MBA联考系列

2001年研究生入学考试应试指导丛书

3

2001

策划：北京大学研究生院

2001

Entrance Exams for MD

工商管理硕士入学考试

数学应试指导与模拟试题

邵士敏 主编

北京大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

2001年工商管理硕士入学考试数学应试指导与模拟试题/邵士敏编著. —北京:北京大学出版社,2000.5

(2001年研究生入学考试应试指导丛书)

ISBN 7-301-04496-8

Ⅰ.2...　Ⅱ.邵...　Ⅲ.高等数学-研究生-入学考试-自学参考资料　Ⅳ.013

中国版本图书馆CIP数据核字(2000)第03841号

书　　　名:2001年工商管理硕士入学考试数学应试指导与模拟试题

著作责任者:邵士敏

责 任 编 辑:刘金海

标 准 书 号:ISBN 7-301-04496-8/G·580

出　版　者:北京大学出版社

地　　　址:北京市海淀区中关村北京大学校内　100871

网　　　址:http://cbs.pku.edu.cn/cbs.htm

电　　　话:出版部 62752015　发行部 62754140　编辑部 62752027

电 子 信 箱:zpup@pup.pku.edu.cn

排　版　者:北京高新特公司激光照排中心

印　刷　者:北京飞达印刷厂

发　行　者:北京大学出版社

经　销　者:新华书店

850毫米×1168毫米　32开本　13.375印张　336千字

2000年5月第一版　2000年5月第一次印刷

定　　　价:20.00元

前　言

为了帮助参加MBA(工商管理硕士学位)联考数学考试的考生复习和应考,我们按照全国MBA教育指导委员会确定的《考试大纲》的要求编写了这本书。

本书包括“内容提要”和“模拟试题”两部分。

“内容提要”包括考试大纲的全部内容:初等数学、微积分、线性代数和概率论。本书详尽地叙述了应考的基本概念、基本定理及计算公式,并配有尽可能多的典型例题,以帮助考生深入理解概念,加强公式的适用。此外,还备有练习题及答案,可供考生复习时使用。

本书共选编了8套模拟试题及解答,每套题中各部分所占比例及题型结构均按大纲的要求编排,题目内容基本上覆盖了大纲的要求。

在编写过程中,我们研究了数学考试大纲对各部分内容要求的深度。书中对基本概念、基础知识的叙述,尽量符合大纲要求的深度。我们还参考了近几年的试题,在选编模拟试题时,既注意选一些基本题,也选一些综合性的、需要经过思考的题,以便提高考生的解题能力,能较顺利的应考。书中的概念、符号等均采用一般教科书的习惯用法,书中就不另作说明。

由于时间仓促,难免有疏误之处,诚望广大考生及众读者提供宝贵意见。

编　者

2000年4月于北京大学

目　录

第一部分　内容提要

第二部分 模拟试题

第一部分 内容提要

初 等 数 学

前言 本书在初等数学部分，每章节后面附注说明了一些初等数学内容中极其重要的方法或定理的证明，以便使读者容易学习、掌握重要的解题思路，为学习高等数学打下更坚实的基础.

一 代数

1. 方程(组)及其解

(1) 定义 含有未知数的等式称为方程；能使方程左、右两边的值相等的未知数的值称为方程的解(一元方程的解即为方程的根)；求方程(组)解的过程称为解方程(组).

(2) 分类

1° 一元一次方程 含有一个未知数，且未知数次数最高是一次的方程. $ax=b(a\neq0)$解为 $x=\dfrac{b}{a}$.

2° 一元二次方程 含有一个未知数，且未知数次数最高是二次的方程 $ax^2+bx+c=0(a\neq0)$其中 $\Delta=b^2-4ac$ 称为判别式. 方程的解分三种情况：

(i) $\Delta>0$ 方程有两相异实根；

(ii) $\Delta=0$ 方程有两相等实根；

(iii) $\Delta<0$ 方程无实数根.

一元二次方程 $ax^2+bx+c=0(a\neq0)$的两根 x_1、x_2 与系数 a、b、c 之间满足下列关系(韦达定理).

$$x_1+x_2=-\frac{b}{a} \qquad x_1\cdot x_2=\frac{c}{a}$$

3° 一元 n 次方程　含有一个未知数，且未知数次数最高是 n $(n\in N)$ 次的方程.

$$a_0x^n+a_1x^{n-1}+a_2x^{n-2}+\cdots+a_{n-1}x+a_n=0 \quad (a_0\neq 0)$$

此方程的 n 个根 $x_1,x_2,x_3\cdots,x_n$ 与其系数之间满足韦达(Vieta)定理：

$$\begin{cases} x_1+x_2+x_3+\cdots+x_n=(-1)^1\dfrac{a_1}{a_0} \\ x_1x_2+x_1x_3+\cdots+x_{n-1}x_n=(-1)^2\dfrac{a_2}{a_0} \\ \cdots\cdots\ \cdots\cdots \\ x_1x_2x_3\cdots x_n=(-1)^n\dfrac{a_n}{a_0} \end{cases}$$

4° 二元一次方程(组)　含有两个未知数，且未知数次数最高是一次的方程 $A_1x+B_1y+C_1=0(A_1\neq 0、B_1\neq 0)$ 解为无穷多组 $\begin{cases}x_1\\y_1\end{cases}$、$\begin{cases}x_2\\y_2\end{cases}\cdots$. 由两个二元一次方程组成的二元一次方程组 $\begin{cases}A_1x+B_1y+C_1=0\\A_2x+B_2y+C_2=0\end{cases}$ 的解分三种情况：

(i) 惟一解，(ii) 无穷多组解，(iii) 无解.

5° n 元一次方程组　由含 n 个未知数，且未知数次数最高是一次的 n 个方程组成.

6° 二元二次方程组　由含两个未知数，且未知数次数最高是二次的两个方程组成.

7° 分式(无理)方程　未知数出现在分母(根号)内的方程，注意进行根的检验问题.

例 1.1　某人承包植树 240 棵的任务，计划若干天完成，植树两天后，由于阴雨天气，平均每天少植树 8 棵，因此延缓了 4 天完成任务，求原计划完成任务的天数.

解(一)　原计划植树 x 天，原计划植树 y 棵/天，则后植树(y

$-8)$棵/天.

$$\begin{cases} xy=240 \\ 2y+(x+4-2)(y-8)=240 \end{cases}$$

得 $x^2+2x-120=0$ $(x+12)(x-10)=0$ $\therefore x=10$ 天

答:原计划植树 10 天.

解(二) 设原计划植树 x 棵/天,2 天共植树 $2x$ 棵.

原来植树$\dfrac{240-2x}{x}$天

则 $\dfrac{240-2x}{x-8}=\dfrac{240-2x}{x}+4$

得 $x^2-4x-480=0$ 即 $x^2-4x-30\cdot 4^2=0$

$[x+5(4)][x-6(4)]=0$ $x=-20$ 舍 $\therefore x=24$ 棵/天

$\dfrac{240}{24}=10$ 天

分析:按题意为方便书写表达式而适当设所需要的未知数为好.

例 1.2 一个车工小组用普通切削法工作 6 小时后改用快速度切削法 2 小时后,共完成全部任务的$\dfrac{1}{2}$,已知快速切削法工作 2 小时可完成普通切削法 4 小时完成的工作,用这两种方法单独完成全部任务各需多少小时?

解(一) 设普通切削法独做需 x 小时,$\therefore$ 普法速$\dfrac{1}{x}$,

则快速切削法独做需$\dfrac{x}{2}$小时,$\therefore$ 快法速$\dfrac{2}{x}$,

$\dfrac{6}{x}+\left(\dfrac{2}{x}\right)2=\dfrac{1}{2}$ 解得 $x=20$

答:普通切削法独做需 20 小时;快速法 10 小时.

解(二) 设普法需 x 小时,$\therefore$ 普法速$\dfrac{1}{x}$.

设快法需 y 小时,$\therefore$ 快法速$\dfrac{1}{y}$.

$$\begin{cases}\dfrac{2}{y}=\dfrac{4}{x}\\ \dfrac{6}{x}+\dfrac{2}{y}=\dfrac{1}{2}\end{cases}\quad \text{（下略）}$$

分析：解工程问题时能找到工程进行速度是关键所在.

例 1.3　某工程队挖一条长 200 米的沟，实际施工时，每天比原计划多挖 5 米，结果提前 2 天完工，问挖这条沟实际用的天数.

解(一)　设原计划 x 米/天，实际$(x+5)$米/天.

$\dfrac{200}{x}=2+\dfrac{200}{x+5}$　得 $x^2+5x-20\cdot 5^2=0$，$x=-25$ 舍，

$\therefore\ x=20.$

$\dfrac{200}{20+5}=8$ 天

答：实际用了 8 天.

解(二)　设实际用 x 天，$\therefore$ 实际$\dfrac{200}{x}$米/天，

$\therefore$ 原$\left(\dfrac{200}{x}-5\right)$米/天.

$\dfrac{200}{\dfrac{200}{x}-5}=2+\dfrac{200}{\dfrac{200}{x}}$　得 $x^2+2x-80=0$，$x=-10$ 舍，

$\therefore\ x=8$ 天.

解(三)　设原计划 x 天，设实际用 y 天

$$\begin{cases}\dfrac{200}{y}-\dfrac{200}{x}=5\\ y+2=x\end{cases}\quad \text{（下略）}$$

分析：列二元方程组不一定比列一元方程更“繁”.

例 1.4　一水池装有进出水管各一个，同时开放两管，36 分钟就能使空池注满，若同时开放 6 分钟后关上出水管再进 10 分钟也能使空池注满，单独开进水管要多少时间才能把空池注满？

解(一)　设进水管 x 分钟注满，$\therefore$ 进水管速$\dfrac{1}{x}$.

设出水管 y 分钟放空，∴ 出水管速$\frac{1}{y}$.

$$\begin{cases}\dfrac{36}{x}-\dfrac{36}{y}=1\\[2mm]\dfrac{6}{x}-\dfrac{6}{y}+\dfrac{10}{x}=1\end{cases}$$

解得　$y=\frac{3}{2}x$，　∴ $x=12$ 分钟，

答：12 分钟能注满水池.

解(二)　设进水管 x 分钟注满水池，∴ 进水管速$\frac{1}{x}$.

两管齐放 36 分钟注满水池，∴ 两管速$\frac{1}{36}$.

$\frac{6}{36}+\frac{10}{x}=1$　　解得 $x=12$ 分钟.

分析：工作问题中完成全工作量规定为“1”.

例 1.5　慢车从甲地开往乙地要比快车从乙地开往甲地多用 1 小时，若两车同时分别从甲、乙两地出发，相向而行，则经过 1 小时 12 分钟相遇，问慢车从甲地开往乙地需要多少时间？

解　设慢车从甲地到乙地 x 小时.

则快车从乙地到甲地$(x-1)$小时.

设甲、乙两地相距 y 千米，则甲速$\frac{y}{x}$千米/小时，

乙速$\frac{y}{x-1}$千米/小时，

$\frac{y}{x}\left(\frac{72}{60}\right)+\frac{y}{x-1}\left(\frac{72}{60}\right)=y$　得 $5x^2-17x+6=0$

$x=\frac{2}{5}<1$，∴ 舍，$x=3$ 小时.

答：慢车从甲地开往乙地需 3 小时.

分析：在解行程问题时可充分利用距离、速度、时间的关系假设出“多余”的未知数建立方程.

例 1.6　一批出口货物要运到码头，甲、乙两队合运 8 小时可

运全部货物的 40%，乙队独运 36 小时可运完，又甲每小时可运 5 吨，这批货物共有几吨？

解　设这批货物共有 x 吨，甲速 5 吨/时，乙速$\frac{x}{36}$吨/时.

$8(5)+8\left(\frac{x}{36}\right)=x\cdot 40\%$　　解得 $x=225$ 吨

答：这批货物共有 225 吨.

分析：运货需知速度，有已知数(如甲速)可以；写符合题意的代数式(如乙速)也可以.

例 1.7　制衣厂本月计划生产运动服 6000 套，结果 12 天完成了计划的 55%，照这样的进度，全月(按 30 天计算)生产的运动服将比原计划多生产几套？

解　12 天完成量为 $6000(55\%)=3300$ 套

制衣速度$\frac{3300}{12}=275$ 套/天

30 天共生产 $30(275)=8250$ 套

$8250-6000=2250$ 套

答：比原计划多生产 2250 套.

例 1.8　甲、乙、丙三名工人加工完一批零件，甲工人完成了总件数的 35%，乙、丙两工人完成的件数之比是 7∶6，已知丙工人完成了 42 件，则甲工人完成了多少件？

解　设零件总数为 x 件.

甲完成 $x\cdot 35\%$ 件，乙完成 $7k$ 件，丙完成 $6k$ 件.

$$\begin{cases} x\cdot 35\%+7k+6k=x \\ 6k=42 \end{cases}\qquad \therefore\ k=7,$$

得　$0.35x+7(7)+6(7)=x$

$\therefore\ x=140$ 件，甲完成 $0.35(140)=49$ 件.

分析：凡是用比值给出的已知条件，必须利用参数 k 写出比值所反映的确切数值.

例 1.9　修建中关村科技园区的某项工程. A、B 两公司合作 35 天可完成；A 公司独做 25 天后，B 公司加入两公司合作 15 天，此时 A 公司另有任务，余下工程由 B 公司又经过 18 天才完成，问由 A 公司单独完成需要的天数？

解　设 A 公司独做需 x 天，∴ A 速 $\frac{1}{x}$ 1/天.

设 B 公司独做需 y 天，∴ B 速 $\frac{1}{y}$ 1/天.

$$\begin{cases}\dfrac{35}{x}+\dfrac{35}{y}=1\\ \dfrac{24}{x}+\left(\dfrac{15}{x}+\dfrac{15}{y}\right)+\dfrac{18}{y}=1\end{cases}$$

解得 $x=105$ 天，答：由 A 公司独做 105 天完成.

分析：题中虽然未要求 B 公司独做需要的天数，但为了表达两公司工作情况应找出 A、B 的工作速度，对 B 也作独作需 y 天的假设是必须的.

例 1.10　某校两个年级抽出若干学生参加 2000 年春节晚会的排练，其中一年级人数占全部演员的 60%，若从一年级抽出 20 人参加二年级演出，则两个年级人数各占全部演员的 50%，问这次演出共有几人？

解(一)　设一年级 x 人，则全部演员 $\frac{x}{60\%}$ 人.

$x-20=\frac{x}{60\%}\cdot 50\%$，$x=120$ 人，

∴ 全部演员 $\frac{120}{60\%}=200$ 人.

答：这次演出共有 200 人.

解(二)　设一年级 x 人，设二年级 y 人.

$$\begin{cases}x=(x+y)60\%\\ x-20=(x+y)50\%,\end{cases}\quad \begin{cases}x=120\\ y=80,\end{cases}$$

∴ 全部演员 $120+80=200$ 人.

解(三) 设一年级 x 人,设全部演员 y 人.

$$\begin{cases}x-20=y\cdot 50\% \\ x=y\cdot 60\%,\end{cases}\quad \begin{cases}x=120 \\ y=200,\end{cases}$$

∴ 全部演员 200 人.

解(四) 设二年级 x 人,设全部演员 y 人.

$$\begin{cases}x+20=y\cdot 50\% \\ (y-x)=y\cdot 60\%,\end{cases}\quad \begin{cases}x=80 \\ y=200,\end{cases}$$

∴ 全部演员 200 人.

解(五) 设全部演员 x 人,则一年级 $x\cdot 60\%$人.

$$x\cdot 60\%-20=x\cdot 50\%,$$

∴ $x=200$ 人,答:全部演员 200 人.

分析:解应用题时不一定只设所求概念为未知数,而要掌握使布列方程简便即可,如解(四)解(五).

例 1.11 甲仓存化肥 50 吨,乙仓存化肥 70 吨,再往甲仓、乙仓共运化肥 100 吨,使甲仓化肥是乙仓化肥数量的 1.2 倍.应运往乙仓的化肥几吨?

解 设运往乙仓化肥 x 吨,则运往甲仓化肥$(100-x)$吨.

$50+(100-x)=1.2(70+x)$ ∴ $x=30$ 吨.

答:运往乙仓化肥 30 吨.

分析:需找最基本因素设为未知数 x,其余量为 x 的倍数.

例 1.12 某商场将原有 586 电脑按原价提高 40%后,再作 8 折"优惠价"销售.这样每售出一台电脑可获利 5440 元.已知每台电脑的成本为 8000 元,该商场按"优惠价"售出一台电脑比按原价( ).

(A) 多赚 2000 元 (B) 少赚 2000 元

(C) 多赚 1440 元 (D) 少赚 1440 元

解 设原价 x 元/台

提高 40%后价为 $x+x\cdot 40\%=x(1+40\%)=1.4x$ 元/台.

8 折后"优惠价"为 $1.4x\cdot 80\%=1.12x$ 元/台.

$1.12x-8000=5440$. $\therefore$ 原价 $x=12000$ 元/台.

$\therefore$ "优惠价"$1.12(12000)=13440$ 元/台.

$13440-12000=1440$ 元/台.

$\therefore$ 每台多赚 1440 元　选(C).

分析：根据题意，为将每个已知条件写成相应代数式，应设法找出合理的假设(不一定是"直接设法").

例 1.13　采购员用一笔资金购买多功能小电脑，若买 6 台余 2000 元；若买 7 台则缺 3000 元. 若用此资金购买儿童玩具电脑，恰好能买 8 台. 则儿童玩具电脑的每台售价为多少?

解　设多功能小电脑 x 元/台

$6x+2000=7x-3000$, $\therefore x=5000$ 元.

总钱数 $6(5000)+2000=32000$ 元.

$\therefore$ 玩具电脑 $\frac{32000}{8}=4000$ 元/台.

分析：根据多次购买电脑的需要，对每台电脑价格的假设是至关重要的.

例 1.14　某投资者以 4 万元购买甲、乙两种股票. 甲股票的价格为每股 10 元，乙股票的价格为每股 4 元. 它们的投资额之比为 3∶1. 在甲、乙股票价格分别为每股 14 元和 3 元时，该投资者全部抛出这两种股票，问他共获利多少?

解　设购甲股 x 万元，10 元/股 $=0.0010$ 万元/股，

$\therefore$ 购甲股 $\frac{x}{0.0010}$ 股

则购乙股 $(4-x)$ 万元，4 元/股 $=0.0004$ 万元/股，

$\therefore$ 购乙股 $\frac{4-x}{0.0004}$ 股

$\frac{x}{4-x}=\frac{3}{1}$　$\therefore x=3$ 万元

$\therefore$ 购甲股 $\frac{3}{0.0010}=3000$ 股，购乙股 $\frac{4-3}{0.0004}=2500$ 股

$3000(14)+2500(3)-40000=9500$ 元

答：投资者获利 9500 元.

分析：将题中的单位统一成“万元”是必须的.

例 1.15　某种货币贬值 20%，一年后又增值百分之几才能保持原币值？

解　设货币原值为 a.

则贬值后为 $a-a(20\%)=a(1-20\%)=0.8a$.

设一年后增值 $x\%$.

则一年后币值为 $0.8a+0.8a(x\%)=0.8a(1+x\%)$.

令 $0.8a(1+x\%)=a$ 解得 $x=25$，答：应增值 25%.

分析：降(提)价是在原有基础上进行的，所以对原价 a 的假设是必不可少的.

例 1.16　商店本月的计划销售额为 25 万元.由于促销宣传活动的开展，该月上旬就完成了计划的 60%.若全月要超额完成计划的 40%，则该月中、下旬应完成销售额多少万元？

解　该月上旬完成销售额 $25(60\%)=15$ 万元.

$25+25(40\%)=25(1.4)=35$ 万元.

答：中、下旬应完成 $35-15=20$ 万元.

分析：此题未对任何字母作假设，但是逐步写出上旬销售额及全月销售额即可.

例 1.17　如果 x_1、x_2 是两个不相等的实数，且满足 $x_1^2-3x_1=4$、$x_2^2-3x_2=4$，那么 x_1x_2 的值等于几？

解　$\begin{cases} x_1^2-3x_1=4 & ① \\ x_2^2-3x_2=4 & ② \end{cases}$

①－②：$\because x_1\neq x_2$ 得 $x_1+x_2=3$

①＋②：$x_1^2+x_2^2-3(x_1+x_2)=8$，

即　$(x_1+x_2)^2-2x_1x_2-3(x_1+x_2)=8$　$\therefore x_1x_2=-4$

分析：通过配方，利用韦达定理.

例 1.18 已知方程 $3x^3+4x^2-5x-2=0$ 的根为 $x_1=-2$、x_2、x_3，求 $\frac{1}{x_2}+\frac{1}{x_3}$ 的值.

解 $\begin{cases}-2+x_2+x_3=-\dfrac{4}{3}, \\ -2(x_2)(x_3)=(-1)^3\left(-\dfrac{2}{3}\right),\end{cases}$ $\therefore \begin{cases}x_2+x_3=\dfrac{2}{3}, \\ x_2\cdot x_3=-\dfrac{1}{3}.\end{cases}$

$\frac{1}{x_2}+\frac{1}{x_3}=\frac{x_3+x_2}{x_2\cdot x_3}=-2.$

分析：利用高次方程的"韦达定理".

例 1.19 关于 x 的方程 $x^2-2\sqrt{6}mx+m=0$ 的两个不等实根恰好是一直角三角形的两个锐角，求 m 值.

解 $\begin{cases}\sin A+\sin B=2\sqrt{6}m, \\ \sin A\sin B=m, \\ \sin B=\cos A.\end{cases}$

即 $\begin{cases}\sin A+\cos A=2\sqrt{6}m, & ① \\ \sin A\cdot\cos A=m, & ② \\ m>0.\end{cases}$

②代入①^2 得 $24m^2-2m-1=0$,

$\because m>0, \therefore m=\frac{1}{4}.$

答：$m=\frac{1}{4}.$

例 1.20 解关于 x 的方程

$$m^2(x^2-x)-mx^2+m=m^2(x-1)-x$$

解 $(m^2-m)x^2-(2m^2-1)x+m(m+1)=0$

$[mx-(m+1)][(m-1)x-m]=0$

$m\neq0$ 且 $m\neq1$ 时，$x=\frac{m+1}{m}$ 或 $x=\frac{m}{m-1}$

$m=0$ 时原方程变为 $x=0$

$m=1$ 时原方程变为 $-x+2=0$ $\therefore x=2.$

例 1.21　解关于 x 的方程 $(x-a)^2=(x-b)^2$

解　$x^2-2ax+a^2=x^2-2bx+b^2$

即　$-2ax+2bx=a^2-b^2$

$(b-a)[2x-(b+a)]=0$

(1) $b=a$ 时　x 为无穷多解，即 $x\in R$

(2) $b\neq a$ 时　$x=\frac{a+b}{2}$.

例 1.22　不解方程，判别下列方程组解的情况.

(1) $\begin{cases}x+2y=5,\\3x-y=1.\end{cases}$　方程组有________.

(2) $\begin{cases}4x+2y=1,\\2x+y=-3.\end{cases}$　方程组有________.

(3) $\begin{cases}2x-7y=-3,\\-4x+14y=6.\end{cases}$　方程组有________.

解　(1) $\because\ \frac{1}{3}\neq\frac{2}{-1}$　答：方程组有惟一组解.

(2) $\because\ \frac{4}{2}=\frac{2}{1}\neq\frac{1}{-3}$　答：方程组无解.

(3) $\because\ \frac{2}{-4}=\frac{-7}{14}=\frac{-3}{6}$　答：方程组有无穷多组解.

例 1.23　解关于 x 的方程　$a^2x+2=a(x+2)$.

解　$(a^2-a)x=2a-2$，即 $(a-1)(ax-2)=0$.

(1) $a\neq1$，且 $a\neq0$ 时，$x=\frac{2}{a}$.

(2) $a=0$ 时，原方程无解.

(3) $a=1$ 时，原方程有无穷多解.

例 1.24　a 为何值时，方程 $3(x-1)(x-a)=x(7-a^2)$ 的两根互为相反数？

解　原方程即为 $3x^2+(a^2-3a-10)x+3a=0$，设两根分别为 $\alpha,-\alpha$.