

高等学校数学学习辅导教材

考研数学

真题全解

及考点分析

陈小柱 刘西民 编著

(最新版·经济类)

大连理工大学出版社

丛书策划:刘 杰

图书在版编目(CIP)数据

考研数学真题全解及考点分析(最新版·经济类)/陈小柱,
刘西民编著. 大连:大连理工大学出版社,2000.3
(高等学校数学学习辅导教材)
ISBN 7-5611-1584-9

I.考… II.①陈… ②刘… III.数学-高等数学-研究生-入学
考试-自学参考资料 IV.O13

中国版本图书馆 CIP 数据核字(1999)第 50989 号

大连理工大学出版社出版发行

大连市凌水河 邮政编码 116024

电话:0411-4708842 传真:0411-4708898

E-mail:dutp@mail.dlptt.ln.cn

大连业发印刷厂印刷

开本:850×1168 毫米 1/32 字数:390 千字 印张:13.125

印数:1—10000 册

2000 年 3 月第 1 版

2000 年 3 月第 1 次印刷

责任编辑:刘 杰

责任校对:习 文

封面设计:孙宝福

定价:33.60 元(本册 16.80 元)

卷首赠言

在学习方面您的最有价值的财富
是一种积极的态度。

鲍比·迪波特《定量学习》

我们知道每个人的潜力远远超过
已经实现的一切。

彼得·克莱恩《天天天才》

最新版前言

考研已热了。

世纪之交,登高望远,这一发展方向对人类未来所产生的积极影响是深远的。1977年的高考热,见证了沧桑巨变的改革开放20年。新的千年就在眼前,考研热必将伴随着一个伟大的民族迎来伟大的复兴!

有关考研的参考书很多。本书有以下三大特色:

其一,详细解答了1987年~2000年全部考研数学全真试题(经济类:数学三、数学四),并进行了精心的分类。这是一本工具书。由于这十四年间的考研真题,决定了无数莘莘学子的人生命运,本书有保存价值。

其二,通过对试题进行解剖,分析出了考点。不同年份的命题专家们,多次考到的相同的知识点,称之为考点。考点吻合于课堂教学中的重点和难点。这些虽在《考试大纲》中有所规定,而本书诠释得更加生动具体,并已深入到出题人的思路中。如果您优先把本书的问题搞通,可大大减少盲目性。

其三,运用资料索引的手段,建立了考研真题与全国通用教材之间的内在联系。许多考生抱怨:遗忘严重!过去学过的几门考研课均已不同程度地忘却了。资料索引可帮您进退自如:当研究考研题有困难时,可从考研题很快地回到通用教材;当把通用教材的知识点弄通后,可迅速上升到考研题中来。考试题目千变万化,命题专家组也常换常新,但教材的内容却相对稳定。吃透教材,以静制

动。

本书的资料索引如同一束投影光,教材中相应的重点立即水落石出。教材中被“考焦”了的页码,务必心中有数。

考生们的时间和精力均很有限,是不得不考虑的客观事实。

然而,众多的考研参考书的特点为:大量难题罗列,容量大得惊人。读此类书,往往会心有余而力不足。“食而不化,盲目复习”是读此类参考书所产生的副作用。比如,据多位已在读的研究生透露,当年购买的几大厚本考研资料,根本没时间看完。再比如,在考研辅导时,有些学生宣称:我已把某某厚书全读完了,读“懂”了。但一测试,得分很少。这是“贪多”所产生的必然结果。

本书由北京大学数学科学学院孙山泽教授担任主审。本书的写作,有10万字的工作是南开大学博士后刘西民完成的。北京大学光华管理学院王淮学博士提供了帮助。

本书充分考虑到了经济类大一、大二、大三及大四的在校生。在学习《微积分》、《线性代数》及《概率论及数理统计》课程的同时,在校生朋友可借助本书,把对应章节的学习及时加深到考研的水准,这可开发自身的潜质,为考研早作准备。因而,本书可作为同步辅导教材。本书同一版再版的《高等数学习题全解》、《线性代数·复变函数·概率统计习题全解》形成系统的知识体系,服务于广大的读者朋友。

本书不妥之处难免存在,恳请广大读者提出批评和指正!

陈小柱

目 录

最新版前言

第一部分 考研数学三

第一篇 高等数学

§ 1 一元函数·极限·连续	2
§ 1.1 考点分析	2
§ 1.2 本部分 1987 年~2000 年考研真题	3
§ 1.3 相对应的真题全解	5
§ 2 一元函数微分学	8
§ 2.1 考点分析	8
§ 2.2 本部分 1987 年~2000 年考研真题	12
§ 2.3 相对应的真题全解	17
§ 3 一元函数积分学	33
§ 3.1 考点分析	33
§ 3.2 本部分 1987 年~2000 年考研真题	36
§ 3.3 相对应的真题全解	40
§ 4 二元函数微分学	56
§ 4.1 考点分析	56

§ 4.2	本部分 1987 年~2000 年考研真题	57
§ 4.3	相对应的真题全解	59
§ 5	二元函数积分学	66
§ 5.1	考点分析	66
§ 5.2	本部分 1987 年~2000 年考研真题	67
§ 5.3	相对应的真题全解	69
§ 6	无穷级数	75
§ 6.1	考点分析	75
§ 6.2	本部分 1987 年~2000 年考研真题	77
§ 6.3	相对应的真题全解	78
§ 7	常微分方程与差分方程	87
§ 7.1	考点分析	87
§ 7.2	本部分 1987 年~2000 年考研真题	88
§ 7.3	相对应的真题全解	90

第二篇 线性代数

§ 1	行列式	99
§ 1.1	考点分析	99
§ 2	矩阵	101
§ 2.1	考点分析	101
§ 2.2	本部分 1987 年~2000 年考研真题	103
§ 2.3	相对应的真题全解	105
§ 3	向量	114
§ 3.1	考点分析	114
§ 3.2	本部分 1987 年~2000 年考研真题	115

§ 3.3 相对应的真题全解	118
§ 4 线性方程组	125
§ 4.1 考点分析	125
§ 4.2 本部分 1987 年~2000 年考研真题	126
§ 4.3 相对应的真题全解	129
§ 5 矩阵的特征值与特征向量	138
§ 5.1 考点分析	138
§ 5.2 本部分 1987 年~2000 年考研真题	139
§ 5.3 相对应的真题全解	141
§ 6 二次型	149
§ 6.1 考点分析	149
§ 6.2 本部分 1987 年~2000 年考研真题	150
§ 6.3 相对应的真题全解	151

第三篇 概率论与数理统计

§ 1 随机事件及其概率	157
§ 1.1 考点分析	157
§ 1.2 本部分 1987 年~2000 年考研真题	159
§ 1.3 相对应的真题全解	161
§ 2 随机变量及其分布	168
§ 2.1 考点分析	168
§ 2.2 本部分 1987 年~2000 年考研真题	170
§ 2.3 相对应的真题全解	174
§ 3 随机变量的数字特征	186
§ 3.1 考点分析	186
§ 3.2 本部分 1987 年~2000 年考研真题	188
§ 3.3 相对应的真题全解	190

§ 4 大数定律与中心极限定理	199
§ 4.1 考点分析	199
§ 4.2 本部分 1987 年~2000 年考研真题	200
§ 4.3 相对应的真题全解	200
§ 5 样本分布	202
§ 5.1 考点分析	202
§ 5.2 本部分 1987 年~2000 年考研真题	203
§ 5.3 相对应的真题全解	204
§ 6 参数估计	207
§ 4.1 考点分析	207
§ 4.2 本部分 1987 年~2000 年考研真题	208
§ 4.3 相对应的真题全解	209
§ 7 假设检验	212

第二部分 考研数学四

第一篇 微积分

§ 1 一元函数·极限·连续	214
§ 1.1 考点分析	214
§ 1.2 本部分 1987 年~2000 年考研真题	216
§ 1.3 相对应的真题全解	217
§ 2 一元微分学	221
§ 2.1 考点分析	221
§ 2.2 本部分 1987 年~2000 年考研真题	225
§ 2.3 相对应的真题全解	231
§ 3 一元函数积分学	251
§ 3.1 考点分析	251

§ 3.2 本部分 1987 年~2000 年考研真题	255
§ 3.3 相对应的真题全解	260
§ 4 二元函数微分学	281
§ 4.1 考点分析	281
§ 4.2 本部分 1987 年~2000 年考研真题	283
§ 4.3 相对应的真题全解	285
§ 5 二元函数积分学	294
§ 5.1 考点分析	294
§ 5.2 本部分 1987 年~2000 年考研真题	295
§ 5.3 相对应的真题全解	296

第二篇 线性代数

§ 1 行列式	301
§ 1.1 考点分析	301
§ 1.2 本部分 1987 年~2000 年考研真题	302
§ 1.3 相对应的真题全解	303
§ 2 矩阵	306
§ 2.1 考点分析	306
§ 2.2 本部分 1987 年~2000 年考研真题	308
§ 2.3 相对应的真题全解	311
§ 3 向量	322
§ 3.1 考点分析	322
§ 3.2 本部分 1987 年~2000 年考研真题	323
§ 3.3 相对应的真题全解	326
§ 4 线性方程组	336
§ 4.1 考点分析	336
§ 4.2 本部分 1987 年~2000 年考研真题	337
§ 4.3 相对应的真题全解	340

§ 5 矩阵的特征值与特征向量	351
§ 5.1 考点分析	351
§ 5.2 本部分 1987 年~2000 年考研真题	352
§ 5.3 相对应的真题全解	354

第三篇 概率论

§ 1 随机事件及其概率	363
§ 1.1 考点分析	363
§ 1.2 本部分 1987 年~2000 年考研真题	365
§ 1.3 相对应的真题全解	368
§ 2 随机变量及其分布	375
§ 2.1 考点分析	375
§ 2.2 本部分 1987 年~2000 年考研真题	377
§ 2.3 相对应的真题全解	381
§ 3 随机变量的数字特征	394
§ 3.1 考点分析	394
§ 3.2 本部分 1987 年~2000 年考研真题	396
§ 3.3 相对应的真题全解	398

考研数学三

[illegible]

第一篇 高等数学

§ 1 一元函数·极限·连续

§ 1.1 考点分析

考试频率

1987年~2000年,6年没考此部分,考过8年。

分数统计

本部分 1987年~2000年分数分布表

年份	1987	1988	1989	1990	1991	1992	1993	1994	1995	1996	1997	1998	1999	2000
分数	4	2	3	6	3	3	0	0	0	0	0	3	0	3

(1)* 每次平均分: $1.9 \text{ 分} = \frac{27 \text{ 分}}{14}$;

(2) 每题平均分: $2.7 \text{ 分} = \frac{27 \text{ 分}}{10}$;

(3) 最高分: 6分(1990年), 最低分: 0分(6次);

(4) 最近两年: 1999年0分, 2000年3分。

题型分布

是非2题, 填空1题, 选择7题, 合计19题。

逐题寻根

紧扣全国通用教材人大《微积分》(修订本), 追根溯源。

* 请读者充分注意这项指标在各部分的变化。

1. (1987, 是非, 2分) P54, 定义 2.3 $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = A$ 及其后面的说明。
 2. (1987, 选择, 2分) P86 顺数第 7 行, “初等函数在其定义域内都是连续的”。
 3. (1988, 是非, 2分) P68 定理 2.10, 条件分母不为零: “ $\lim y \neq 0$ ”。
 4. (1989, 选择, 3分) P66 定义 2.10, 无穷小量的阶的定义, P150 § 4.2 未定式的定值法 —— 罗彼塔法则。
 5. (1990, 选择, 3分) P27 定义 1.10 函数的奇偶性定义。
 6. (1990, 填空, 3分) P71 例 8 类似技巧: 分子有理化。
 7. (1991, 选择, 3分) P77 公式 (2.9), $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = e$, P150 § 4.2 未定式的定值法 —— 罗彼塔法则。
 8. (1992, 选择, 3分) P66 定义 2.10, 无穷小量的阶的定义, P150 § 4: 2, 未定式的定值法 —— 罗彼塔法则。
 9. (1998, 选择, 3分) P83 定义 2.15, 间断点的定义, 极限 $\lim_{n \rightarrow \infty} x^n$ 的计算。
 10. (2000, 选择, 3分) P72 定理 2.11 的正确理解。
- 请读者在教材内的对应部分涂上醒目的标识, 以便把考研真题与通用教材紧密相连, 减少考前复习的盲目性。

要点概括

- (1) P150 罗彼塔法则, 考到了 3 次, 是必须过关的重点。
- (2) P66 定义 2.10, 无穷小量的阶的定义, 考到了 2 次。
- (3) 涉及到的知识点有: P54 $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = A$ 的定义, P86 初等函数的连续性, P77 公式 (2.9), $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = e$, P27 定义 1.10 函数的奇偶性等等。
- (4) 观察“分数分布表”及“每次平均分: 1.8 分”, 考前投入过多的时间与精力, 是不明智的。

§ 1.2 本部分 1987 年 ~ 2000 年考研真题

1. (1987, 是非, 2分) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x} = \infty$ ()。
2. (1987, 选择, 2分) 函数 $f(x) = ()$ 在其定义域内连续。

A. $\ln x + \sin x$

B. $\begin{cases} \sin x & x \leq 0 \\ \cos x & x > 0 \end{cases}$

C. $\begin{cases} x+1 & x < 0 \\ 0 & x = 0 \\ x-1 & x > 0 \end{cases}$

D. $\begin{cases} \frac{1}{\sqrt{|x|}} & x \neq 0 \\ 0 & x = 0 \end{cases}$

3. (1988, 是非, 2 分) 若 $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$ 与 $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)g(x)$ 均存在, 则 $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x)$

必存在()。

4. (1989, 选择, 3 分) 当 $x \rightarrow 0$ 时, $2^x + 3^x - 2$ 与 x 相比较是()的无穷小量。

A. 等价 B. 同阶非等价 C. 高阶 D. 低阶

5. (1990, 选择, 3 分) $f(x) = x \tan x e^{\sin x}$ 是()函数。

A. 偶 B. 无界 C. 周期 D. 单调

6. (1990, 填空, 3 分) $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n+3} \sqrt{n} - \sqrt{n} - \sqrt{n}) = ()$ 。

7. (1991, 选择, 3 分) 极限()正确。

A. $\lim_{x \rightarrow 0^+} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = 1$

B. $\lim_{x \rightarrow 0^+} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = e$

C. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{1}{x}\right)^x = -e$

D. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^{-x} = e$

8. (1992, 选择, 3 分) 当 $x \rightarrow 0$ 时, 无穷小量中的()比其它三个的阶高。

A. x^2

B. $1 - \cos x$

C. $\sqrt{1-x^2} - 1$

D. $x - \tan x$

9. (1998, 选择, 3 分) 函数 $f(x) = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1+x}{1+x^{2n}}$ 的间断点为()。

A. 不存在 B. $x = 1$ C. $x = 0$ D. $x = -1$

10. (2000, 选择, 3 分) 对任意的 x , 总有 $\varphi(x) \leq f(x) \leq g(x)$, 且 $\lim_{x \rightarrow \infty} [g(x) - \varphi(x)] = 0$, 则 $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$ ()。

A. 存在且等于零 B. 存在但不一定为零

C. 一定不存在 D. 不一定存在

§ 1.3 相对应的真题全解

1. (1987, 是非, 2分) 填: 非

由 $\lim_{x \rightarrow -\infty} e^x = 0$ 而 $\lim_{x \rightarrow +\infty} e^x = +\infty$, 得 $\lim_{x \rightarrow \infty} e^x$ 不存在。

又 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x} = \infty$ 令 $\frac{1}{x} = u$, 得 $\lim_{u \rightarrow \infty} \lim_{x \rightarrow 0} e^u$, 得 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x}$ 不存在, 故 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x} = \infty$ 不对。

2. (1987, 选择, 2分) 选: A

A. 由“初等函数在其定义域内连续”, 可知函数 $f(x) = \ln x + \sin x$ 在 $(0, +\infty)$ 内是连续的。

B. 由 $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0} \sin x = 0$ 而 $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0} \cos x = 1$, 即 $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) \neq \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$, 即 $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ 不存在, 即 $f(x)$ 在分段点 $x = 0$ 处不连续, 即 $f(x)$ 在其定义域内不处处连续。

C. 由 $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0} (x+1) = 1$ 而 $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0} (x-1) = -1$, 即 $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) \neq \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$, 即 $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ 不存在, 即 $f(x)$ 在分段点处不连续, 即 $f(x)$ 在其定义域内不处处连续。

D. 由 $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{\sqrt{|x|}} = \infty$, 可知 $f(x)$ 在分段点 $x = 0$ 处不连续, 即 $f(x)$ 在其定义域内不处处连续。

3. (1988, 是非, 2分) 填: 非

虽然 $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$ 与 $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)g(x)$ 均存在, 但 $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x)$ 未必存在。

例如: 虽 $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x} = 0$ 且 $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x} \sin x = 0$, 即 $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x}$ 与 $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x} \sin x$ 均存在, 但 $\lim_{x \rightarrow \infty} \sin x$ 不存在。

4. (1989, 选择, 3分) 选: B

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2^x + 3^x - 2}{x} &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{0}{0} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2^x \ln 2 + 3^x \ln 3}{1} \\ &= \ln 2 + \ln 3 = \ln 6 \neq 0 \end{aligned}$$

可知当 $x \rightarrow 0$ 时, $2^x + 3^x - 2$ 与 x 相比是同阶非等价的无穷小量。

5. (1990, 选择, 3分) 选: B

A. 由 $f(-x) = -x \tan(-x) e^{\sin(-x)} = x \tan x e^{-\sin x}$, 即 $f(-x) \neq f(x)$ 且 $f(-x) \neq -f(x)$, 可知 $f(x)$ 既不是奇函数, 也不是偶函数。

B. 由 $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} x = \frac{\pi}{2}$, $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \tan x = \infty$, $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} e^{\sin x} = e$, 即 $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} x \tan x e^{\sin x} = \infty$, 可知 $f(x)$ 是无界函数。

6. (1990, 填空, 3分) 填: 2

$$\begin{aligned} & \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\sqrt{n+3} \sqrt{n} - \sqrt{n-\sqrt{n}} \right) \\ &= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n+3\sqrt{n}-n+\sqrt{n}}{\sqrt{n+3\sqrt{n}}+\sqrt{n-\sqrt{n}}} \\ &= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4}{\sqrt{1+\frac{3}{\sqrt{n}}}+\sqrt{1-\frac{1}{\sqrt{n}}}} \\ &= 2 \end{aligned}$$

7. (1991, 选择, 3分) 选: A

$$\begin{aligned} \text{A. } \lim_{x \rightarrow 0^+} \left(1 + \frac{1}{x} \right)^x & \stackrel{\frac{1}{x} = t}{=} \lim_{t \rightarrow +\infty} (1+t)^{\frac{1}{t}} = \lim_{t \rightarrow +\infty} e^{\ln(1+t) \frac{1}{t}} \\ &= e^{\lim_{t \rightarrow +\infty} \ln(1+t) \frac{1}{t}} = e^{\lim_{t \rightarrow +\infty} \frac{\frac{1}{1+t}}{1}} = e^0 = 1 \end{aligned}$$

$$\text{B. } \lim_{x \rightarrow 0^+} \left(1 + \frac{1}{x} \right)^x = 1 \neq e$$

$$\begin{aligned} \text{C. } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{1}{x} \right)^x &= \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{1}{x} \right)^{-x \cdot (-1)} \\ &= \left[\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{1}{x} \right)^{-x} \right]^{-1} = e \neq -e \end{aligned}$$

$$\text{D. } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x} \right)^{-x} = \left[\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{1}{x} \right)^x \right]^{-1} = e^{-1} \neq e$$

8. (1992, 选择, 3分) 选: D

$$\text{由 } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2}{1 - \cos x} \stackrel{\frac{0}{0}}{=} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x}{\sin x} = 2 \neq 0, \text{ 可知 } x \rightarrow 0 \text{ 时, } x^2 \text{ 与}$$

$1 - \cos x$ 同阶。