

非线性科学丛书

光学混沌

张进豹 编著

霍裕平、~~周振庭~~ 审阅

上海科技教育出版社

Advanced Series in Nonlinear Science

Optical Chaos

By Hong-Jun Zhang

Institute of Physics,
Chinese Academy of Sciences,
Beijing 100080, China

Shanghai Scientific and Technological Education
Publishing House, SHANGHAI, 1997

内 容 提 要

本书是“非线性科学丛书”中的一种，介绍非线性光学系统中混沌现象。全书计分七章，包括麦克斯韦-布洛赫方程、罗伦兹-哈肯方程，附加自由度激光器中动力学，光学双稳态中 Ikeda 不稳定性，混合光学双稳态系统中混沌，被动系统和激光系统中横向效应。

本书可供理工科大学教师、高年级学生、研究生阅读，也可供有关研究人员参考。

本书由霍裕平、顾雁审阅。

非 线 性 科 学 丛 书

光 学 混 淆

张洪钧 编著

霍裕平 师、雁 审阅

上海教育出版社出版发行

(上海市冠生园路 393 号 邮政编码 200233)

各地新华书店经销 商务印书馆上海印刷厂印刷

开本 850×1168 1/32 印张 10 字数 257000

1997 年 12 月第 1 版 1997 年 12 月第 1 次印刷

印数 1—3200 本

ISBN 7-5428-1654-3/O·169 定价：(精装本)17.50 元

如有质量问题，请与厂质量科联系。T: 56628900×13

Abstract

A survey is presented of the theory and experiments of optical chaos. Topics include the Lorenz-Haken model, the dynamics of lasers with additional degree of freedom, Ikeda instabilities in optical bistability, chaos in hybrid optical bistable devices, and transverse effects in laser and passive optical systems. Readership includes graduate students, and practitioners in the physical and engineering sciences.

非线性科学丛书编辑委员会

主编：郝柏林

副主编：郑伟谋 吴智仁

编 委：（按姓氏笔画为序）

丁鄂江	文志英	朱照宣
刘式达	刘寄星	孙义燧
杨清建	李邦河	张洪钧
张景中	陈式刚	周作领
赵凯华	胡 岗	顾 雁
倪皖荪	徐京华	郭柏灵
陶瑞宝	谢惠民	蒲富恪
霍裕平	魏荣爵	

出版说明

现代自然科学和技术的发展,正在改变着传统的学科划分和科学研究的方法。“数、理、化、天、地、生”这些曾经以纵向发展为主的基础学科,与日新月异的新技术相结合,使用数值、解析和图形并举的计算机方法,推出了横跨多种学科门类的新兴领域。这种发展的一个重要特征,可以概括为“非”字当头,即出现了以“非”字起首而命名的一系列新方向和新领域。其中,非线性科学占有极其重要的位置。这决非人们“想入非非”,而是反映了人类对自然界认识过程的螺旋式上升。

曾几何时,非线性还被人们当作个性极强,无从逾越的难题。每一个具体问题似乎都要求发明特殊的算法,运用新颖的技巧。诚然,力学和数学早就知道一批可以精确求解的非线性方程,物理学也曾经严格地解决过少数非平庸的模型。不过,这些都曾是稀如凤毛麟角的“手工艺”珍品,人们还没有悟出它们的普遍启示,也没有看到它们之间的内在联系。

20世纪60年代中期,事情从非线性现象的两个极端同时发生变化。一方面,描述浅水波运动的一个偏微分方程的数值计算,揭示了方程的解具有出奇的稳定和保守性质。这启发人们找到了求解一大类非线性偏微分方程的普遍途径,即所谓“反散射”方法。反散射方法大为扩展了哈密顿力学中原有的可积性概念,反映了这类方程内秉的对称和保守性质。到了80年代,反散射方法推广到量子问题,发现了可积问题与统计物理中严格可解模型的联系。

60年代初期还证明了关于弱不可积保守系统普遍性质的**KAM**定理。于是，非线性问题的可积的极端便清楚勾划出来，成为一个广泛的研究领域。虽然这里的大多数进展还只限于时空维数较低的系统，但它对非线性科学发展的促进作用是不可估量的。

另一方面，在“不可积”的极端，对**KAM**定理条件的“反面文章”，揭示了保守力学系统中随机性运动的普遍性，而在耗散系统中则发现了一批奇怪吸引子和混沌运动的实例。这些研究迅速地融成一片，一些早年被认为是病态的特例也在新的观点下重新认识。原来不含有任何外来随机因素的完全确定论的数学模型或物理系统，其长时间行为可能对初值的细微变化十分敏感，同投掷骰子一样地随机和不可预测。然而，混沌不是无序，它可能包含着丰富的内部结构。

同时，由于计算科学特别是图形技术的长足进步，人们得以理解和模拟出许多过去无从下手研究的复杂现象。从随机与结构共存的湍流图象，到自然界中各种图样花纹的选择与生长，以及生物形态的发生过程，都开始展现出其内在的规律。如果说，混沌现象主要是非线性系统的时间演化行为，则这些复杂系统要研究的是非线性地耦合到一起的大量单元或子系统的空间组织或时空过程。标度变换下的不变性、分形几何学和重正化群技术在这里起着重要作用。

在由上述种种方面汇成的非线性科学洪流中，许多非线性数学中早已成熟的概念和方法开始向其他学科扩散，同时也提出了新的深刻的数学问题。物理学中关于对称和守恒，对称破缺，相变和重正化群的思想，也在日益增多的新领域中找到应用。“非线性”一词曾经是数学中用以区别于“线性”问题的术语，非线性科学正在成为跨学科的研究前沿。各门传统学科中都有自己的非线性篇章，非线性科学却不是这些篇章的总和。非线性科学揭示各种非线性现象的共性，发展处理它们的普适方法。

这样迅猛发展的跨学科领域，很难设想用少数专著加以概括，

何况学科发展的不少方面还未成熟到足以总结成书的地步。于是，有了动员在前沿工作的教学和研究人员，以集体力量撰写一套“非线性科学丛书”的想法。在上海科技教育出版社的大力支持下，这一计划得以付诸实现。

这套“非线性科学丛书”不是高级科普，也不是大块专著。它将致力于反映非线性科学各个方面基本内容和最新进展，帮助大学高年级学生、研究生、博士后人员和青年教师迅速进入这一跨学科的新领域，同时为传统自然科学和工程技术领域中的研究和教学人员更新知识提供自学教材。非线性科学的全貌将由整套丛书刻划，每册努力讲清一个主题，一个侧面，而不求面面俱到，以免失之过泛。在写作风格上，作者们将努力深入浅出，图文并茂，文献丰富；力求有实质内容，无空洞议论，以真刀真枪脚踏实地武装读者。从读者方面，自然要求具备理工科大学本科的数学基础，和读书时自己主动思索与推导的习惯。

“非线性科学丛书”的成功，取决于读者和作者的支持。我们衷心欢迎批评和建议。

郝 柏 林

1992年4月30日于北京中关村

前　　言

光学混沌是混沌的一个分支，随着非线性科学的发展，光学混沌也取得长足进展。“光学混沌”一词并不严格，加上副标题“非线性光学系统中的混沌”后就比较确切，是指混沌现象在光学系统中的表现。

按照非线性科学丛书的宗旨，本书旨在介绍光学混沌的基本内容和最新进展，为今后想深入研究的读者抛砖引玉，本书不是光学混沌的全面的和总结性的专著（对激光器中混沌，C.O.Weiss 等^[8]已有总结性专著，有兴趣读者可参阅），仅就光学混沌中几个主要方面举些代表性例子介绍给读者。有关光学混沌的总结性论文和专刊已列在参考文献之末，以供读者查阅。第1章是本书的理论基础，有关麦克斯韦—布洛赫方程是按 Haken 方式介绍的，第2章突出流体力学中罗伦兹方程和激光方程的类比，第3章介绍自由度的增加对激光系统动力学行为的影响，第4章介绍光学双稳态中 Ikeda 不稳定性，第5章是作者的研究组在混合光学双稳系统上的一些研究结果，第6和7章分别介绍被动系统和激光系统中的横向效应。本书不涉及任何量子混沌内容，感兴趣读者可参阅本丛书中顾雁的“量子混沌”，本书第6章中有关 Firth 工作的介绍和本书所附程序的编写是由我的学生丁立完成的，本书所附的 Quick Basic 程序，是为协助读者深入理解光学混沌而设。在装有各种 DOS 版本的 PC 机上都能运行。在阅读的同时，若能动手在计算机上操作一翻，必定大有好处。

我能完成本书的写作，与我妻子唐泽荪的全力支持和协助整理分不开的，另外还得到了研究组戴建华等同志的帮助，在此一

并表示谢意。

由于本人学识肤浅，不妥和错误之处在所难免，望读者批评指正。当今科学发展迅猛，日新月异，我相信要不了多长时间，新的结果将在文献中涌现，那时本书内容就显得陈旧，一定会有更好的新书代替它。

张洪钧

中国科学院物理研究所

1997年12月

目 录

非线性科学丛书出版说明

前 言

第 1 章 麦克斯韦 - 布洛赫方程	1
§1 麦克斯韦方程	1
§2 物质方程	2
§3 宏观物质方程	6
§4 在谐振腔中的激光方程	8
§5 旋波近似和慢变振幅近似	9
§6 在旋波近似和慢变振幅近似下的宏观 半经典激光方程	12
§7 哈肯基本激光方程	14
§8 基本方程的其它形式	17
§9 单模激光器的稳定性	20
§10 单模激光器的定态解	22
第 2 章 哈肯 - 罗伦兹模型	26
§11 罗伦兹方程	26
§12 麦克斯韦 - 布洛赫方程与罗伦兹方程	40
§13 激光器中罗伦兹型混沌运动	42
§13.1 以 NH_3 激光器为例的数值模拟	43
§13.2 NH_3 激光器上的实验	49
第 3 章 附加自由度的激光器	52
§14 绝热消去原理和激光器分类	52
§15 外场调制和粒子数反转调制	54
§15.1 调制外场产生激光混沌	54

§15.2 调制粒子数反转	63
§16 注入激光器	67
§17 附加自由度的半导体激光器	75
§17.1 模型	75
§17.2 实验装置	79
§17.3 实验结果讨论	80
第 4 章 光学双稳态中的混沌	87
§18 光学双稳态	87
§19 非线性环形腔中延迟引起不稳定	88
§20 长延迟反馈 $\gamma t_R \rightarrow \infty$	98
§21 短延迟反馈 $\gamma t_R \ll 1$ 和 $\varphi \ll 1$	103
§22 高次谐波分岔	107
§23 充分发展混沌	110
§24 绝热近似问题 - 李雅普诺夫维数与 γt_R 关系	112
§25 噪声对 Ikeda 映象的影响	115
§26 实验	117
§27 复合腔中的窘组不稳定性	120
第 5 章 混合光学双稳系统中的混沌	123
§28 引言	123
§28.1 混合光学双稳装置	123
§28.2 延迟微分方程的某些例子	124
§29 Ikeda 不稳定性实验和模型分析	129
§29.1 Ikeda 不稳定性实验验证	129
§29.2 混合光学双稳系统的模型	132
§30 长延迟反馈 ($\gamma t_R \rightarrow \infty$) 下的不稳定性	135
§30.1 分岔图	135
§30.2 符号动力学和超稳定轨道	143
§30.3 劈分岔和吸引子共存	153
§30.4 光学双稳区中周期为 t_R 的自振荡	156

§30.5 超长暂态混沌	158
§31 短延迟反馈 ($\gamma t_R \approx 1$) 情况	163
§32 双延迟反馈光学双稳系统的动力学	165
§32.1 实验装置和模型	165
§32.2 线性稳定性分析	170
§32.3 失稳边界上的锁模结构和自相似	174
§32.4 准周期运动和锁频舌头	180
§32.5 走向混沌道路	186
§32.6 反馈强度对振荡模式的影响	194
§32.7 绝热近似下双延迟反馈系统的动力学	198
第 6 章 被动光学系统中的横向效应	204
§33 引言	204
§34 光学图灵不稳定性与对称性破缺	205
§35 带反馈镜的克尔介质系统	210
§36 实验	224
第 7 章 激光器中的横向效应	234
§37 考虑横向效应的麦克斯韦 - 布洛赫方程	234
§38 环形腔的空腔模式结构	236
§39 球面镜环形激光器的模型	241
§40 平均场极限和横向效应引起的低阈值不稳定性	243
§41 环形激光器中合作频率锁定	249
§42 激光器中的斑图	256
§42.1 麦克斯韦 - 布洛赫方程及其定态方程	257
§42.2 单模定态解	259
§42.3 两个模定态解	260
§42.4 相位奇点	260
§42.5 几种特殊情况	261
§42.6 实验	273
§43 激光器斑图的动力学	277

§43.1 模型	278
§43.2 单模定态解的稳定性分析	280
§43.3 动力学 (数值分析)	285
索引	293
参考文献	296

Contents

Preface

Chapter 1 The Maxwell-Bloch Equations	1
§1 The Maxwell-Bloch Equations	1
§2 The Matter Equations	2
§3 The Macroscopic Matter Equations	6
§4 The Laser Equations in a Resonant Cavity	8
§5 The Rotating Wave Approximation and Slowly Varying Amplitude Approximation	9
§6 The Macroscopic Semi-Classical Laser Equations in the Rotating Wave Approximation and Slowly Varying Amplitude Approximation.....	12
§7 Haken's Laser Equations.....	14
§8 Other Types of Fundamental Equations.....	17
§9 Stability of the Single Mode Laser	20
§10 Stationary State of the Single Mode Laser	22
Chapter 2 The Haken-Lorenz Equations	26
§11 The Lorenz Equations	26
§12 The Maxwell-Bloch Equations and Lorenz Equations ..	40
§13 Lorenz-type Chaos in Lasers.....	42
§13.1 Numerical Simulation (NH ₃ Laser)	43
§13.2 Experiments in the NH ₃ Laser	49
Chapter 3 Lasers with Additional Degree of Freedom	
.....	52
§14 Adiabatic Elimination Principles and Laser Classification	52
§15 External Field Modulation and Inversion	

Modulation	54
§15.1 Laser Chaos produced by a Modulated External Field	54
§15.2 Laser Chaos produced by Modulated Inversion ..	63
§16 Injection Lasers	67
§17 Semiconductor Lasers with Additional Degree of Freedom.....	75
§17.1 Model	75
§17.2 Experimental Devices	79
§17.3 Experimental Results	80
Chapter 4 Chaos in Optical Bistability	87
§18 Optical Bistability.....	87
§19 Instability Due to Delay in the Nonlinear Ring	
Cavity	88
§20 Long Delay Feedback $\gamma t_R \rightarrow \infty$	98
§21 Short Delay Feedback $\gamma t_R \ll 1$ and $\varphi \ll 1$	103
§22 Higher Harmonic Bifurcations	107
§23 Fully Developed Chaos	110
§24 Adiabatic Approximation Problem-Relationship	
Between Lyapunov Dimension and γt_R	112
§25 Impact of Noise on the Ikeda Map	115
§26 Experiments	117
§27 Frustrated Instabilities in a Compound Cavity	120
Chapter 5 Chaos in Hybrid Optical Bistability	123
§28 Introduction	123
§28.1 Hybrid Optical Bistable Devices	123
§28.2 Some Examples of the Delay-Differential Equations	124
§29 Experiment and Model Analysis of Ikeda	

Instabilities.....	129
§29.1 Experimental Verification of Ikeda	
Instabilities.....	129
§29.2 Model of a Hybrid Optical Bistable System and	
Linear Stability Analysis.....	132
§30 Instabilities under Long Delay Feedback ($\gamma t_R \rightarrow \infty$)	
.....	135
§30.1 Bifurcation Diagrams.....	135
§30.2 Symbolic Dynamics and Superstable Orbits	143
§30.3 Split Bifurcation and Coexistence of	
Attractor.....	153
§30.4 Self-Oscillation with Period t_R in the Optical	
Bistable Region.....	156
§30.5 Superlong Transient Chaos	158
§31 Instabilities under Short Delay Feedback ($\gamma t_R \approx 1$) ..	163
§32 Dynamics of Optical Bistable System with Two	
Delay Feedback	165
§32.1 Experimental Devices and Model	165
§32.2 Linear Stability Analysis.....	170
§32.3 Mode Locking Structure and Self-Similarity	
near the Threshold	174
§32.4 Quasi-Periodic Motion and Frequency-Locking	
Tongues	180
§32.5 Route To Chaos	186
§32.6 Influence of Feedback Strength.....	194
§32.7 Dynamics under the Adiabatic Approximation .	198
Chapter 6 Transverse Effects in Passive Optical	
Systems	204
§33 Introduction	204