

〔美〕 W. D. 米恩斯

应力与应变

STRESS & STRAIN



煤炭工业出版社

【美】W.D.米恩

应力与应变

淮南煤炭学院 译

煤炭工业出版社

W. D. Means
STRESS AND STRAIN

Springer-Verlag

New York Heidelberg Berlin 1976

*
应力与应变

淮南煤炭学院 译

*
煤炭工业出版社 出版

(北京安定门外和平北路16号)

煤炭工业出版社印刷厂 印刷

新华书店北京发行所 发行

*
开本 $787 \times 1092^{1/32}$

印张 $9^{7/8}$

字数 216 千字

印数 1—5,120

1980年10月第1版

1980年10月第1次印刷

书号 15035·2336 定价 1.05元

译 者 的 话

地壳表层的构造现象是多种多样千变万化的，这些纷繁复杂的构造现象是怎样形成的？其规律性如何？对此，许多构造地质学家付出了艰辛的劳动，研究成果是丰硕的。为继承这些研究工作并使之向纵深发展，打好连续体力学基础是很有必要的。在这一方面，《应力与应变》是一本合适的书籍。译者们希望这本书的翻译出版能对今后的构造地质学的教学和野外构造研究有所裨益。

《应力与应变》一书对连续体力学方面论述较全，内容扼要，基本概念交待清楚，引用的数学知识较通俗。为巩固基本概念的阐述，每章均列有一组习题，书的末尾附有习题解答，宜于用作构造地质学的补充教材。对现场构造现象感兴趣的同志也可以把它作为入门参考书来使用。

参加本书翻译工作的有：陈资平（第一至第四章），周治安（第五至第八章），郭柏英（第九、第十章），田炳烈、胡多朝（第十一、第十二章），李海立（第十三章），余立兰（第十四至第廿三章），釗万禧（第廿四至第廿七章），朱焕新（附录：习题解）。最后由陈资平进行汇总。

王连捷、任希飞二同志对全部译稿进行了校对。潘立宙同志对译稿中的许多问题也进行了指导。

限于我们的水平，译文中难免有错误和不当之处，敬希读者批评指正。

译 者

1980年1月于淮南

作者前言(摘要)

这是一本适合于地质学家学习有关应力和应变理论的初等书籍。一个完整的连续体力学论述对学习构造和大地构造的学生来说是必不可少的。基于这样的理由,作者写了这本书。大多数构造地质学专家共同持有上述观点,但连续体力学仍然在典型的地质课程中没有得到反映。目前仍按照传统习惯只给大学生讲少量力学基础课,而连续介质力学方面的课题在研究生阶段才系统地讲授。结果,许多有志于构造和大地构造的学生完成其形式上的培养后,都没有能力懂得或写出具有现代水平的岩石力学方面的论文。

克服这一问题的长远办法是把连续体力学和材料性态列为大学生日常课程。这些课程是难学的,但并不比大学生平常学习的光性矿物学、热力学或其它严密的学科更难。临时的解决办法是给没有学过连续体力学的学生和那些愿意提高自己与地质学有关的力学理解力的地质学者们提供适合的自学书籍。本书就是为了满足学习应力和应变——仍然是两个基本的有争议的连续体力学概念——的暂时需要而写的。

本书所用数学理论是很初步的。对那些熟悉这一学科的人来说本书的论述似乎实在冗长乏味,但对初学的人,特别是没有物理学及应用数学基础的人来说是会有帮助的。为便于领会这些材料,全书安排了27个短章,并且在每章后面有一组习题。但愿通过学习这本入门书籍将有助于对Jaeger(1969)和Ramsay(1967)的一般说来更深入和更广泛的教科书的使用以及对Johnson(1970)和Hubbert(1972)的有关问题手

册的使用。本书的叙述大部分和Riecker (1968) 编辑的 E. G. Bombolakis 与 W. M. Chapple 1976年在力学研究班报告中的章节类似, 并且, 部分地得到它们的启示。本书重点是在应力和应变概念方面而不是在特殊地质问题的解决上。

读者如果想省去应力和应变张量几个部分而摘要阅读本书时, 可跳过11, 20, 21及22章。

W. D. Means

于纽约 阿尔班尼 1975.8.

目 录

第一篇 绪论	1
第一章 岩石材料的组构	2
第二章 力学状态	6
第三章 力学状态的变化	12
第四章 构造的力学意义	18
第二篇 岩石中的力	31
第五章 力的分类	32
第六章 作用在平面上的应力	38
第七章 应力椭球(一)	49
第八章 应力椭球(二)	57
第九章 莫尔应力圆	66
第十章 应力张量分量	80
第十一章 柯西公式, 张量分量的换算	95
第十二章 应力场	105
第十三章 应力过程	115
第三篇 岩石的形变 (deformation)	121
第十四章 变形(distortion)和形变(deformation), 变形的度量	122
第十五章 应变椭球	131
第十六章 表达无限小应变的莫尔圆	142
第十七章 表达有限应变的莫尔圆	150
第十八章 位移梯度和形变梯度	159
第十九章 无限小应变张量分量 (一)	171
第二十章 无限小应变张量分量 (二)	178
第二十一章 有限应变张量分量 (一)	187
第二十二章 有限应变张量分量 (二)	193

第廿三章 应变场	204
第廿四章 应变过程	212
第四篇 应力与应变关系	225
第廿五章 虎克性质	226
第廿六章 牛顿材料性质	239
第廿七章 形变能	248
习题解答	258

第一篇 绪 论

力学考虑任何一种材料系统中的力和运动。某些力学知识在地质学中是有用的，因为一些岩体的许多性质明显地反映出岩体所经受过的力和运动的状况。这类性质包括构造、显微构造、矿物组合、在沉积盆地中的岩层顺序、甚至还有动物群顺序。然而，本书的绝大部分并不讨论岩石本身的力学解释，而是讨论根据理想的均匀连续材料作出良好说明的基本力学概念。在第一章中讨论理想材料与真正岩石之间的异同点。在第二章和第三章中介绍岩体瞬时力学状态与把岩体两个不同瞬时状态相对比之间的重要区别。第四章的内容是地质特征的力学意义综述。

第一章 岩石材料的组构

首先我们给四种材料下定义。

如果一种材料的一部分与任何其他任意部分在性质上是相同的，那末，这个材料是均匀的。不符合本定义的材料称不均匀的。

如果一种材料的每一部分均为这一材料所占据并且材料性质作逐点平滑变化者称为连续材料。不具上述特征，诸如密度和强度等性质在内部边界面两边有突变者称为不连续材料。

当我们把这些定义应用于诸如岩石或土壤，金属或陶瓷那样粒状的结晶质材料时，我们发现所有这些材料都是不均匀的和连续的。例如，即使是最均匀和外观坚密的石英岩立方体在沿颗粒边界上也会有微小的空隙，并且该立方体的任何两部分会有轻微的密度差别。于是，完全均匀和完全连续的材料实际上是不存在的。

但是完全的均匀性和连续性的概念仍然是有用的，因为它们规定着用数学理论来处理的理想材料的许多力学性质。假如我们可以从这一观念出发的话，这些概念也允许我们把材料划分为近似均匀的或近似连续的。图 1.1 是对均匀性的一种解释。请注意，实际上所谓材料均匀的区域是在不严格的或“统计学”意义上来说的，我们对选取的区域应规定一个尺度，而且在这个区域内所要研究的特殊性质、内容也应规定。

图 1.1 图示有黑云母颗粒和节理的花岗质岩脉。该岩石就 1 厘米范围内云母含量来说是近乎均匀的（即：在样品中任何 1 立方厘米的地方含有大致相同数量的黑云母颗粒）。但从同样尺度上节理的出现频数来看，就是不均匀的



岩石材料的组分与构造

图 1.2 展示出在不同尺度上的岩体。每个视域中都有一种以上的近似均匀区。这几类均匀区是指岩体的物质组构均匀。例如，在图 1.2a 中物质组分是粒状石英、片状云母和扭结状黑云母；在图 1.2c 中，它们是褶皱了的沉积岩和火成岩。不论我们在怎样的尺度内观察，都总可以看到被不同物质组构占据的区域。这样的区域被若干边界所分隔，正是这些边界——尤其是确定其空间几何形状 of 边界——规定了岩体的构造。如果构造是用显微镜看出的，我们称它为显微构造。

连续体力学与非连续的岩石

把材料视为连续的力学称为连续体力学。我们要问：假如岩石充满着颗粒界限、层理面及其他构造，而它们的两边的材料性质有突然的并且基本上不连续的变化的话，在地质学中怎样研究这一课题呢？这可以从两个方面来回答：

1. 经验表明，即使运用于不连续材料方面，连续介质力学往往给出接近于正确的预测。例如，当岩石发生变形后，

在多数场合，岩石中的小圆形标志（像海百合茎）按连续体

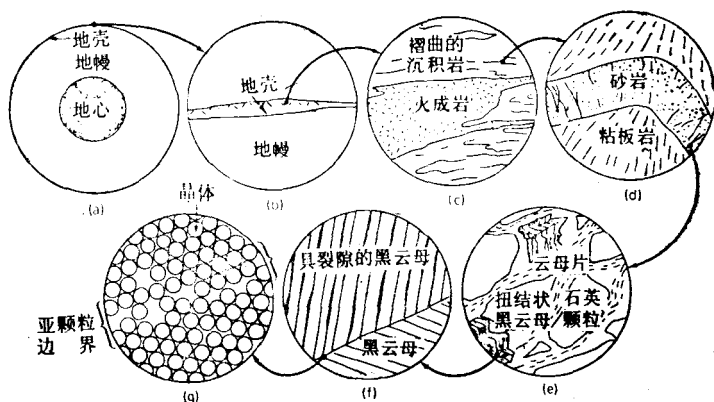


图 1.2 不同尺度的岩体表示材料组 构和构造。(a)由 地心，地幔和地壳构成的地球全貌。(b)地壳和地幔表示的大陆边缘。(c)山系一部分，以褶皱的沉积岩和火成岩表示。(d)以砂岩和粘板岩表示的一个褶皱枢纽。(e)以石英粒，片状云母和扭结状黑云母表示的薄片的一部分。(f)以正常黑云母和具丰富解理裂隙的黑云母所表示的二者之间具有扭结边界的一个内结晶区域。(g)为(f)图的宏观扭结边界中的一个区域，从图象可以看出，被很异常的构造晶粒边界区分开的正常结晶构造区域。(每个图中的材料组分就是标注的实物，而构造就是这些实物间边界的形状)

力学的预言，它应当变为椭圆形，而不是某种其他卵形或立方体形的。我们在野外所见到的发生了变形的大理岩中的海百合茎就是很好的椭圆形。可是要注意，连续体力学之所以预测出正确形状是由于我们用了一个合适的近似方法估量了实际形状。在露头上，我们所观察到的海百合茎的外形是一般化的或平滑的，因为我们的观察工具是眼睛，它不能看出

外形上的小的不规则之处。用于地质学中的许多测量和观察方法都具有同样的趋势，即把客观上小的不规则物理量加以整平，并且它可以与由连续性假定推导出来的预测平滑度完全相当。

2. 支持研究连续体力学的第二点理由是其数学理论比非连续体力学要简单得多。后一理论总是建立在连续概念之上的，从简单和优先这二点理由出发，学生首先需要学习连续体力学概念。

尽管在本书绝大部分中，我们把注意力放在岩石是连续的观点上，但我们应着重指出，实际上岩石中的不连续性在控制材料的性状上是极其重要的。为了探讨岩石中形变特征的起因，最终我们必须研究不连续性。断层始于裂缝，由于小区域异常构造，使矿物颗粒流变活跃起来并通过晶体发生移动。在每一种情况下，形变发生并扩展于全区域的现象并非是材料主体的典型特征。于是，多数形变过程是很局部的现象。

习 题

- 1.1 就黑云母富集在一侧的边长1毫米的立方体的尺度上来说，图1.1的岩石是均匀的吗？
- 1.2 一种材料能否是连续的又是不均匀的？
- 1.3 一种材料能否是不连续的又是均匀的？
- 1.4 由流体充填孔隙的岩石是连续材料吗？
- 1.5 在图1.2b—e的每个图中构造位于两种不同的比例尺上是明显的。试引用该系列中的个别图举例说明之。
- 1.6 有构造的岩石是均匀的吗？
- 1.7 在第一篇绪论中谈到岩体经受过的力和运动状态能从岩石

所含的动物群顺序中反映出来。试举例说明动物顺序怎样能反映运动过程。

注释及参考文献

Fung (1969, 2~4 页), Hodge (1970, 6~10 页), Long (1961, 33~35 页) 和 Malvern (1969 1~2 页) 相当详细地讨论过连续性的含义。

Mase (1970, 44 页), Paterson 和 Weiss (1961, 854~855 页), Turner 和 Weiss (1963, 16~19 页) 讨论过均匀性。Turner 和 Weiss (1963, 24 页) 及 Weiss (1972, 2~3 页) 讨论过构造的含义。

具有构造的岩体总是由几部分组成, 对各种类型的部分给出一个一般名称是合宜的。这里把它们看做材料组构, 并与岩石的化学成分和矿物成分区别开来。

第二章 力学状态

本章介绍某一时刻岩体中的力和运动。这里我们将岩石系统瞬时状况认为是该系统的力学状态。我们仔细地把描述瞬时状态与对比两个或两个以上状态的其他量加以区别, 这种区别在下两章中讨论。

瞬时力学状态以诸如该系统每一部分的位置; 变换着位置的每一部分所具有的速度; 以及作用于其上和其间的力等来表示的。

为了定量地描述这些特征的任何一方面, 我们需要一个参照系 (reference frame) 和一个坐标系统。在图 2.1 中把参照系确定在砂岩中微断层的下盘岩块上, 并以两个座标系统表示。尽管任何一个石英颗粒在这两个座标系统中有不同的座标, 但它们总存在下列等式关系:

$$x' = x + 1.5$$

$$y' = y - 0.5 \quad (2.1)$$

这是因为这两个坐标系统是根据同一参照系确定的。公式 2.1 是坐标换算公式的例子。

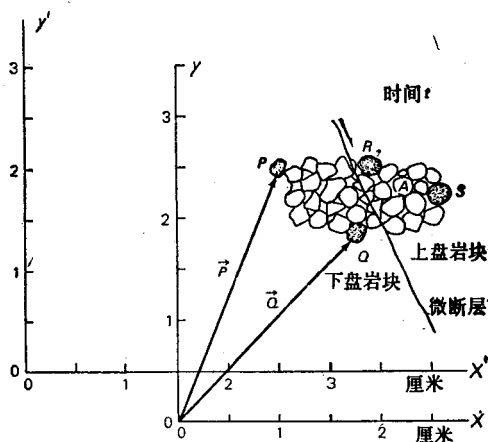


图 2.1 在 t 时刻的石英颗粒和微断层，座标系 xy 和 $x'y'$ 是在以断层下盘为参照系的互换系统中。P, Q, R, S 和 A 是 5 个指定的石英颗粒。矢量 $\vec{P}$ 和 $\vec{Q}$ 是颗粒 P 和 Q 在 t 时刻 xy 座标系统中的位置矢量

通常把参照系确定在(如上述)任意指定为相对静止系统的某适宜部分。图 2.1 中把断层下盘定作一个静止部分，事实上这就意味着与下盘的一些质点保持固定距离的空间一些点被指定了固定的座标。所以参照系的选择与规定空间一些点的座标有关。确定每一点的座标值取决于座标系统的选择。

要注意上面提出的质点(很小的物质点)与点(空间位

置) 之间的区别。

位 置

一个岩石系统各部分的位置按每个质点所在的点的坐标来确定。返回到图2.1上来并取个别石英颗粒作为“质点”，我们能通过列举每个石英颗粒的坐标来描述位置。

描述石英颗粒的第二个方法是对每个石英颗粒规定一个位置矢量。位置矢量以坐标系统的原点做起点，质点位置为顶点的箭号表示（即图2.1中的矢量 $\vec{P}$ 和 $\vec{Q}$ ）。一个岩体所有的质点位置这样就用无限多个位置矢量来表示。要注意位置矢量平行于坐标方向的分量在数值上正好等于质点的坐标。

位 形

所有质点的位置一经指定时，我们也自然地了解这一系统的位形——即联接全部可能的质点对的联线长度和相对方位。对于每个质点来说，在其位置矢量之间的矢量差是第三矢量（图2.2），其值与质点之间的联线长度相等，并且方向平行于联线。

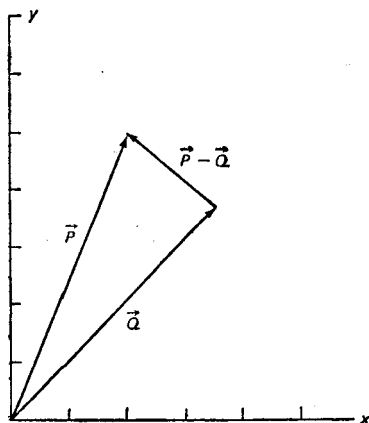
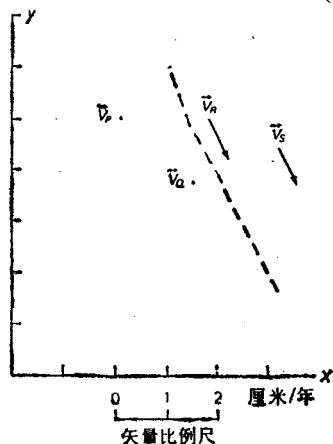


图 2.2 对图2.1中颗粒P和Q的位置矢量和联接颗粒P和Q位置矢量 $(\vec{P}-\vec{Q})$ ，作两个矢量差，在习题2.5的答案中做了说明(见附录)

速 度 (Velocities)

在一个系统中瞬时速度可以绘为小箭号系，代表每个质点的箭号指向质点运动的瞬时方向并具有与质点速度成比例的长度。每个箭号代表每个质点的速度矢量（有大小和方位）。箭号系代表速度场。图2.1的速度场表示在图2.3中。这仅是对某一瞬间速度场而言的，这个瞬间相当于图2.1的时间 t 。

图 2.3 a为图2.1中在 t 时刻的速度场，该速度场表示在下盘参照系中颗粒P, Q, R和S的速度矢量。以在 t 时的颗粒位置作为起点绘出每个矢量，对颗粒P和Q而言，速度等于零，那末在图中该二速度是用0或“无效”矢量（点）来代表



力 (Forces)

在石英颗粒A的边界的每一点上将受到一些可以是相邻颗粒B也可以是相邻的孔隙中的流体所施加的力(图2.4a)。颗粒A也以同等的，相反的力施加在颗粒B或孔隙中的流体之上。由于所研究的点面积很小，所以这些力的数值是很小的。正由于这个缘故，岩石或其他材料中的一些点上的作用力是难以考虑的。可是假如我们代之以石英颗粒边界的一些小点上的力与其面积的比值来考虑的话，即使对很小的面积来