高等教育自学考试教材

经济数学与运筹学

詹明清 熊 伟 胡继灵 主编

武汉工业大学出版社

高等教育自学考试教材

经济数学与运筹学

詹明清　熊　伟　胡继灵　主编

武汉工业大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

经济数学与运筹学/詹明清,熊伟,胡继灵主编.—武汉:武汉工业大学出版社,1997.8

ISBN 7-5629-1281-5

Ⅰ.经…

Ⅱ.①詹…②熊…③胡…

Ⅲ.经济—数学—运筹学—自学考试—教材

Ⅳ.O1

武汉工业大学出版社出版发行

武汉工业大学印刷厂印刷

※

开本:787×1092 1/16 印张:23.5 字数:584千字

1997年8月第1版 1997年8月第1次印刷

印数:1—3000册 定价:28.00元

内 容 提 要

本教材是高等教育自学考试《经济数学与运筹学》课程的指定教材。主要内容包括：高等数学与线性代数的基础部分以及运筹学中的线性规划部分。

为适应成人教育与自修考试的教学特点，本教材着重介绍经济数学与运筹学的基本概念、基本原理和方法，注重理论结合实际，书中每章均附有大量的判断、填空、选择、计算及应用等标准化习题。

本书亦可作为经济管理类专业大专、本科等学生的参考教材。

前　言

经济数学与运筹学课程一直是经济管理类各专业的一门重要的专业基础课之一，自湖北省高等教育自学考试工业管理工程专业开考以来，经济数学与运筹学始终被列为重点课程之一，特别是在最近实施的新一轮教学计划安排中，本课程更是占有举足轻重的地位。

经济管理类专业学生通过学习各科基础课、专业基础课以及专业课知识，既要学会定性地分析、处理各种经济问题，也需要具备一定的定量的分析、处理问题的能力。本教材正是为培养学生的定量分析和处理经济问题的能力而开设的重要课程所撰写的。参加编写的同志都具有多年的丰富教学经验，务求在适应高等教育自学考试特点方面探索一条新路。

本教材共分十章，包括高等数学与线性代数的基本内容以及运筹学的线性规划部分，每章均附有大量习题，授完全部内容约需 200 学时。学生在自学时应做到由浅入深、循序渐进，原则上应按章节顺序进行自学。

本教材由武汉汽车工业大学工商管理学院詹明清、秦远建(第一至第四章)、胡继灵(第五、六、七章)、熊伟(第八、九、十章)编写。

本教材在编写和出版过程中受到了湖北省自学考试委员会的关心和指导，还得到了武汉汽车工业大学的各级领导、特别是工商管理学院、成人教育学院、教材出版中心等单位的负责人邓明然、黄新明等同志的大力支持。

在本书出版之际，我们向关心和支持本书编写出版工作的各位同志表示由衷的感谢！

由于编者学识水平有限，本书中疏漏之处在所难免，恳请读者批评指正，以便再版时修订。

詹明清

1997 年　8 月

目　录

第一章　函　数

§1.1　集　合

集合是现代数学中最基本的概念之一，它不仅自身已经成为一门学科，而且集合的概念已被广泛地渗透到数学的各个领域。因此学习关于集合的初步理论，对于进一步学习数学，有着重要的意义。

下面介绍关于集合的一些基本概念、常用符号、集合的表示法和简单的运算。

一、集合的概念

在实际生活中，我们常常要研究某些事物组成的集体，例如：一班学生、一批产品、全体正整数等等，这些事物组成的集体都是集合。

我们把具有某种特定性质的对象的总体叫做**集合**，通常简单称**集**。把组成集合的各个对象叫做这个集合的元素。

下面举几个集合的例子：

例 1　某公司所有员工。

例 2　某电器公司生产的全部家用电器。

例 3　$x^2-5x+6=0$ 的所有解。

例 4　全体实数。

例 5　直线 $x+y-8=0$ 上所有的点。

由有限个元素构成的集合，称为有限集合，如例 1,2,3；由无限多个元素构成的集合，称为无限集合，如例 4、5。

通常，我们用大写字母 $A,B,C,\cdots$ 等表示集合，用小写字母 $a,b,c,\cdots$ 等表示集合的元素。如果 a 是集合 A 的元素，则记作 $a\in A$，读作 a 属于 A 或 a 在 A 中；如果 a 不是集合 A 的元素，则记作 $a\overline{\in}A$，读作 a 不属于 A 或 a 不在 A 中。

例如，若 F 表示全体有理数的集合，则$\frac{3}{5}\in F$，$\sqrt{2}\overline{\in}F$。

二、集合的表示法

(1)**列举法**　按任意顺序列出集合的所有元素，并用花括号{　}括起来。

例 6　由 a,b,c,d 四个元素组成的集合 A，可表示为

$$A=\{a,b,c,d\}$$

例 7　由 $x^2-5x+6=0$ 的根所构成的集合 A，可表示为

$$A=\{2,3\}$$

用列举法表示集合时，必须列出集合的所有元素，不得遗漏和重复。

(2)**描述法**　设 $P(a)$为某个与 a 有关的条件或法则,A 为满足 $P(a)$的一切 a 构成的集合,则记为

$$A=\{a|P(a)\}$$

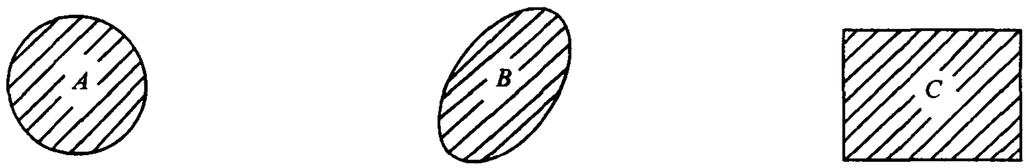
例 8　设 A 为直线 $x+y-1=0$ 上所有点构成的集合,A 可表示为

$$A=\{(x,y)|x+y-1=0\}$$

例 9　设 A 为全体正实数的集合,A 可表示为

$$A=\{x|x\text{ 为实数且 }x>0\}$$

(3)**图示法**　集合以及集合间的关系可以用图形表示,称为文氏图。文氏图是用一个简单的平面区域代表一个集合,如图 1-1。集合内的元素以区域内的点表示。



集合 A　　　集合 B　　　集合 C

图 1-1

三、集合的性质

集合中的元素具有以下三个性质:

(1)**确定性**　对于一个集合 A 来说,若存在一个元素 a,则要么 $a\in A$,要么 $a\overline{\in}A$,而不会出现 $a\in A$ 同时又 $a\overline{\in}A$ 的情况。

(2)**唯一性**　任意一个集合,它里面的元素都是唯一确定的,即不会发生重复。如果集合中出现重复元素则不是我们数学中所讲的集合。

(3)**无序性**　集合中的元素是没有顺序的,下面两种表示方法表示的是同一集合。

$$\{a,b,c\};\quad\{b,c,a\}$$

四、全集与空集

由所研究的所有事物构成的集合称为**全集**,记为 U。

全集是相对的,一个集合在一定条件下是全集,在另一条件下就可能不是全集。例如,讨论的问题仅限于正整数,则全体正整数的集合为全集;讨论的问题包括正整数和负整数,则全体正整数的集合就不是全集。又如,要检查某工厂产品的优劣,则全厂产品为全集;如只检查某车间,则该车间产品为全集。

不包含任何元素的集合称为**空集**,记为$\varnothing$。

例 10　$x^2+1=0$ 的实数根集合为空集。

例 11　平面上两条平行线的交点集合为空集。

注意:$\{0\}$及$\{\varnothing\}$都不是空集,前者含有元素"0",后者以空集"$\varnothing$"为其元素。

五、子集

定义 1.1　如果集合 A 的每一个元素都是集合 B 的元素,则称 A 为 B 的**子集**。记为

$A\subset B$ 或 $B\supset A$，读作 A 包含于 B 或 B 包含 A，如图 1-2。

例 12　设 N 表示全体自然数的集合，F 表示全体有理数的集合，则有

$$N\subset F$$

例 13　设 $A=\{1,2,3,4,5\}$，$B=\{1,3,5\}$，则

$$B\subset A$$

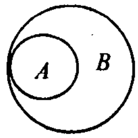


图 1-2

定义 1.2　设有集合 A 和 B，如果 $A\subset B$ 且 $B\subset A$，则称 A 与 B 相等，记作 $A=B$。

例 14　设 $A=\{x|1<x<4,x\text{ 为整数}\}$

$$B=\{x|x^2-5x+6=0\}$$

则

$$A=B$$

关于子集有下列结论：

(1)$A\subset A$，即"集合 A 是其自己的子集"；

(2)对任意集合 A，有 $\varnothing\subset A$，即"空集是任意集合的子集"；

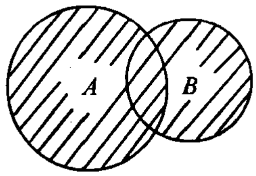
(3)如果 $A\subset B$，$B\subset C$，则 $A\subset C$，即"集合的包含关系有传递性"。

六、集合的运算

前面我们给出了集合的概念，下面我们将定义集合的运算。这些运算与数的运算一样都是来源于实践，反映了客观世界中数量间的关系。

定义 1.3　设有集合 A 和 B，由 A 和 B 的所有元素构成的集合，称为 A 与 B 的**并集**，简称 A 与 B 的**并**，如图 1-3，即

$$A\cup B=\{x|x\in A\text{ 或 }x\in B\}$$



$A\cup B$

图 1-3

集合的并有下列性质：

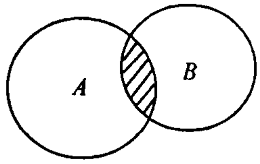
(1)$A\subset A\cup B$，$B\subset A\cup B$；

(2)对任何集合 A，有

$$A\cup\varnothing=A,A\cup U=U,A\cup A=A$$

定义 1.4　设有集合 A 和 B，由 A 和 B 的所有公共元素构成的集合，称为 A 与 B 的**交**，记为 $A\cap B$，如图 1-4 的阴影部分。即

$$A\cap B=\{x|x\in A\text{ 且 }x\in B\}$$



$A\cap B$

图 1-4

集合的交有下列性质：

(1)$A\cap B\subset A$，$A\cap B\subset B$；

(2)对任何集合 A，有

$$A\cap\varnothing=\varnothing,A\cap U=A,A\cap A=A$$

例 15　设 $A=\{2,3\}$，$B=\{-1,0,1,2\}$，$C=\{0,4\}$，求 $A\cup B$，$A\cap B$，$A\cup B\cup C$，$A\cap B\cap C$。

解：$A\cup B=\{2,3\}\cup\{-1,0,1,2\}=\{-1,0,1,2,3\}$

$A\cap B=\{2,3\}\cap\{-1,0,1,2\}=\{2\}$

$A\cup B\cup C=(A\cup B)\cup C=\{-1,0,1,2,3\}\cup\{0,4\}=\{-1,0,1,2,3,4\}$

$A\cap B\cap C=(A\cap B)\cap C=\{2\}\cap\{0,4\}=\varnothing$

例 16　设 $A=\{a,b,c\}$，$B=\{a,b\}$，则

$$A\cup B=\{a,b,c\},A\cap B=\{a,b\}$$

例 17 设 A 为某单位会英语的人的集合，B 为会日语的人的集合，则

$A\cup B$ 表示会英语或日语的人的集合，

$A\cap B$ 表示既会英语又会日语的人的集合。

例 18 设 $A=\{x|-1\leqslant x\leqslant 1\}$，$B=\{x|x>0\}$，则

$$A\cup B=\{x|x\geqslant -1\}$$

$$A\cap B=\{x|0<x\leqslant 1\}$$

定义 1.5 设有集合 A 和 B，属于 A 而不属于 B 的所有元素构成的集合，称为 A 与 B 的**差**，记为 $A-B$，如图 1-6 的阴影部分。即

$$A-B=\{x|x\in A \text{ 且 } x\overline{\in}B\}$$

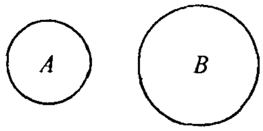


图 1-5

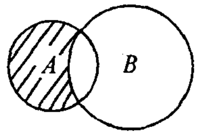


图 1-6

例 19 如果 $A=\{x|x \text{ 为正实数}\}$，$B=\{x|x<1\}$，求 $A-B$。

解：$A-B=\{x|x\geqslant 1\}$

定义 1.6 全集 U 中所有不属于 A 的元素构成的集合，称为 A 的**补集**，记为 A'，如图1-7。即

$$A'=\{x|x\in U \text{ 且 } x\overline{\in}A\}$$

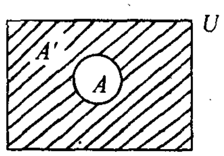


图 1-7

补集有下列性质：

$$A\cup A'=U;A\cap A'=\varnothing$$

例 20 设全集 $U=\{1,2,\cdots,8\}$，$A=\{3,4,5\}$，$B=\{4,7,8\}$，求 $\overline{A}$，$\overline{B}$，$\overline{A}\cap\overline{B}$，$\overline{A}\cup\overline{B}$。

解：由已知得

$$\overline{A}=\{1,2,6,7,8\}$$

$$\overline{B}=\{1,2,3,5,6\}$$

$$\overline{A}\cap\overline{B}=\{1,2,6\}$$

$$\overline{A}\cup\overline{B}=\{1,2,3,5,6,7,8\}$$

例 21 设参加考试的学生为全集 U。

如果 A 表示及格的学生集合，则 A' 表示不及格的学生集合。

如果将考试成绩分为优秀、良好、及格和不及格四类，以 A 表示成绩为优秀或良好的学生集合，则 A' 表示成绩为及格或不及格的学生集合。

例 22 以某商店进货为例，全集 $U=$｛香烟，啤酒，糖果，肥皂，洗衣粉，毛巾，牙刷，牙膏，搪瓷杯，手电筒｝。

第一次进货品种集合 $A_1=$｛香烟，啤酒，肥皂，洗衣粉，搪瓷杯｝。第二次进货品种集合 $A_2=$｛香烟，啤酒，肥皂，牙膏，毛巾，搪瓷杯｝。

两次共进货品种集合 $B=A_1\cup A_2=$｛香酒，啤酒，肥皂，洗衣粉，搪瓷杯，牙膏，毛巾｝。

两次均进货品种集合 $C=A_1\cap A_2=$｛香烟，啤酒，肥皂，搪瓷杯｝。

该周没进货的品种集合 $D=\{A_1\cup A_2\}'=\{$糖果,牙刷,手电筒$\}$。

设第一次进货而第二次未进货的品种集合为 E,则 $E=A_1-A_2=\{$洗衣粉$\}$。

七、集合的运算律

(1)**交换律**:(i)$A\cup B=B\cup A$

(ii)$A\cap B=B\cap A$

(2)**结合律**:(i)$(A\cup B)\cup C=A\cup(B\cup C)$

(ii)$(A\cap B)\cap C=A\cap(B\cap C)$

(3)**分配律**:(i)$(A\cup B)\cap C=(A\cap C)\cup(B\cap C)$

(ii)$(A\cap B)\cup C=(A\cup C)\cap(B\cup C)$

(4)**摩根律**:(i)$(A\cup B)'=A'\cap B'$

(ii)$(A\cap B)'=A'\cup B'$

下面证明结合律的(i)和摩根律的(i),作为示范,其它几条定律可类似地证明。

结合律(i)的证明:

如果,$x\in(A\cup B)\cup C$,则

$$x\in A\cup B \text{ 或 } x\in C\text{,即}$$

$$x\in A \text{ 或 } x\in B \text{ 或 } x\in C$$

因而,$x\in A$ 或 $x\in B\cup C$,所以

$$x\in A\cup(B\cup C)$$

由此可得 $$(A\cup B)\cup C\subset A\cup(B\cup C)$$

同理可证 $$A\cup(B\cup C)\subset(A\cup B)\cup C$$

所以 $$(A\cup B)\cup C=A\cup(B\cup C)$$

说明结合律(i)成立的文氏图见图 1-8。

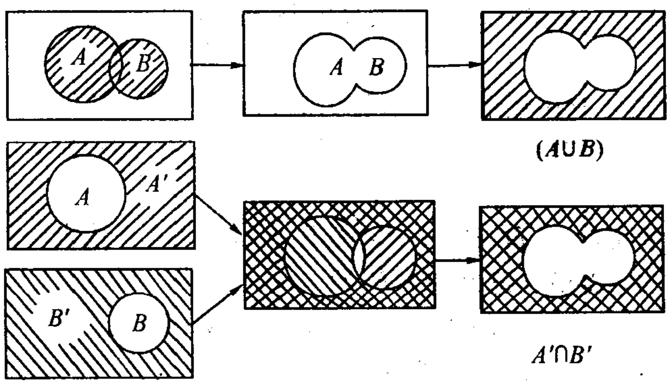


图 1-8

摩根律(i)的证明:

如果,$x\in(A\cup B)'$,则 $x\notin A\cup B$,即

$$x\notin A \text{ 且 } x\notin B$$

亦即 $$x\in A' \text{ 且 } x\in B'$$

因此，$x\in A'\cap B'$，所以

$$(A\cup B)'\subset A'\cap B'$$

反之，如果 $x\in A'\cap B'$，则 $x\in A'$ 且 $x\in B'$，即

$$x\overline{\in}A \text{ 且 } x\overline{\in}B$$

亦即 $x\overline{\in}A\cup B$

因此，$x\in(A\cup B)'$，所以

$$A'\cap B'\subset(A\cup B)'$$

于是得到

$$(A\cup B)'=A'\cap B'$$

说明摩根律(i)成立的文氏图见图 1-8。

例 23 设学生考试成绩分为优、良、中、差四类。如果 A 是成绩为优的学生集合，B 是成绩为良的学生集合，试验证摩根律(i)成立。

解：$A\cup B$ 是成绩为优或良的学生集合，因此，$(A\cup B)'$是成绩为中或差的学生集合。A'是成绩为良或中或差的学生集合，B'是成绩为优或中或差的学生集合，因此 $A'\cap B'$是成绩为中或差的学生集合。所以$(A\cup B)'=A'\cap B'$。

例 24 利用集合运算证明

$$(A\cap B)\cup(A'\cap B)=B$$

证：由分配律(i)有

$$(A\cap B)\cup(A'\cap B)=(A\cup A')\cap B=U\cap B=B$$

八、集合的笛卡尔乘积

前面讲过，集合的元素具有无序性。但有时需要研究元素必须按某种规定顺序排列的问题。

将两元素 x 和 y 按前后顺序排列成一个元素组(x,y)，称为有序元素组。(x,y)与(y,x)是两个不同的有序元素组。

对于有序元素组(x_1,y_1)和(x_2,y_2)，当且仅当 $x_1=x_2$ 且 $y_1=y_2$ 时，才称(x_1,y_1)和(x_2,y_2)是相等的。

由两个元素组成的有序数组(x_1,x_2)称为二元有序数组，由三个元素组成的有序数组(x_1,x_2,x_3)称为三元有序数组，……，由 n 个元素组成的有序数组$(x_1,x_2,\cdots,x_n)$称为 n 元有序数组。

定义 1.7 设有集合 A 和 B，$x\in A$，$y\in B$，所有二元有序数组(x,y)构成的集合，称为集合 A 与 B 的**笛卡尔乘积**。记为 $A\times B$，即

$$A\times B=\{(x,y)\mid x\in A,y\in B\}$$

例 25 设 $A=\{1,2,3,4\}$，$B=\{2,3\}$，则

$$A\times B=\{(1,2),(1,3),(2,2)(2,3),(3,2),(3,3),(4,2),(4,3)\}$$

例 26 设 $A=\{a,b\}$，则

$$A\times A=\{(a,a),(a,b),(b,a),(b,b)\}$$

例 27 设 R 为全体实数的集合。则笛卡尔直坐标系的坐标平面可记作：

$$R\times R=\{(x,y)\mid x\in R,y\in R\}$$

例 28 设 $A=\{x\mid 0\leqslant x\leqslant 2\}$，$B=\{y\mid 0\leqslant y\leqslant 1\}$，则

$A\times B=\{(x,y)\mid 0\leqslant x\leqslant 2, 0\leqslant y\leqslant 1\}$。它表示平面直角坐标系中如图 1-9 所示的矩形区域。

类似地，可以定义

$$A\times B\times C=\{(x,y,z)\mid x\in A, y\in B, z\in C\}$$

例 29 设 $A=\{0,1\}$，$B=\{1,2\}$，$C=\{3\}$，则有

$A\times B\times C=\{(0,1,3),(0,2,3),(1,1,3),(1,2,3)\}$

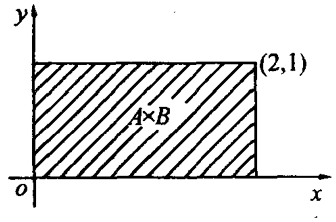


图 1-9

§1.2 实 数 集

一、实数与数轴

人们对数的认识是逐步发展的。先是自然数，继而发展到有理数(即正负整数、正负分数及 0)，再进一步就发展到无理数(例如 $\sqrt{2}$、π 等都是无理数)。有理数可以表示为 $\frac{p}{q}$，无理数不能表示为 $\frac{p}{q}$，其中 p,q 都是整数，且 $q\neq 0$。

分数可以用有穷小数或无穷循环小数表示；反之，有穷小数或无穷循环小数亦可用分数表示。

因此，有理数可以表示为有穷小数或无穷循环小数，而无理数为无穷不循环小数。

设有一条水平直线，在这条直线上取定一点 o，称为原点，规定一个正方向(习惯上规定由原点向右的方向为正方向)，再规定一个长度，称为单位长度。这种具有原点、正方向和单位长度的直线称为数轴。如图 1-10。

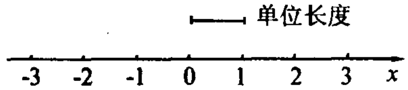


图 1-10

任何一个有理数 $\frac{p}{q}$，都可以在数轴上找到一个点与之对应，使得由原点到这点的长度与单位长度之比等于 $\frac{p}{q}$。这样得到的点称为有理点，它是有理数 $\frac{p}{q}$ 的几何表示，而 $\frac{p}{q}$ 称为有理点的坐标。反之，数轴上任何一个有理点必对应于一个有理数。

任给两个有理数 $a,b(a<b)$，在 a,b 之间至少可以找到一个有理数 c，使得 $a<c<b$，例如 $c=\frac{a+b}{2}$。同样地，在 a,c 之间也至少可以找到一个有理数 d，使得 $a<d<c$。依此类推，可知不论有理数 a,b 相差多么小，在 a,b 之间总可以找到无穷多个有理数，这就是有理数的稠密性，即有理点在数轴上是处处稠密的。

虽然有理点在数轴上处处稠密，但是数轴上还有非有理点存在，如边长为 1 的单位正方形，某对角线长为 $\sqrt{2}$，可以证明 $\sqrt{2}$ 不是有理数。因此数轴上坐标 $\sqrt{2}$ 的点不是有理点。事实上，这样的非有理点在数轴上不但存在，而且也是处处稠密的，例如，坐标为 $\sqrt{2}+1$，$\sqrt{2}+0.1$，$\sqrt{3}$，$\sqrt[3]{2}$，π 等的点都不是有理点。因此，数轴上除有理点之外还有无穷多个“空隙”，这些空隙处的点称为无理点，与无理点相对应的数称为无理数。正如有理点一样，数轴上的无理点也是处处稠密的。

有理数与无理数统称为实数。实数充满数轴而且没有空隙，这就是实数的连续性。由此可知，每一个实数必是数轴上某一个点的坐标；反之，数轴上每一点的坐标必是一个实数，这就是说全体实数与数轴上的全体点形成一一对应的关系。今后我们所研究的数都是实数，为了简单起见，常常将实数和数轴上与它对应的点不加区别，用相同的符号表示，如点 a 和实数 a 是相同的意思。

二、绝对值

在研究一些问题时，我们常常要用到实数绝对值的概念。下面介绍一下实数值的定义及性质。

定义 1.8 一个实数 x 的绝对值，记为 $|x|$，定义为

$$|x|=\begin{cases} x, & x\geqslant 0 \\ -x, & x<0 \end{cases}$$

$|x|$ 的几何意义：$|x|$ 表示数轴上点 x（不论 x 在原点左边还是右边）与原点之间的距离。

绝对值及其运算有下列性质：

(1) $|x|=\sqrt{x^2}$

(2) $|x|\geqslant 0$

(3) $|-x|=|x|$

(4) $-|x|\leqslant x\leqslant |x|$

(5) 如果 $a>0$，则下面两个集合相等：

$$\{x\mid |x|<a\}=\{x\mid -a<x<a\}$$

从几何上看，$|x|<a$ 表示所有与原点间的距离小于 a 的点 x 的集合，而 $-a<x<a$ 表示所有在点 $-a$ 和点 a 之间的点 x 的集合，所以他们表示的是相同的点集。

(6) 如果 $b>0$，则下面两个集合相等：

$$\{x\mid |x|>b\}=\{x\mid x<-b\}\cup\{x\mid x>b\}$$

从几何上看，$|x|>b$ 表示所有与原点的距离大于 b 的点 x 的集合，而"$x<-b$ 或 $x>b$"表示在点 $-b$ 左边或在点 b 右边的所有点 x 的集合，所以它们表示的是相同的点集。

(7) $|x+y|\leqslant |x|+|y|$

由上面的性质(4)有

$$-|x|\leqslant x\leqslant |x|;\quad -|y|\leqslant y\leqslant |y|$$

两式相加得

$$-(|x|+|y|)\leqslant x+y\leqslant |x|+|y|$$

再由性质(5)得

$$|x+y|\leqslant |x|+|y|$$

(8) $|x-y|\geqslant |x|-|y|$

由于 $$|x|=|(x-y)+y|\leqslant |x-y|+|y|$$

所以 $$|x-y|\geqslant |x|-|y|$$

(9) $|xy|=|x|\cdot|y|$

(10) $\left|\frac{x}{y}\right|=\frac{|x|}{|y|}, y\neq 0$

根据绝对值的定义,(9)与(10)显然成立。

三、区间

设 a,b 为实数,且 $a<b$,则

(1)满足不等式 $a<x<b$ 的所有实数 x 的集合,称为以 a,b 为端点的**开区间**,记作(a,b),见图 1-11。即

$$(a,b)=\{x|a<x<b\}$$

(2)满足不等式 $a\leqslant x\leqslant b$ 的所有实数 x 的集合,称为以 a,b 为端点的**闭区间**,记作$[a,b]$,见图 1-12。即。

$$[a,b]=\{x|a\leqslant x\leqslant b\}$$

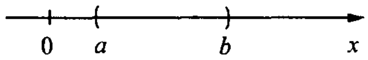


图 1-11

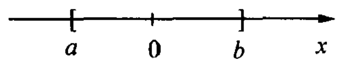


图 1-12

(3)满足不等式 $a<x\leqslant b$(或 $a\leqslant x<b$)的所有实数 x 的集合,称为以 a、b 为端点的半开区间,记作$(a,b]$(或$[a,b)$),分别见图 1-13 和图 1-14。即

$$(a,b]=\{x|a<x\leqslant b\}$$
$$[a,b)=\{x|a\leqslant x<b\}$$

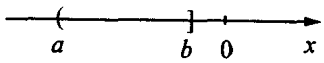


图 1-13

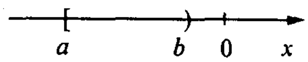


图 1-14

以上三类区间为有限区间。有限区间右端点 b 与左端点 a 有差 $b-a$,称为区间的长。

还有下面几类无限区间:

(4) $(a,+\infty)=\{x|a<x\}$

$[a,+\infty)=\{x|a\leqslant x\}$

(5) $(-\infty,b)=\{x|x<b\}$

$(-\infty,b]=\{x|x\leqslant b\}$

(6) $(-\infty,+\infty)=\{x|-\infty<x<+\infty\}$

即全体实数的集合。

四、邻域

由绝对值的性质(5)可知,实数集合

$$\{x||x-x_0|<\delta,\delta>0\}$$

在数轴上是一个以点 x_0 为中心长度为 2δ 的开区间$(x_0-\delta,x_0+\delta)$,称为点 x_0 的 **δ 邻域**。x_0 称为邻域的中心,δ 称为邻域的半径,如图 1-15。

例如 $|x-5|<\frac{1}{2}$,即是以点 $x_0=5$ 为中心,以$\frac{1}{2}$为半径的邻域,也就是开区间(4.5,