

数学天地逍遥游丛书

HUXUE TIAN DI XIAO YAO YOU

GouGu

XianShi

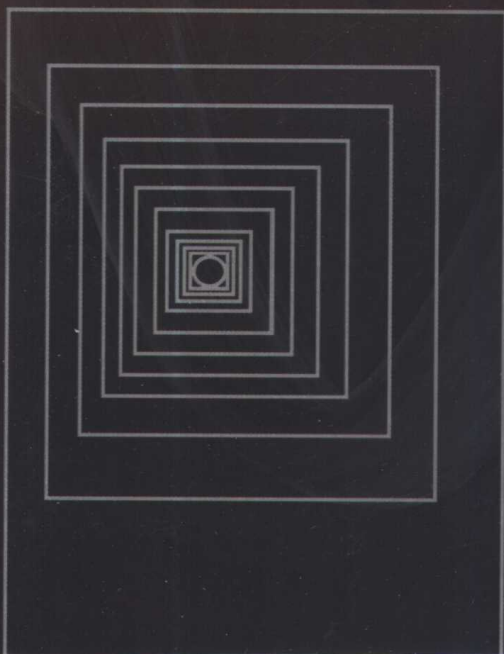
ShangGao

傅钟鹏

勾股先师 商高



新蕾出版社



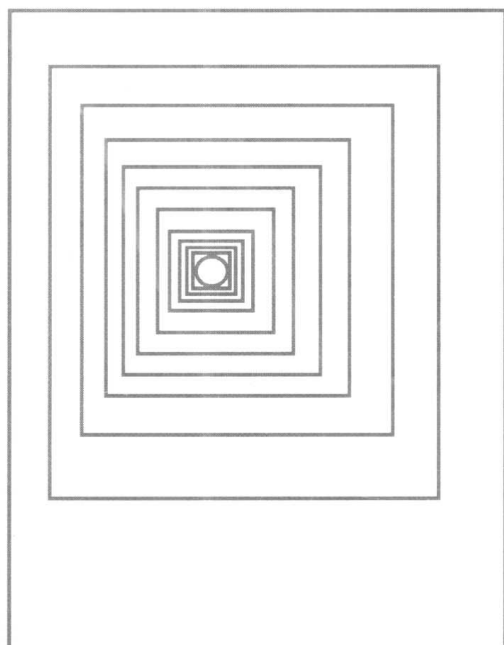
数学天地逍遥游丛书
HUXUE TIAN DI XIAO YAO YOU

GouGu
XianShi
ShangGao

傅钟鹏

勾股先师 商高

新蕾出版社



图书在版编目(CIP)数据

勾股先师商高 / 傅钟鹏著. — 天津: 新蕾出版社, 2001

(数学天地逍遥游)

ISBN 7-5307-2615-3

I. 勾…

II. 傅…

III. 商高 - 生平事迹 - 青少年读物

IV. K826.11

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2001)第 031563 号

出版发行: 新蕾出版社

E-mail: newbuds@public.tpt.tj.cn

http://www.newbuds.com

地 址: 天津市张自忠路 189 号(300020)

出 版 人: 纪秀荣

电 话: 总编办 (022) 27301675

发行部 (022) 27221133 27221150

传 真: (022) 27301675

经 销: 全国新华书店

印 刷: 华康印刷厂河北分厂

开 本: 787 × 1092 毫米 1/32

字 数: 110 千字

印 张: 5.75

版 次: 2001 年 6 月第 1 版第 1 次印刷

印 数: 1 - 3 000

定 价: 9.00 元

写在前面

自古以来,人们遥望浩茫的苍穹,都会产生一种极其美妙的幻想,总想有朝一日,飞出这个被禁锢的大地,御清风遨游于繁星之际,或驻足、漫步在某个神秘而风光绮丽的天国,与陌生的异地文明生物握手言欢,互诉思慕之忱。

因此,便会有人发问:

“天,到底有多高呢?”

这个问题谁也回答不了,于是,只好借托于神话,《淮南子·地形篇》写道:“建木在都广,众帝所自上下”,意思是说:“在都广那个地方,有一棵大树,名叫建木,各方天帝是缘着它在天地之间来往的。”所以,建木实际上是一副天梯,只需

量一量天梯的高度,也就知晓天的高度了。

然而,务实的科学家对这个解答却感到不太满意。我国西汉或更早时期的一部数学著作《周髀算经》记载着“周公问数”,或叫“商高答问”的一段话就是例子。

周公姬旦(公元前 11 世纪)问商高:“没有台阶可供我们上天,又没有一把合适的尺子可供我们量地,那么,怎样确定天有多高、地有多广呢?”商高回答说:“办法是有的,那就是利用勾、股、弦之间的关系,譬如说勾三、股四、弦五。当年大禹治水,要根据山川高下的形势引洪入海,就是用这种方法测量大地。”

勾股定理的发现使数学进入一个变革性的历史时期,从此,数学的应用范围日趋广泛,计算技巧也渐臻灵活。今天,我们能够得心应手地把握这条定理,当然首先应该感谢它的开创者商高,因为这位先师曾经在这方面为人类做出卓越的贡献。

《周髀算经》是西汉(公元前 2 世纪)或更早时期的天文历算著作,在数学方面,内容很丰富,使用了相当繁复的分数算法和开平方法。由于记述简练,演算过程从略,所以后人很难看懂,到三国时(公元 3 世纪初),才由数学家赵爽(又名婴,字君卿)进行详细注释,并对勾股定理、有关勾股弦的各种关系式和二次方程解法做出几何证明,还补充了一些别出心裁的插图。

勾股定理的出现标志着我国古代文明的高度发达,商高所处的年代比古希腊发现毕氏定理(关于勾股弦关系的

2020/10/1

定理,西方称为毕氏定理)的毕达哥拉斯约早六百年。实际上,商高在世界范围内也可以被尊为“先师”。

遗憾的是,历史上未将商高的生平记载下来,所以后人仅能从一些传说中得知片鳞只爪,而既然是传说,真实性就可能较差。

现在我用这本小册子介绍我国古代的杰出数学家商高,是希望读者从中得悉科学宝库中有这样一颗明珠,它的光辉曾经照耀九州大地,成为中华民族的宝贵财富。如果读者能够因此而得到些启发和激励,增进某方面的点滴知识,今后有所发展,那么,我就自认,这本小册子来到人世就“不虚此行”了。

谈到商高的成就,自然免不了要引用《周髀算经》原文和赵爽的注,由于它们都是用文言写成的,读者可能难以接受,本书在相应地方加以译释;书中某些章节的人物对话也用文言文,因为比较浅显,就不再一一作解释。

笔者怀着对先贤商高仰慕崇敬的心情,写成这本书,是抱着这样的信念:要做一名真正的科学技术人员。愿与读者朋友共勉。

傅钟鹏

目 录

旅途	1
故乡啊,母亲	8
不眠之夜	15
邂逅	22
吐哺	28
问数	33
鞠躬尽瘁	39
中原腾飞	45
千秋景仰	52
巧妙的证明	58
形与数的美满结合	65
春兰秋菊	72
《池葭出水》及其他	80

勾股容方圆术	88
从“测日高”到“测岛高”	94
用矩之道	102
求解极值的先驱	111
商高数揭秘	122
见一推二	131
有趣的发展	144
前程无量	153
大洋彼岸的欢乐	163
结束语	174
附录一 商高答问	175
附录二 勾股圆方图	176
附弦图	178

旅 途

“那不是吗？赵先生！”

顺着御车人张千的马鞭指示的方向看去，视力所及的远处是一棵挺直的白杨树，孤零零地在荒郊的原野伫立着，像是一个阔别多年的故友的相思者，翘首遥望，心事重重；又像是一部什么演义或小说中的主人公，独个儿雄踞古战场，那神态和气势足以惊退千军万马。

对于这一带土生土长的人来说，白杨树并不算什么特殊的树种，在田头阡陌，在驿道两旁，到处都能看到，无论是天生或人工栽植的，它们多数是成行排列着；本来身形就是笔直的，配上直线式的布置，林带便严格地构成一个平面，

这个平面又准确地垂直于地面。可是，这一棵是例外，它怪僻地远离它的同类，似乎不屑与那些“弟兄们”为伍，要不然的话，就是被它们抛弃、遗忘！

彳亍复彳亍，这辆负着重载的马车在坎坷不平的村道上已经行进两个多时辰了，轮轴嘎吱嘎吱作响，车身摇摇晃晃，特别是在一些土石块较多的路段，颠簸得更厉害。坐在后座的赵爽有时不得不紧紧攥住车厢的框架，以维持身体的平衡，生怕“翻车掉轱辘”。他望着坐在前座那个手执长鞭、不时吆喝的御车人，端详他的背影，心中暗自赞赏：

“真是一个好把势！”

虽然只有寥寥两个人，但加上张府专门挑选的那匹膘肥体壮的高头大马，还有不时在头顶驰过的雁群，从道旁偶尔蹿出的野兔，漫长的旅程也显得颇有生命气息。况且，这个张千又是如此快嘴健谈，那说古道今的劲儿，那自认甚为在理的哲学观点，配上乐观风趣的诙谐举止，都富有很强的感染力，常常逗得赵爽哈哈大笑。是的，有这样的伴侣，旅途也就不觉得寂寞了。

“赵先生，您是有学问的人，读书明理，样样都好。不过，依我看来，还是有不足之处——”张千直率而毫不掩饰地说出心里话，惹得赵爽满心欢喜。赵爽在座位上略一欠身，连忙回话：

“金无足赤，璧有瑕玷，自古圣人孰无过失？何况我一介书生！大叔只要见到什么，不妨明白指教。”

“赵先生，我对您好有一比。您就像阳泉官道上的那棵

独杆白杨树。”

张千答非所问的这几句话，搞得赵爽丈二金刚摸不着头脑，这是棵什么样的白杨树呢？

“您真是太不近人情了，赵先生！而且还不只是不近人情，我看您真是不懂情义，就连我家老爷，唉！”张千叹了一口气，接着说下去：“他那样诚心诚意地挽留您，您却执意不从，头也不回地走了，您好令他伤心啊！”

赵爽脑际掠过刚才在十里长亭的那幕情景：太守张聪斟了满满一杯酒，高举过头，哽咽地说道：“君卿，士各有志，愚兄不能强留，只是此去关山阻隔，前路迢迢，不知何年何月才能重逢，惟望你我常寄情思于高山流水、蓝天白云，但得青鸟频频往返，我也就安心了。”

自己又何尝不是满怀离愁别绪？与张聪是总角之交，知心知己，在他帐前充当一名幕僚，倒是言听计从。可是宦海浮沉，世道崎岖，溷浊于名利场中，实在是俗气得很。这次辞职归田，虽说是要回家奉养年迈的老母，另一方面也是看不惯官场游戏。想前思后，倒是散职回家，与青山绿水、老松野鹤相伴为是。因此便决定离开苦苦挽留自己的张聪。

终于，那棵白杨树的轮廓愈来愈扩大了，后座传来赵爽的声音：

“大叔，该歇息一会儿了，给牲口喂点儿草料吧！”

赵爽凑上前座，与张千并排坐着，拉紧缰绳，伸手取过马鞭，喊了声：

“吁！”

马车的轮子仍旧在转动，丝毫看不出这匹马有点儿要停步的意图，蹄声反而显得杂乱起来。赵爽无可奈何地摆了摆手，将鞭子和缰绳递还邻座那个面不改色的大叔，摇了摇头。

只见张千不慌不忙地收了收缰绳，喊声：

“吁！”

同样是这样一声“吁”，马车嘎地停住了。

赵爽苦笑着说：

“我不行呀，见笑见笑！”

“不行就不干好了。”张千似乎是在安慰对方。

“正因为不行，才不干了呢。”赵爽慢条斯理地说道。

张千愣住了。好一会儿，他忽然醒悟过来，冲着对方大笑起来：“哈哈，您这是比到哪儿去了？赵先生，不对，您这种比喻根本不恰当，您是一个博学多才的人，老爷也低您三分呢！赶马车您不行，可是写文章、办案子、算钱粮等活计，您可都是样样在行，拿你们读书人的话说，可称得上‘游刃有余’呢！”

显然，这段话没有得到赞同，赵爽又发话了：

“大叔只知其一，不知其二。这官场追逐，其中大有文章，却不可小觑。若无投机钻营、谄媚阿谀的登龙之术，纵有满腹经纶，空怀济世匡时之才，要想实现胸中抱负，也是难上加难。不瞒大叔说，我只好效尤那棵孤零零的白杨树离群独立了。”

张千对赵爽的看法并不以为然，当下却做了已经是徒劳的劝说：

“赵先生，我看您还是留在老爷帐前做一番事业吧！功名富贵乃是做人的根本，您说要像这棵白杨树一样，这大可不必，您和老爷又不是外人，自幼同窗，情同手足，难道还需要什么逢迎之术吗？”

赵爽不再回答，因为自己的观点曾对张聪说过，尚且得不到充分理解呢！人生在世，岂止只与张聪一人相处？何况就连张聪本人，还不是置身于人间的浊流之中？

两人一同下车，在原野上漫步。这里没有大漠飞沙，却也闻不到鸟语花香，不过，空气却是清新得很。赵爽舒展了一下全身筋骨，深深吸了一口气，又徐徐地吐了出去。

“到底从凡居俗境中逃出来了！”他不无感触地喃喃自语。

这棵白杨树与一般品种毫无二致，赵爽走近它，仰望着那高耸入云的顶端，抚摸着笔直的树干，突然朝张千发问：

“这树有多高呢？”

被问者摇摇头。他心里想，问得真怪，谁能上去准确地量一量？然而，赵爽还不放过他，第二个问题又追上来了：

“这三个时辰，我们总共走了多少路程？”

这个问题可就不难作答了，对张千来说，这一带的地理情况岂止是熟悉而已？可算是了如指掌呢！

接着，又是一个新问题：

“这三个时辰，马车的轮子总共转了多少转？”



张千茫然地望着赵爽，赵爽仍然稳稳当当地坐在那里不动声色。一副多么英俊而潇洒的面孔啊！嘴角上总是挂着善意而又显得有些稚气的微笑，两颗晶莹透亮的眼珠就像珍珠一样闪烁着光芒，那里面蕴藏着多么丰富的智慧啊！可是，难道就是他，一个惹人喜爱的、有教养的年轻人，会语无伦次地对着我这样胡诌？

“转了多少转？真是滑稽至极！除非仙佛，哈哈！凡人大概是无能为力的。”张千确认，这个年轻人此时的神志是清醒的，看看他那双灵敏的瞳仁便可得知。那么，小伙子是不是存心跟大叔开玩笑呢？

故乡啊，母亲

终于又闻到乡土的气息了。

赵爽扫视周围熟悉的田园村庄，长途跋涉的身心疲劳全都消失无遗了。他迈着轻快的步伐，从村边潺潺流过的小溪旁转了一个弯，便踏上铺满鹅卵石的小径；夕阳的余晖映照出薄薄的淡灰色炊烟，久未入耳的鸡犬嬉逐声又重新鼓噪了；在那边，小丘上的松枝竹叶在晚风轻拂下簌簌作响；稀稀落落的茅屋陆陆续续地进入眼帘，这是何等亲切的景色呀！

在这儿长大的人们终究要回到这儿来。尽管食无鱼、出无车，尽管没有深宅大院，也见不到轻歌曼舞，然而，母亲

——这个远离故乡的游子无时不在思念的亲人，她的形象总在儿子的脑际萦回着，魂梦相牵，从来不曾忘怀。

对赵爽来说，自幼就习惯于粗茶淡饭、粗衣敝履的生活，耕樵度日，正是他自己选择的营生手段。其实，这也无所谓选择，因为世代代在这儿栖息的人们历来如此，祖祖辈辈只有这份生涯，大家遵循着古老的生存方式，日出而作，日入而息，不论世间经历多大沧桑巨变，都是这样度过时光。

然而，历史毕竟不会停止在某一固定点上，它一直向前推进，在人们不知不觉中移动着。当然，每一个变革时期，作为存在于社会中的一员，都会起到不同程度的作用，是安坐在篷盖之下，听凭历史车轮的滚动前进，把自己从此处带到彼处；还是振衣攘臂，开拓道路，奋力拨动轮轴，使行进的速度加快呢？

他幼读诗书，长于自我进修，一种学者的责任感使他意识到，自己微小的能力也许可以为家乡的面貌改观稍尽绵薄之力。只有广传学识，启迪愚蒙，使闾间老少明白天地景物的自然规律，并借科学机理以致用，才能逐渐引导人们去改变传统陈旧的生产和生活方式。因此，深入探索大自然的奥秘，运用科学道理加以解释，揭示各种奇隐的现象公诸于众，便成为他的志向和目标。

从他回到家乡的那一天起，就用惊人的毅力开始博览前人遗留下来的那些宝贵的精辟论著。他的行篋别无长物，最值得珍惜的可算是临别时张聪馈赠的一批书籍，使书