

巢纪平

厄尔尼诺和

南方涛动动力学

ENSO DYNAMICS

气象出版社

厄尔尼诺和南方涛动动力学

巢 纪 平

气象出版社

(京)新登字 046 号

内 容 简 介

厄尔尼诺和南方涛动 (ENSO) 是分别发生在热带海洋和大气中的两种能影响全球气候异常的现象。本书论述了 ENSO 及热带海气相互作用的理论、模拟和预测，揭示了海洋在大气风应力响应下的某些重要动力过程和大气在海洋热力作用下的运动规律。全书共分六章：热带大气和海洋的基本运动；热带海洋对风应力的响应；热带大气环流对海洋加热的响应；遥相关理论；海洋和大气的耦合波以及 ENSO 的生命史和年际变率。本书结构紧凑，内容精炼；基本反映了国内国际 80 年代以来在热带海气相互作用课题中的最重要成果，其中也包括了作者近年来的许多研究工作。

本书适合于气象科学的研究工作者、研究生、教师及海洋动力专业的科教人员阅读参考。

厄尔尼诺和南方涛动动力学

巢 纪 平

责任编辑：邹坚峰 终审：纪乃晋

封面设计：牛 浩 责任技编：都 平 责任校对：吕 影

气象出版社出版

(北京西郊白石桥路 46 号)

中国科学院印刷厂印刷

新华书店总店科技发行所发行 全国各地新华书店经销

*

开本：787×1092 1/16 印张：19.75 字数：494 千字

1993 年 12 月第一版 1993 年 12 月第一次印刷

印数：1—1100 定价：22.50 元

ISBN 7-5029-1348-3/P · 0587

前　　言

厄尔尼诺（El Niño）和南方涛动是分别发生在热带海洋和大气中两种能影响全球气候异常的现象。60年代末 Bjerknes 指出，这两种现象间存在内在的联系，是热带太平洋大尺度海气相互作用的表现。现在已把这两种现象合起来简称为 ENSO。

ENSO 的研究具有理论和现实意义，为了能预测它的发生与发展，80年代初，以世界气象组织为首的国际科学组织，联合发起制定了为期 10 年的 TOGA（热带海洋和全球大气）计划。我国海洋和气象学家与美国科学家联合进行的“中美热带西太平洋海气相互作用研究”是对 TOGA 计划的一个重大贡献。在五年的实施中，取得了有关海洋和大气 ENSO 现象的宝贵资料。事实上，早在 30 年代初，著名的气象学家涂长望教授已经用南方涛动的概念来研究中国的旱涝问题，可以说，我国是最早重视 ENSO 研究的国家之一。

我在前几年从事热带西太平洋海气相互作用研究时，就有一个心愿，希望写一本有关 ENSO 的书，为推进我国 ENSO 的研究贡献一点力量。目前在这门边缘分支学科正处在方兴未艾之际，各种观点和理论相互争鸣的阶段，要写好这本书，真有一种心有余而力不足之感。不过，此书如能引起我国的年轻科学工作者的兴趣，减少他们查阅文件和分析问题的时间，则心愿足矣。进而，如果能听到对此书的批评和讨论意见，这无疑是对作者劳动的鼓励，我衷心欢迎这些意见。

感谢王彰贵博士、王立治、邢如楠副教授在写书过程中的帮助，纪乃晋同志鼓励和促成此书的定稿，气象出版社邹坚峰同志为编辑此书花了不少时间，国家自然科学基金项目资助本书的出版，在此一并致谢。

巢纪平

1992 年 10 月 19 日

于北京

目 录

前言

第一章 热带大气和海洋的基本运动	(1)
1.1 热带大气和海洋的基本状态	(1)
1.2 运动方程和热力学关系	(3)
1.3 若干简单的模式	(7)
1.4 赤道自由波系	(11)
1.5 赤道波的一类不稳定性	(14)
1.6 强迫运动	(18)
1.7 简单的海气相互作用运动	(20)
第二章 热带海洋对风应力的响应	(23)
2.1 热带海洋的变率	(23)
2.2 海洋响应的若干物理过程	(25)
2.3 一层浅水模式的响应	(28)
2.4 两层模式的响应	(33)
2.5 层结海洋的响应	(36)
2.6 海洋在气候状态附近的响应	(42)
第三章 热带大气环流对海洋加热的响应	(51)
3.1 Walker 环流和 Hadley 环流	(51)
3.2 Walker 环流中的热量平衡	(52)
3.3 考虑了潜热后的线性 Walker 环流模式	(56)
3.4 考虑了平均流场后的 Walker 环流	(62)
3.5 加热作用下热带环流的简单解	(68)
3.6 热带大气环流的模拟	(75)
第四章 遥相关理论	(83)
4.1 观测事实	(83)
4.2 两类基本的响应过程	(85)
4.3 Walker 和 Hadley 环流型的遥相关	(91)
4.4 正压 Rossby 波的定常响应和射线理论	(98)
4.5 斜压大气遥相关的射线理论	(103)
4.6 潜热的动力反馈作用	(109)
4.7 大气的季节性影响	(117)
第五章 海洋和大气的耦合波	(127)
5.1 理论问题的提出	(127)
5.2 简单的海气耦合模式和简单解	(128)
5.3 Kelvin 波之间的相互作用	(133)

5.4	Kelvin 波和 Rossby 波之间的相互作用	(136)
5.5	Rossby 波之间的相互作用	(144)
5.6	长波低频近似	(155)
5.7	不同形式海洋加热的影响	(164)
5.8	海洋边界的影响	(171)
5.9	蒸发和降水的影响	(178)
第六章	ENSO 的生命史和年际变率	(187)
6.1	ENSO 事件的气象和海洋场特征	(187)
6.2	1982/83 和 1986/87 年的 ENSO 事件	(194)
6.3	ENSO 的年际变率	(201)
6.4	南方涛动对 El Niño 的响应	(205)
6.5	El Niño 对南方涛动的响应	(214)
6.6	ENSO 生命史的模拟	(225)
6.7	ENSO 年际变率和长周期自激振荡	(249)
6.8	自然振荡子和时滞作用方程	(266)
6.9	时滞作用振荡子的性质	(270)
6.10	海波动力学和 ENSO 的时间尺度	(281)
6.11	非海洋波动过程的作用	(294)
6.12	可预测性的研究	(305)

第一章 热带大气和海洋的基本运动

1.1 热带大气和海洋的基本状况

热带大尺度大气运动基本上是热力性的直接环流。在太平洋，重要的加热区在赤道辐合带 (ITCZ) 和南太平洋辐合带 (SPCZ)，这两条辐合带在西太平洋的海洋大陆靠得很近 (图 1.1)^[1]，空气在这些地面为低压的对流区上升，在副热带和东南太平洋的高压区下沉，下沉气流与信风汇合再回到对流区中，形成了闭合的垂直环流。

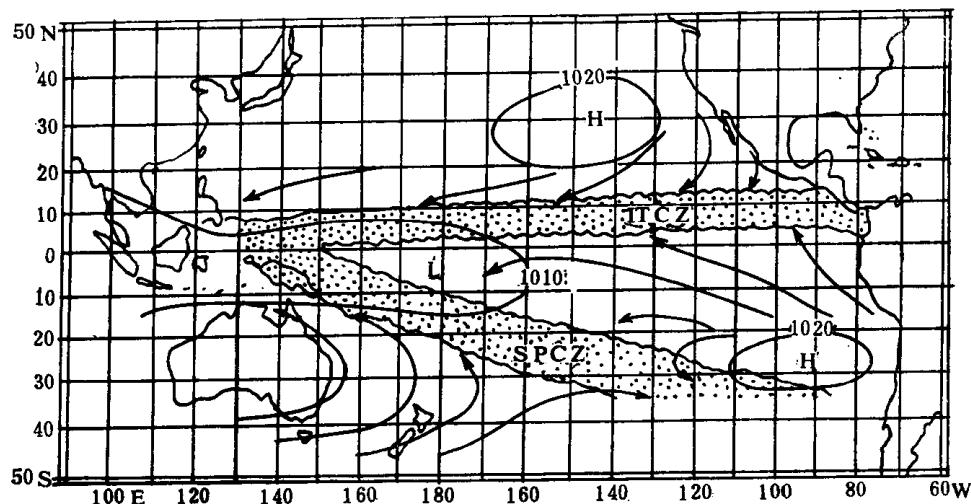


图 1.1 热带大气辐合带的位置

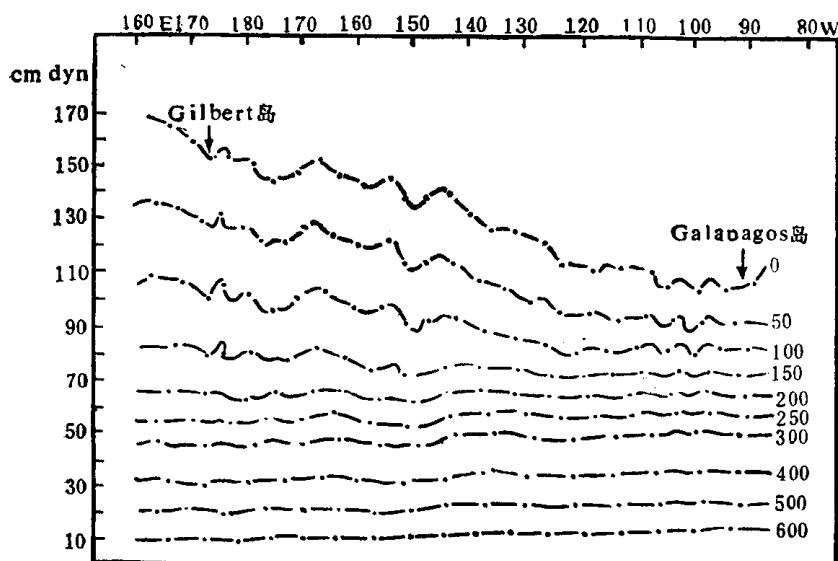


图 1.2 沿赤道海表动力高度的东西向分布

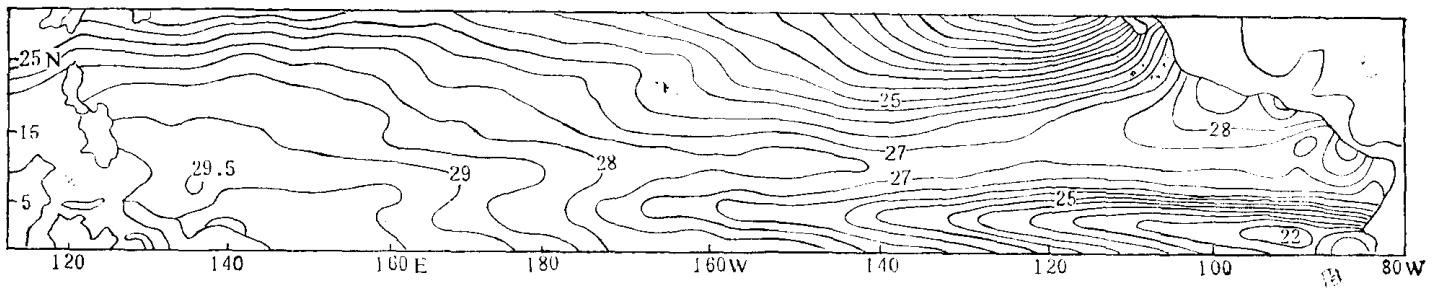


图 1.3 热带太平洋年平均海表温度分布

在信风的驱动下,赤道表层海水是向西流动的,相应的洋流称北赤道和南赤道洋流。大量的海水在西太平洋堆积,使海平面呈西高东低的形势(图 1.2)^[2],在东西方向压力梯度的作用下,次表层出现向东的急流,称赤道潜流(EUC)。

热带海洋的热力状态除受太阳辐射的影响外,受动力影响很大,海表温度(SST)具有独特的分布形式。在旋转地球上由于科里奥利力的作用,表层向西流动的海水有一部分向两极方向辐散(Ekman 效应),与次表层向东洋流相伴随的则是向赤道辐合的流动,由于质量连续性要求,形成了赤道上升流。在东太平洋赤道及以南地区,受海洋边界的影响,加上南来表层洋流的 Ekman 效应,在该地区也形成强的上升流。次表层冷的海水上升到海表,使赤道附近中东太平洋的海表面温度呈冷舌状结构(图 1.3)^[3]。由于这样,西太平洋表层海水中的热含量要大于东太平洋,使温跃层由西向东抬升(图 1.4)^[2]。

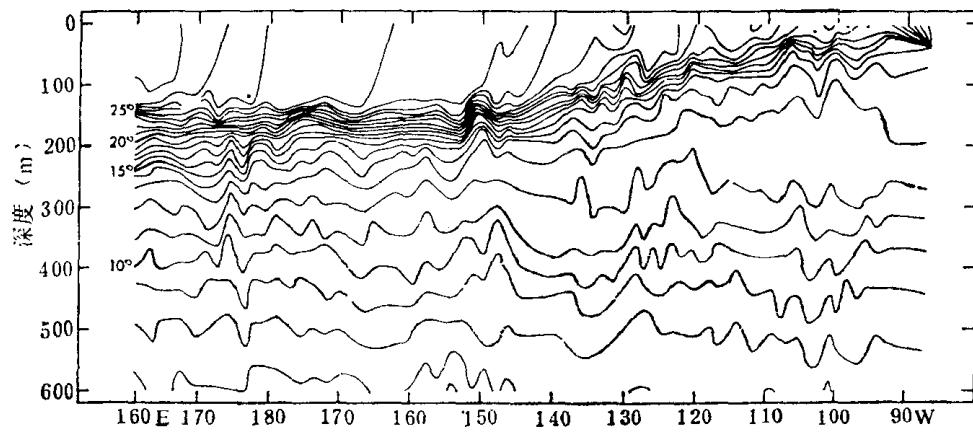


图 1.4 沿赤道太平洋各深度温度的东西向变化

热带大气和海洋的这些物理状态,有季节变化也有年际变化。某些年份由于某种原因,赤道中东太平洋的海表温度可以高出气候平均值很多,这些暖水事件称为 El Niño。这时辐合带和对流区向东和向赤道移动,即向着海表温度的正距平区移动。与之相应的,海洋大陆低压区的海平面气压升高,东南太平洋反气旋环流区的海平面气压降低。相反的事件,是赤道中东太平洋出现异常的冷水,称 La Niña 事件。这时热带大气环流系统将偏离其正常的气候位

置和强度,向着与 El Niño 时期相反的方向变化。热带东西太平洋的海平面气压呈相反变化的趋势,这一现象早在半个多世纪前就被 Walker 所发现^[4],并称为南方涛动(SO)。若以位在海洋大陆的 Darwin ($12^{\circ}\text{S}, 130^{\circ}\text{E}$) 的年平均海平面气压与全球海平面气压作相关,则如图 1.5 所示^[5],在东南太平洋的 Tahiti($17^{\circ}\text{S}, 150^{\circ}\text{W}$) 附近负的相关系数最大,即 Darwin 和 Tahiti 的气压呈相反的年际变化趋势,这就是南方涛动。南方涛动的强度可用 Tahiti 和 Darwin 的海平面气压差表示,称南方涛动指数(SOI)。

南方涛动和 El Niño/La Niña 分别是发生在热带大气和海洋中的异常事件,60 年代 Bjerknes 指出^[6,7],这两种现象存在密切的联系,是热带大气和海洋运动相互作用的表现,因此近年来把 El Niño 和南方涛动合起来称为 ENSO。在另一方面,El Niño 和 La Niña 也是互补的,由暖的 El Niño 位相和冷的 La Niña 位相组成一个南方涛动循环^[8]。

由这些观测事实可知,热带大尺度运动基本上是对海洋加热的响应,而次表层以上的海洋运动则是对大气风应力的响应,所以热带大气和海洋可以作为一个耦合系统整体地运动。

下面首先讨论热带大气和海洋中的自由波,然后给出若干简单的强迫运动,和耦合运动

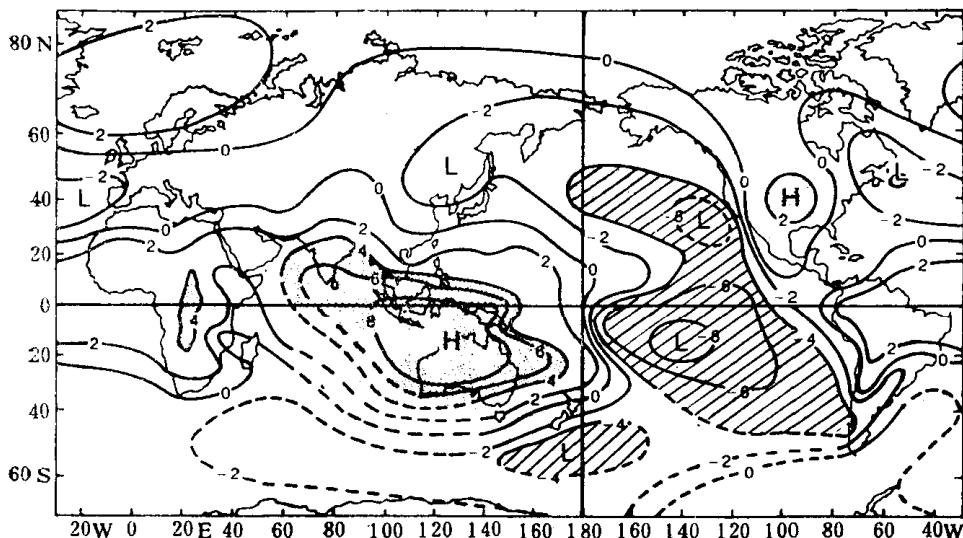


图 1.5 Darwin 年平均海平面气压与全球海平面气压的相关

与 ENSO 现象有关的强迫过程和耦合过程的特征,将在以下各章中分别讨论。

1.2 运动方程和热力学关系

先不考虑强迫作用,把大气和海洋看成是理想流体,则在地球转动和重力影响下,由动量守恒得到运动方程

$$\frac{d\vec{V}}{dt} + 2\vec{\Omega} \times \vec{V} = -\frac{1}{\rho} \nabla p + \vec{g} \quad (1.1)$$

式中 \vec{g} 为流体质点的速度矢量, $\vec{\Omega}$ 为地球转动角速度, p, ρ 分别为流体的压强和密度, \vec{g} 为重力加速度。算子

$$\frac{d}{dt} \equiv \frac{\partial}{\partial t} + (\vec{V} \cdot \nabla)$$

由质量守恒得到流体的连续性方程为

$$\frac{d\rho}{dt} + \rho \nabla \cdot \vec{V} = 0 \quad (1.2)$$

如果

$$\frac{d\rho}{dt} = 0 \quad (1.3)$$

称流体是不可压缩的, 相应地有

$$\nabla \cdot \vec{V} = 0 \quad (1.4)$$

即不可压缩体是三维无辐射的。

如取温度 T , 压力 p 为流体的热力学状态函数, 则状态方程的一般形式为

$$\rho = \rho(T, p) \quad (1.5)$$

对理想气体则有

$$p = \rho RT \quad (1.6)$$

R 为气体常数。

单位质量热力学的吉布斯函数为

$$G = I + \frac{1}{\rho} p - TE \quad (1.7)$$

式中 I 为内能, E 为熵。热力学第二定律可以写成

$$dI = T dE - pd\left(\frac{1}{\rho}\right) \quad (1.8)$$

由此有

$$dG = -EdT + \frac{1}{\rho} dp \quad (1.9)$$

并有关系式

$$E = -\frac{\partial G}{\partial T}, \quad \frac{1}{\rho} = \frac{\partial G}{\partial p} \quad (1.10)$$

由这些关系, 可以写出熵的变化为

$$dE = \frac{c_p}{T} dT - \frac{\alpha}{\rho} dp \quad (1.11)$$

这是因为

$$dE = \left(\frac{\partial E}{\partial T}\right)_p dT + \left(\frac{\partial E}{\partial p}\right)_T dp \quad (1.12)$$

所以

$$c_p = T \left(\frac{\partial E}{\partial T}\right)_p \quad (1.13)$$

可以作为定压比热的定义。考虑到

$$\frac{\partial E}{\partial p} = -\frac{\partial^2 G}{\partial T \partial p} = -\frac{\partial}{\partial T} \left(\frac{1}{\rho}\right) = \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial \rho}{\partial T} \quad (1.14)$$

则(1.11)式中的 α 为

$$\alpha = -\left(\frac{1}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial T}\right)_p \quad (1.15)$$

称为流体的热膨胀系数。对理想气体考虑到(1.6)式后,有

$$\alpha = \frac{1}{T} \quad (1.16)$$

类似地,有关系式

$$d\rho = -\alpha \rho dT + k \rho dp \quad (1.17)$$

式中

$$k = \left(\frac{1}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial p}\right)_T \quad (1.18)$$

称流体的压缩性系数,对理想气体有

$$k = \frac{1}{\rho} \quad (1.19)$$

另外,定义

$$C = \left[\left(\frac{\partial p}{\partial \rho}\right)_E\right]^{1/2} \quad (1.20)$$

为绝热声速,容易求得

$$C^2 = \left(\frac{\partial p}{\partial \rho}\right)_E = \frac{1}{k\rho} \kappa, \quad \kappa = \frac{c_p}{c_v} \quad (1.21)$$

式中

$$c_v = T \left(\frac{\partial E}{\partial T}\right)_\rho \quad (1.22)$$

称为定容比热。不难算出,在一般情况下有

$$c_v = \frac{1}{\kappa - 1} \frac{T \alpha^2}{k \rho}, \quad c_p = \frac{\kappa}{\kappa - 1} \frac{T \alpha^2}{k \rho} \quad (1.23)$$

以及

$$c_p - c_v = \frac{T \alpha^2}{k \rho} \quad (1.24)$$

对理想气体有

$$c_p - c_v = R \quad (1.25)$$

对于等熵过程,或可逆绝热过程有

$$\frac{dE}{dt} = 0 \quad (1.26)$$

考虑到(1.11)后,绝热方程为

$$c_p \frac{dT}{dt} - \frac{\alpha T}{\rho} \frac{dp}{dt} = 0 \quad (1.27)$$

由于

$$dT = \frac{1}{\alpha \rho} (k \rho dp - d\rho) \quad (1.28)$$

应用(1.21)和(1.23)式后,由(1.27)得到

$$\frac{dp}{dt} = C^2 \frac{d\rho}{dt} \quad (1.29)$$

由(1.26)或(1.27)也可以给出绝热方程的另一种形式,为

$$\frac{d\theta}{dt} = 0 \quad (1.30)$$

式中

$$\theta = T \left(\frac{p_0}{p} \right)^\gamma \quad (1.31)$$

称“位温”,其中 $\gamma = \frac{\alpha p}{c_p \rho}$, 对理想气体 $\gamma = \frac{R}{c_p}$ 。

这样,对于绝热过程,由方程(1.1)、(1.2)、(1.5)、(1.27)或(1.30)组成对变量 \vec{V} 、 ρ 、 p 、和 T 的闭合方程组。

严格来说,空气和海水都是可以压缩的。但根据观测,平均来讲,海水的密度变化约为 5%。空气的可压缩性虽然比海水大,但密度变化的作用也只需要在某些场合考虑,例如,当空气微团的密度(比容)由于某种原因发生变化,使不同于它所在周围环境的密度(比容)时,则在重力场中这一密度差将造成阿基米德浮力,使空气微团产生对流。

当气体的密度变化不大时,可以将其值在平衡状态 ρ_0 附近展开,即

$$\rho = \rho_0 + \left(\frac{\partial \rho}{\partial T} \right)_p T' + \left(\frac{\partial \rho}{\partial p} \right)_T p' \quad (1.32)$$

式中带撇号的量表示对平衡值的偏差。由此有

$$\frac{\rho'}{\rho_0} = -\alpha T' + kp' \quad (1.33)$$

此式右端分别为热膨胀和可压缩性对密度变化的作用。

如令 $p = p_0 + p'$, 方程(1.1)的右端在考虑静力平衡条件

$$\nabla p_0 = \bar{g} \rho_0 \quad (1.34)$$

后,有

$$-\frac{1}{\rho} \nabla p + \bar{g} = -\bar{g} \left(\frac{\rho_0}{\rho_0 + \rho'} - 1 \right) - \frac{1}{\rho_0 + \rho'} \nabla p' \approx -\frac{1}{\rho_0} (\nabla p' - \bar{g} \rho') \quad (1.35)$$

因此方程(1.1)可以改写成

$$\frac{d\vec{V}}{dt} + 2\vec{Q} \times \vec{V} = -\frac{1}{\rho_0} \nabla p' + \bar{g} \frac{\rho'}{\rho_0} \quad (1.36)$$

右端第二项为阿基米德浮力。

考虑到(1.33)式后,方程(1.36)的右端为

$$-\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p'}{\partial z} + g\alpha T' - gkp' \quad (1.37)$$

对于海洋,垂直尺度 H 的量级为 $O(10^\circ)$ 公里,上式第一项的量级为 $|p'| / \rho_0 H$, 海水的标高(Scale-height) $H_s = 1/gk\rho$, 海水的等温压缩系数 k 约为 $4.5 \times 10^{-11} \text{ c} \cdot \text{g} \cdot \text{s}$ 单位,算得标高为

$H_s \approx 200$ 公里, (1.37) 第三项的量级为 $|\rho'|/\rho H_s \rho_0$, 因此第三项和第一项量级之比为 $H/H_s \ll 1$, 这表明对于海洋, 可压缩性的影响可以忽略, 由此有

$$\frac{\rho'}{\rho_0} = -\alpha T' \quad (1.38)$$

对于大气, 由于 $\delta p \approx c^2 \delta \rho$, $k = 1/\rho_0 c^2$, 而大气的标高 $H_s = c^2/g$ 约 10 公里, 所以对 $H \approx H_s$ 的运动有

$$\frac{\rho'}{\rho_0} = -\frac{T'}{T_0} + \frac{p'}{p_0} \quad (1.39)$$

但对 $H \ll H_s$ 的浅层运动, 压缩性效应是不重要的, 而有

$$\frac{\rho'}{\rho_0} = -\frac{T'}{T_0} \quad (1.40)$$

对于大尺度的大气和海洋运动来讲, 垂直加速度小到完全可以忽略, 垂直方向的运动方程退化成静力平衡。为简单起见, 在以下对大气和海洋静力平衡统一写成

$$O = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p'}{\partial z} + g \frac{\theta'}{\theta_0} \quad (1.41)$$

式中 θ' 为位温偏差, 由于 $\theta' \approx T'$, 因此用 θ' 代替 T' 后引进的误差是不大的, 但由此可以与 (1.30) 联合起来, 会带来很多方便。

在另一方面, 连续性方程(1.2)可以写成

$$\frac{d\rho'}{dt} + (\rho_0 + \rho') \nabla \cdot \vec{V} + w \frac{\partial \rho_0}{\partial z} = 0 \quad (1.42)$$

考虑到 $\delta \rho' \sim \delta p'/C^2$, 而由运动引起的压力变化为 $\delta p' \sim \rho_0 V^2$, V 为速度的特征值, 如取运动的特征时间 $\tau \sim L/V$, L 为运动的空间特征尺度, 则方程(1.42)第一项的量级为 $V/L(\rho_0 V^2/C^2)$ 取 $\nabla \cdot \vec{V} \leq V/L$, 得到第一项和第二项量级之比为

$$\left(\frac{d\rho'}{dt} \right) / \rho_0 \nabla \cdot \vec{V} \leq \frac{V^2}{C^2} \quad (1.43)$$

由于所研究的运动其速度远小于声速, 所以连续性方程可以简化成

$$\nabla \cdot \rho_0 \vec{V} = 0 \quad (1.44)$$

这里假定平衡密度只是高度的函数。

一种流体, 如果在质量守恒方程中可以忽略密度的个别变化, 而在动量守恒方程中只在与重力相联系的项中才保留密度变化的动力效应, 这样的流体称准不可压缩的^[9]。如果在动量守恒方程中, 与重力相联系的密度变化只考虑热膨胀效应, 这样的流体称 Boussinesq 流体。由于后者只对浅层流体运动成立, 所以称这样的近似为“浅水近似”, 或称“浅水运动”。

1.3 若干简单的模式

为便于对运动的物理性质作解析的或数值的分析, 常用一些简单的模式进行。这些模式一般有:

(1) 正压模式

如把大气和海洋运动均看成是正压的, 在线性化情况下由方程(1.1)、(1.2)和(1.29)给出

$$\frac{\partial u}{\partial t} - fv = -\frac{\partial p}{\partial x} \quad (1.45)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} - fu = -\frac{\partial p}{\partial y} \quad (1.46)$$

$$\frac{\partial p}{\partial t} + C^2 \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) = 0 \quad (1.47)$$

式中 p 已除了环境密度, 或 $p = gh$, h 为流体的扰动厚度。 f 为科里奥利参数, 在赤道邻近可取 $f = \beta y$, $\beta = 2\Omega/a$, a 为地球半径, 称为赤道 β -平面近似。另外,

$$C = (gD)^{1/2} \quad (1.48)$$

D 是未扰流体的厚度, C 称为重力波波速。通常也称这一组方程为浅水流体运动方程。

(2) 位势涡度方程

在上面浅水运动方程中包含了多种频率的运动, 在研究中纬度大尺度运动时, 一般可引进地转近似, 以消除高频运动。在热带地区地转近似虽然不好用, 但仍可以采用一种较地转近似高一级的近似以消除高频运动。如运动的特征时间为 T , 当 $T^2 \gg (2\Omega \sin \varphi)^{-2}$ 即运动的特征时间远长于惯性振荡的时间时, 可引进^[10]

$$fu = -\frac{\partial p}{\partial y} - \frac{\beta}{f} p - \frac{1}{f} \frac{\partial^2 p}{\partial x \partial t} \quad (1.49)$$

$$fv = \frac{\partial p}{\partial x} - \frac{1}{f} \frac{\partial^2 p}{\partial y \partial t} \quad (1.50)$$

将此两式代入(1.47)得到

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} - \frac{\beta^2}{C^2} y^2 \right) \frac{\partial p}{\partial t} + \beta \frac{\partial p}{\partial x} = 0 \quad (1.51)$$

这是适用于热带大气和海洋运动的位势涡度方程, 在这个方程中对于波动只保留了赤道 Rossby 波。

(3) 两层模式

大气运动的两层模式已为人熟知, 对于海洋, 由于层结垂直分布的特殊性, 可以写成另一种形式。

如图 1.6 所示, 上层海洋的厚度为 D , 密度和温度为 ρ_1 和 T_1 , 将它分成两层, 一是厚度为 η 的表面活动层, 大气的风应力直接作用于这一层的顶部即海表, 另一是厚度为 h 的次表层, 两层的速度分别为 (u^s, v^s) 和 (u^b, v^b) 这两层之间存在以垂直速度 W_s 为表征的质量交换。在上层海洋下面, 是一无运动而密度和温度分别为 ρ_2 和 T_2 的等密度和等温层。这样一个两层海洋模式的线性化方程组为

$$\begin{aligned} \frac{\partial \tilde{U}_s}{\partial t} + \beta y \vec{k} \times \tilde{U}_s &= -\frac{\eta}{2} g \alpha \nabla T_s - \frac{K}{D(1-\gamma)} \left(\frac{1}{\gamma} + \gamma \right) \tilde{U}_s \\ &+ \frac{\gamma \kappa}{D(1-\gamma)} \cdot \tilde{U}_s + A_H \nabla^2 \tilde{U}_s + \frac{\vec{\tau}_0}{\eta} \end{aligned} \quad (1.52)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \tilde{U}_s}{\partial t} + \beta y \vec{k} \times \vec{\tau}_s &= -g' \nabla h_s + \frac{D}{2} g \alpha \nabla T_s - \frac{K}{D} (\tilde{U}_s - \tilde{U}_s) \\ &+ A_H \nabla^2 \tilde{U}_s + \frac{\vec{\tau}_0}{D} \end{aligned} \quad (1.53)$$

$$\frac{\partial h_s}{\partial t} + D \nabla \cdot \vec{U}_s = 0 \quad (1.54)$$

$$\frac{\partial T_s}{\partial t} + \Delta \bar{T}_s \left[\left(\frac{1}{2} + \gamma \right) \nabla \cdot \vec{U}_s + (1 - \gamma) \nabla \cdot \vec{U}_s \right] = Q \quad (1.55)$$

式中 $\vec{U}_s = \gamma \vec{u}_s^s + (1 - \gamma) \vec{u}_s^b$, $\vec{u}_s = \gamma (\vec{u}_s^s - \vec{u}_s^b)$, $\vec{\tau}_0$ 为作用于海表的风应力, $\Delta \bar{T}_s = T_1 - T_2$, $g' = g \left(\frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_2} \right)$, $\gamma = \eta/D$, 而 K 为摩擦系数, A_H 为水平湍流交换系数, Q 为海洋失去或得到的热量。

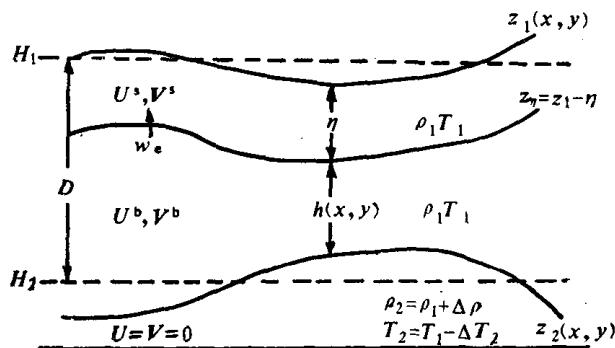


图 1.6 两层模式的结构

如果不考虑海温 T_s 的作用, 上面的方程组就变成 Cane^[12]的模式,

$$\begin{aligned} \frac{\partial \vec{u}^s}{\partial t} + (\vec{u}^s \cdot \nabla) \vec{u}^s + \frac{W_e}{2\eta} (\vec{u}^s - \vec{u}^b) + \beta y \vec{k} \times \vec{u}^s \\ = -g' \nabla h + \frac{\vec{\tau}_0}{\eta} - \frac{\kappa}{\eta} (\vec{u}^s - \vec{u}^b) + A_H \nabla^2 \vec{u}^s \end{aligned} \quad (1.56)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \vec{u}^b}{\partial t} + (\vec{u}^b \cdot \nabla) \vec{u}^b + \frac{W_e}{2h} (\vec{u}^s - \vec{u}^b) + \beta y \vec{k} \times \vec{u}^b \\ = -g' \nabla h - \frac{K_B}{h} \vec{u}^b + \frac{K}{h} (\vec{u}^s - \vec{u}^b) + A_H \nabla^2 \vec{u}^b \end{aligned} \quad (1.57)$$

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \nabla \cdot (h \vec{u}^b) = -W_e \quad (1.58)$$

式中已取

$$\vec{\tau}(z_\eta) = K(\vec{u}^s - \vec{u}^b), \vec{\tau}(z_1) = K_B \vec{u}^b \quad (1.59)$$

如 $W_e = 0$, 并不考虑风应力的作用, 这和气象学中常用的两层模式是一致的。在海洋学中即 Hurlbert 等^[13]所用, 但他们取

$$\vec{\tau}(z_\eta) = \rho C_D |\vec{u}^s - \vec{u}^b| (\vec{u}^s - \vec{u}^b), \vec{\tau}(z_1) = \rho C_B |\vec{u}^b| \vec{u}^b \quad (1.60)$$

式中 C_D, C_B 是阻力系数。

(4) 斜压垂直本征值模式

取特征水平尺度、垂直尺度、运动速度以及特征时间分别为 L, D, V 和 βL , 引进无量纲量

$$(x, y) = L(x^*, y^*), z = Dz^*, t = \frac{1}{\beta L} t^*,$$

$$\begin{aligned}
 (u, v) &= V(u^*, v^*), w = \frac{D}{L} V w^* \\
 p &= p_0(z) + p_0(z)\beta L^2 V p^*(x^*, y^*, z^*, t^*) \\
 \theta &= \theta_0(z) + \theta_0(z)\beta L^2 V / g D \theta^*(x^*, y^*, z^*, t^*)
 \end{aligned} \tag{1.61}$$

对于赤道 β -平面近似, 可以得到无量纲的运动方程和连续性方程为(略去“*”号)

$$\frac{\partial u}{\partial t} - yv = -\frac{\partial p}{\partial x} \tag{1.62}$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + yu = -\frac{\partial p}{\partial y} \tag{1.63}$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial}{\partial z} (\rho_0 w) = 0 \tag{1.64}$$

由静力方程(1.41)得

$$\theta = \frac{\partial p}{\partial z} \tag{1.65}$$

由位温守恒(1.30)的线性化方程得

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} + w \left(\frac{gD}{\beta^2 L^4 \theta_0} \frac{d\theta_0}{dz} \right) = 0 \tag{1.66}$$

式中 $(g/\theta_0 \cdot d\theta_0/dz)^{1/2} = N$ 称 Brunt-Väisälä 频率, 当基本位温随高度有变化时, 可设

$$N^2 = N_0^2 S(z) \tag{1.67}$$

另外, 可定义一个特征尺度

$$L_e = \left(\frac{N_0 D}{\beta} \right)^{1/2} \tag{1.68}$$

称为赤道 Rossby 变形半径。如取 $L = L_e$, 则(1.66)变成

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} + S(z)w = 0 \tag{1.69}$$

对方程(1.62)–(1.65)和(1.69)取下面形式的解

$$\begin{pmatrix} u \\ v \\ p \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} U(x, y, t) \\ V(x, y, t) \\ P(x, y, t) \end{pmatrix} G(z) \tag{1.70}$$

以及

$$\theta = P(x, y, t) \frac{dG}{dz} \tag{1.71}$$

$$w = P(x, y, t) \frac{1}{S(z)} \frac{dG}{dz} \tag{1.72}$$

代入连续性方程(1.64), 得到

$$\left(\frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial y} \right) G + \frac{w}{\rho_0} \frac{d}{dz} \left(\frac{\rho_0(z)}{S(z)} \frac{dG}{dz} \right) = 0 \tag{1.73}$$

为了能使变量分离, G 需满足垂直结构方程, 为

$$\frac{1}{\rho_0} \frac{d}{dz} \left(\frac{\rho_0}{S} \frac{dG}{dz} \right) = -C_m^2 G \quad (1.74)$$

可见, G 为本征函数, C_m 为本征值, 由此得到对本征值 C_m 的水平结构方程组为

$$\frac{\partial U}{\partial t} - yV = -\frac{\partial P}{\partial x} \quad (1.75)$$

$$\frac{\partial V}{\partial t} + yU = -\frac{\partial P}{\partial y} \quad (1.76)$$

$$\frac{\partial P}{\partial t} + C_m^2 \left(\frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial y} \right) = 0 \quad (1.77)$$

显然, 这相当于浅水运动方程 (1.45)–(1.47), 而 C_m 的物理意义相当于无量纲的重力波波速, 或相当于某一无量纲的特征厚度 h_m 。

1.4 赤道自由波系

当热带大气和海洋受到强迫时, 除将引起流场、压力场以及温度场之间的相互调整外, 同时将激发出波动过程。波动在 ENSO 的形成、发展过程中将起重要的作用。最早研究赤道波系的是 Matsuno^[14], 现参照 Moore 和 Philander^[15]对斜压流体中的波动进行分析。

由方程(1.75)–(1.77)得到

$$L_1(U) = \left(\frac{\partial^2}{\partial t^2} - C_m^2 \frac{\partial^2}{\partial x^2} \right) U = y \frac{\partial V}{\partial t} + C_m^2 \frac{\partial^2 V}{\partial x \partial y} \quad (1.78)$$

$$L_2(V) = \left(\frac{\partial^2}{\partial t^2} - C_m^2 \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) V = -y \frac{\partial U}{\partial t} + C_m^2 \frac{\partial^2 U}{\partial x \partial y} \quad (1.79)$$

消去 U 得到

$$\frac{\partial}{\partial t} \left[\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) V - \frac{y^2}{C_m^2} V - \frac{1}{C_m^2} \frac{\partial^2 V}{\partial t^2} \right] + \frac{\partial V}{\partial x} = 0 \quad (1.80)$$

现在来分析由方程 (1.78)、(1.79) 和 (1.80) 所描写的赤道波系的性质。首先讨论 Kelvin 波, 这时要求 $V = 0$, 由(1.78)、(1.79)得到

$$\frac{\partial^2 U}{\partial t^2} - C_m^2 \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} = 0 \quad (1.81)$$

$$y \frac{\partial U}{\partial t} - C_m^2 \frac{\partial^2 U}{\partial x \partial y} = 0 \quad (1.82)$$

由方程(1.81)得到

$$U_{\pm} = U_{\pm}(x \pm C_m t, y) \quad (1.83)$$

令 $X = x \pm C_m t, Y = y$, 代入(1.82)得到

$$\frac{\partial}{\partial Y} \left(\frac{\partial U_{\pm}}{\partial X} \right) \mp \frac{1}{C_m} Y \left(\frac{\partial U_{\pm}}{\partial X} \right) = 0 \quad (1.84)$$

由此有

$$U_{\pm} = A \pm (x \pm C_m t) e^{\pm \frac{1}{C_m} \frac{Y^2}{2}} \quad (1.85)$$

由此可见, 只有 U_{+} 的振幅在 y 方向是有界的, 这表明向东传播的 Kelvin 波才具有物理意义, 其相应的 P 为