数学模型、几何图形的性质以及数学思维来展示美的构成，美与周围联系的特征，即美的特点。

美学和数学的相互作用、相互渗透的威力是巨大的。它们的联姻、结合，必然导致产生一门交叉学科“数学美学”，它的基座是美学。“数学美学”有 2 个基本原理，它们是“论美联系数”和“量是美的一个原则”。由这 2 个原理直接派生出 4 个性质：

1. 相关性 物是美的载体，而物必有图形和量数(构成“数学”的二要素)2 个成分。从大量审美活动中可知，美和数学在深层次有着密切的联系。因此，什么样的美就

会产生什么样的图形和量数特征。

2. 可操作性 无论鉴赏美或创造美,在联系数学时皆可以做必要的测绘和计算。有时还可借以计算机的帮助。

3. 思维性 在“数学美学”中,具象思维(具体、形象思维)和抽象思维互相补充、密切配合使用,有助于审美创造能力的提高。

4. 深刻性 “论美联系数”和“量是美的一个原则”的实施,也为揭示美的本质提供了一个新的支点。诚然,这在美学理论上具有重要的意义。

还应该特别提到的一点,形式美的法则是美和数相关联的重要通道和表现形式。

以上 2 个原理、4 个性质是否只对自然美来说的呢?对其他类型的美适用吗?如对优美、壮美、喜剧、悲剧、崇高等。结论是肯定的。因为其他类型的美,虽然并非自然美那样具有强烈的图形和数量感,但也都是建立在物质实体上的美,美与数的内在联系是同样存在的。

由于艺术美是美的典型形态和高级形式,因此我们在第二章中将讨论各艺术分支中数学的渗透和作用。可见,富有魅力的艺术世界和具有非常抽象形式的数学王国之间,根本不存在不可逾越的鸿沟,却有着那么多的相同和相通之处。

在说到艺术中的美时,曾多处提到“愉悦”和“美的享受”等词语。对待艺术美感,一般不能简单地归结为“愉

悦”或“美的享受”，美感应该是指各种各样的与某种可感的形式相对应的情感。可以是欢快的，也可以是沉重的，既可以是喜悦的，也可以是悲愤的。愉悦性并不是艺术普遍的特征，感人性、感染性才是艺术所不可缺少的品质。法国著名的雕塑家罗丹(1840~1917)曾经说过：“艺术就是感情”。

真、善、美在艺术美中应该是统一的。法国评论家波瓦洛才说：“只有真才美，只有真可爱。”美的创造离不开对“真”的把握。这里的“真”可谓美内在的规律性。反之，如果违背了其中的规律，那么美的产品也就创造不出来。因此在创造美的过程中(如各类艺术美)，应自觉地运用和发挥数理的指导性作用，使产品牢固地建立在心理科学和自然科学的基础之上。美与善是密切联系的，它具有对人类无害、有利、有用等社会功能。这即美的功利性。值得赞赏的是，现有人用价值论的思想方法来解释美，这是一种尝试，更是一种进步。

我们已了解审美活动中数的影响和作用，这是正确认识美的本质的一个重要依据。但也应该看到，并非所有的审美活动都可以联系数，这也是事实。

恩格斯(1820~1895)说：“文化上的每一进步，都是迈向自由的一步。”数和美的交流，必然会有力地推动美学科学化的进程。

美与数有不解之缘

第一章

人类对客观世界的认识,大体经历了这样3个阶段。

在古代,人类对客观世界的认识,仅把客观世界看作是一个低级的混沌体,不分自然科学和社会科学。人对自然和社会只能从外部整体上去认识,这是因为当时社会生产水平十分低下的缘故。

在近代,随着社会生产水平的提高,人类认识客观世界的手段和能力大有提高。自然科学、社会科学和数学有了明确的划分,并出现了分支学科和交叉学科。

到了现代,科学一方面继续分化,同时分化也为综合创造了条件,出现了综合的趋势。特别是横断科学的出现,电子计算机的广泛应用,整体化趋势越来越明显。现代科学的总的趋势是日益定量化。

上述的“合一—分—合”的历史走向,从整体上造成了美学与数学两门学科相联系的条件。然而美学与数学的密切关系,根本的原因还在于它们各自的特点和性质。

数学是研究现实世界的数量关系和空间形式的科学。它通过质变、量变的手段来沟通各门学科间的横向联系。数学的特点,在于它的结构和思维的高度严谨、抽象以及