高等学校数学学习辅导教材

# 考研数学真题全解及考点分析

陈小柱　刘西民　编著

（最新版·经济类）

大连理工大学出版社

丛书策划：刘　杰

图书在版编目(CIP)数据

考研数学真题全解及考点分析(最新版・经济类)/陈小柱，刘西民编著. 大连：大连理工大学出版社，2000.3
(高等学校数学学习辅导教材)
ISBN 7-5611-1584-9

Ⅰ.考… Ⅱ.①陈… ②刘… Ⅲ.数学-高等数学-研究生-入学考试-自学参考资料 Ⅳ.O13

中国版本图书馆 CIP 数据核字(1999)第 50989 号

大连理工大学出版社出版发行
大连市凌水河　邮政编码　116024
电话：0411-4708842　传真：0411-4708898
E-mail：dutp@mail.dlptt.ln.cn
大连业发印刷厂印刷

开本：850×1168 毫米　1/32　字数：390 千字　印张：13.125
印数：1—10000 册
2000 年 3 月第 1 版　　2000 年 3 月第 1 次印刷

责任编辑：刘　杰　　责任校对：习　文
封面设计：孙宝福

定价：33.60 元(本册 16.80 元)

## 卷首赠言

在学习方面您的最有价值的财富是一种积极的态度。

鲍比·迪波特《定量学习》

我们知道每个人的潜力远远超过已经实现的一切。

彼得·克莱恩《天天天才》

# 最新版前言

考研已热了。

世纪之交，登高望远，这一发展方向对人类未来所产生的积极影响是深远的。1977 年的高考热，见证了沧桑巨变的改革开放 20 年。新的千年就在眼前，考研热必将伴随着一个伟大的民族迎来伟大的复兴！

有关考研的参考书很多。本书有以下三大特色：

其一，**详细解答**了 1987 年～2000 年全部考研数学全真试题（经济类：数学三、数学四），并进行了精心的分类。这是一本工具书。由于这十四年间的考研真题，决定了无数莘莘学子的人生命运，本书有保存价值。

其二，通过对试题进行解剖，分析出了**考点**。不同年份的命题专家们，多次考到的相同的知识点，称之为考点。考点吻合于课堂教学中的重点和难点。这些虽在《考试大纲》中有所规定，而本书诠释得更加生动具体，并已深入到出题人的思路中。如果您优先把本书的问题搞通，可大大减少盲目性。

其三，运用**资料索引**的手段，建立了考研真题与全国通用教材之间的内在联系。许多考生抱怨：**遗忘严重**！过去学过的几门考研课均已不同程度地忘却了。资料索引可帮您进退自如：当研究考研题有困难时，可从考研题很快地回到通用教材；当把通用教材的知识点弄通后，可迅速上升到考研题中来。考试题目千变万化，命题专家组也常换常新，但教材的内容却相对稳定。吃透教材，以静制

动。

本书的资料索引如同一束投影光，教材中相应的重点立即水落石出。教材中被“考焦”了的页码，务必心中有数。

考生们的时间和精力均很有限，是不得不考虑的客观事实。

然而，众多的考研参考书的特点为：大量难题罗列，容量大得惊人。读此类书，往往会心有余而力不足。“食而不化，盲目复习”是读此类参考书所产生的副作用。比如，据多位已在读的研究生透露，当年购买的几大厚本考研资料，根本没时间看完。再比如，在考研辅导时，有些学生宣称：我已把某某厚书全读完了，读“懂”了。但一测试，得分很少。这是“贪多”所产生的必然结果。

本书由北京大学数学科学学院孙山泽教授担任主审。本书的写作，有 10 万字的工作是南开大学博士后刘西民完成的。北京大学光华管理学院王淮学博士提供了帮助。

本书充分考虑到了经济类大一、大二、大三及大四的在校生。在学习《微积分》、《线性代数》及《概率论及数理统计》课程的同时，在校生朋友可借助本书，把对应章节的学习及时加深到考研的水准，这可开发自身的潜质，为考研早作准备。因而，本书可作为同步辅导教材。本书同一版再版的《高等数学习题全解》、《线性代数·复变函数·概率统计习题全解》形成系统的知识体系，服务于广大的读者朋友。

本书不妥之处难免存在，恳请广大读者提出批评和指正！

陈小柱

# 目 录



# 第一部分 考研数学三

## 第一篇 高等数学

# 第二篇　线性代数

## 第三篇　概率论与数理统计

# 第二部分 考研数学四

## 第一篇 微积分

# 第二篇　线性代数

# 第三篇 概率论

# 第一部分

## 考研数学三

**1987 年～2000 年三门课程分布表**

| 课程 \ 分数 \ 年份 | 1987 | 1988 | 1989 | 1990 | 1991 | 1992 | 1993 | 1994 | 1995 | 1996 | 1997 | 1998 | 1999 | 2000 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 高等数学 | 55 | 52 | 51 | 50 | 50 | 50 | 50 | 50 | 50 | 50 | 50 | 50 | 50 | 49 |
| 线性代数 | 25 | 25 | 25 | 25 | 25 | 25 | 25 | 25 | 25 | 25 | 25 | 25 | 25 | 26 |
| 概率统计 | 20 | 23 | 24 | 25 | 25 | 25 | 25 | 25 | 25 | 25 | 25 | 25 | 25 | 25 |

# 第一篇　高等数学

## §1　一元函数·极限·连续

### §1.1　考点分析

**考试频率**　1987 年～2000 年，6 年没考此部分，考过 8 年。

**分数统计**

本部分 1987 年～2000 年分数分布表

| 年份 | 1987 | 1988 | 1989 | 1990 | 1991 | 1992 | 1993 | 1994 | 1995 | 1996 | 1997 | 1998 | 1999 | 2000 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 分数 | 4 | 2 | 3 | 6 | 3 | 3 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 3 | 0 | 3 |

(1)* 每次平均分：1.9 分$=\frac{27\text{分}}{14}$；

(2)每题平均分：2.7 分$=\frac{27\text{分}}{10}$；

(3)最高分：6 分(1990 年)，最低分：0 分(6 次)；

(4)最近两年：1999 年 0 分，2000 年 3 分。

**题型分布**　是非 2 题，填空 1 题，选择 7 题，合计19 题。

**逐题寻根**

紧扣全国通用教材人大《微积分》(修订本)，追根溯源。

* 请读者充分注意这项指标在各部分的变化。

1.（1987，是非，2 分） P54，定义 2.3 $\lim\limits_{x\to\infty}f(x)=A$ 及其后面的说明。

2.（1987，选择，2 分） P86 顺数第 7 行，"初等函数在其定义域内都是连续的"。

3.（1988，是非，2 分） P68 定理 2.10，条件分母不为零："$\lim y\neq 0$"。

4.（1989，选择，3 分） P66 定义 2.10，无穷小量的阶的定义，P150 §4.2 未定式的定值法 —— 罗彼塔法则。

5.（1990，选择，3 分） P27 定义 1.10 函数的奇偶性定义。

6.（1990，填空，3 分） P71 例 8 类似技巧：分子有理化。

7.（1991，选择，3 分） P77 公式(2.9)，$\lim\limits_{x\to\infty}\left(1+\dfrac{1}{x}\right)^x=\mathrm{e}$，P150 §4.2 未定式的定值法 —— 罗彼塔法则。

8.（1992，选择，3 分） P66 定义 2.10，无穷小量的阶的定义，P150 §4.2，未定式的定值法 —— 罗彼塔法则。

9.（1998，选择，3 分） P83 定义 2.15，间断点的定义，极限 $\lim\limits_{n\to\infty}x^n$ 的计算。

10.（2000，选择，3 分） P72 定理 2.11 的正确理解。

请读者在教材内的对应部分涂上醒目的标识，以便把考研真题与通用教材紧密相连，减少考前复习的盲目性。

**要点概括**

(1)P150 罗彼塔法则，考到了 3 次，是必须过关的重点。

(2)P66 定义 2.10，无穷小量的阶的定义，考到了 2 次。

(3) 涉及到的知识点有：P54 $\lim\limits_{x\to\infty}f(x)=A$ 的定义，P86 初等函数的连续性，P77 公式(2.9)，$\lim\limits_{x\to\infty}\left(1+\dfrac{1}{x}\right)^x=\mathrm{e}$，P27 定义 1.10 函数的奇偶性等等。

(4) 观察"分数分布表"及"每次平均分：1.8 分"，考前投入过多的时间与精力，是不明智的。

## §1.2 本部分 1987 年～2000 年考研真题

1.（1987，是非，2 分） $\lim\limits_{x\to 0}\mathrm{e}^{\frac{1}{x}}=\infty$（ ）。

2.（1987，选择，2 分） 函数 $f(x)=$（ ）在其定义域内连续。

A. $\ln x+\sin x$　　B. $\begin{cases}\sin x & x\leqslant 0\\ \cos x & x>0\end{cases}$

C. $\begin{cases}x+1 & x<0\\ 0 & x=0\\ x-1 & x>0\end{cases}$　　D. $\begin{cases}\dfrac{1}{\sqrt{|x|}} & x\neq 0\\ 0 & x=0\end{cases}$

3.(1988,是非,2分)　若$\lim\limits_{x\to x_0}f(x)$与$\lim\limits_{x\to x_0}f(x)g(x)$均存在,则$\lim\limits_{x\to x_0}g(x)$必存在(　　)。

4.(1989,选择,3分)　当$x\to 0$时,$2^x+3^x-2$与$x$相比较是(　　)的无穷小量。

A. 等价　B. 同阶非等价　C. 高阶　D. 低阶

5.(1990,选择,3分)　$f(x)=x\tan x e^{\sin x}$是(　　)函数。

A. 偶　B. 无界　C. 周期　D. 单调

6.(1990,填空,3分)　$\lim\limits_{x\to\infty}(\sqrt{n+3\sqrt{n}}-\sqrt{n-\sqrt{n}})=$(　　)。

7.(1991,选择,3分)　极限(　　)正确。

A. $\lim\limits_{x\to 0^+}\left(1+\dfrac{1}{x}\right)^x=1$　　B. $\lim\limits_{x\to 0^+}\left(1+\dfrac{1}{x}\right)^x=\mathrm{e}$

C. $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1-\dfrac{1}{x}\right)^x=-\mathrm{e}$　　D. $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1+\dfrac{1}{x}\right)^{-x}=\mathrm{e}$

8.(1992,选择,3分)　当$x\to 0$时,无穷小量中的(　　)比其它三个的阶高。

A. $x^2$　　B. $1-\cos x$

C. $\sqrt{1-x^2}-1$　　D. $x-\tan x$

9.(1998,选择,3分)　函数$f(x)=\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{1+x}{1+x^{2n}}$的间断点为(　　)。

A. 不存在　B. $x=1$　C. $x=0$　D. $x=-1$

10.(2000,选择,3分)　对任意的$x$,总有$\varphi(x)\leqslant f(x)\leqslant g(x)$,且$\lim\limits_{x\to\infty}[g(x)-\varphi(x)]=0$,则$\lim\limits_{x\to\infty}f(x)$(　　)。

A. 存在且等于零　　B. 存在但不一定为零

C. 一定不存在　　D. 不一定存在

# §1.3 相对应的真题全解

1.（1987，是非，2 分）　填：非

由 $\lim\limits_{x\to-\infty} e^x = 0$ 而 $\lim\limits_{x\to+\infty} e^x = +\infty$，得 $\lim\limits_{x\to\infty} e^x$ 不存在。

又 $\lim\limits_{x\to0} e^{\frac{1}{x}} \xlongequal{\text{令}\frac{1}{x}=u} \lim\limits_{u\to\infty} e^u$，得 $\lim\limits_{x\to0} e^{\frac{1}{x}}$ 不存在，故 $\lim\limits_{x\to0} e^{\frac{1}{x}} = \infty$ 不对。

2.（1987，选择，2 分）　选：A

A. 由“初等函数在其定义域内连续”，可知函数 $f(x) = \ln x + \sin x$ 在 $(0, +\infty)$ 内是连续的。

B. 由 $\lim\limits_{x\to0^-} f(x) = \lim\limits_{x\to0} \sin x = 0$ 而 $\lim\limits_{x\to0^+} f(x) = \lim\limits_{x\to0} \cos x = 1$，即 $\lim\limits_{x\to0^-} f(x) \neq \lim\limits_{x\to0^+} f(x)$，即 $\lim\limits_{x\to0} f(x)$ 不存在，即 $f(x)$ 在分段点 $x = 0$ 处不连续，即 $f(x)$ 在其定义域内不处处连续。

C. 由 $\lim\limits_{x\to0^-} f(x) = \lim\limits_{x\to0}(x+1) = 1$ 而 $\lim\limits_{x\to0^+} f(x) = \lim\limits_{x\to0}(x-1) = -1$，即 $\lim\limits_{x\to0^-} f(x) \neq \lim\limits_{x\to0^+} f(x)$，即 $\lim\limits_{x\to0} f(x)$ 不存在，即 $f(x)$ 在分段点处不连续，即 $f(x)$ 在其定义域内不处处连续。

D. 由 $\lim\limits_{x\to0} f(x) = \lim\limits_{x\to0} \dfrac{1}{\sqrt{|x|}} = \infty$，可知 $f(x)$ 在分段点 $x = 0$ 处不连续，即 $f(x)$ 在其定义域内不处处连续。

3.（1988，是非，2 分）　填：非

虽然 $\lim\limits_{x\to x_0} f(x)$ 与 $\lim\limits_{x\to x_0} f(x)g(x)$ 均存在，但 $\lim\limits_{x\to x_0} g(x)$ 未必存在。

例如：虽 $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{1}{x} = 0$ 且 $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{1}{x}\sin x = 0$，即 $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{1}{x}$ 与 $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{1}{x}\sin x$ 均存在，但 $\lim\limits_{x\to\infty} \sin x$ 不存在。

4.（1989，选择，3 分）　选：B

$$\text{由} \lim_{x\to0} \frac{2^x + 3^x - 2}{x} \xlongequal{\frac{0}{0}} \lim_{x\to0} \frac{2^x\ln2 + 3^x\ln3}{1} = \ln2 + \ln3 = \ln6 \neq 0$$

可知当 $x \to 0$ 时，$2^x + 3^x - 2$ 与 $x$ 相比是同阶非等价的无穷小量。

5.（1990，选择，3 分）　选：B

A. 由 $f(-x)=-x\tan(-x)e^{\sin(-x)}=x\tan xe^{-\sin x}$，即 $f(-x)\neq f(x)$ 且 $f(-x)\neq -f(x)$，可知 $f(x)$ 既不是奇函数，也不是偶函数。

B. 由 $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{2}}x=\frac{\pi}{2}$，$\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{2}}\tan x=\infty$，$\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{2}}e^{\sin x}=e$，即 $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{2}}x\tan xe^{\sin x}=\infty$，可知 $f(x)$ 是无界函数。

6.（1990，填空，3 分）　填：2

$$\lim_{x\to\infty}\left(\sqrt{n+3\sqrt{n}}-\sqrt{n-\sqrt{n}}\right)$$
$$=\lim_{x\to\infty}\frac{n+3\sqrt{n}-n+\sqrt{n}}{\sqrt{n+3\sqrt{n}}+\sqrt{n-\sqrt{n}}}$$
$$=\lim_{x\to\infty}\frac{4}{\sqrt{1+\frac{3}{\sqrt{n}}}+\sqrt{1-\frac{1}{\sqrt{n}}}}$$
$$=2$$

7.（1991，选择，3 分）　选：A

$$\text{A. }\lim_{x\to0^+}\left(1+\frac{1}{x}\right)^x\xlongequal{\frac{1}{x}=t}\lim_{t\to+\infty}(1+t)^{\frac{1}{t}}=\lim_{t\to+\infty}e^{\ln(1+t)\frac{1}{t}}$$
$$=e^{\lim\limits_{t\to+\infty}\ln(1+t)\frac{1}{t}}=e^{\lim\limits_{t\to+\infty}\frac{\frac{1}{1+t}\cdot1}{1}}=e^0=1$$

$$\text{B. }\lim_{x\to0^+}\left(1+\frac{1}{x}\right)^x=1\neq e$$

$$\text{C. }\lim_{x\to\infty}\left(1-\frac{1}{x}\right)^x=\lim_{x\to\infty}\left(1-\frac{1}{x}\right)^{-x\cdot(-1)}$$
$$=\left[\lim_{x\to\infty}\left(1-\frac{1}{x}\right)^{-x}\right]^{-1}=e\neq-e$$

$$\text{D. }\lim_{x\to\infty}\left(1+\frac{1}{x}\right)^{-x}=\left[\lim_{x\to\infty}\left(1-\frac{1}{x}\right)^{x}\right]^{-1}=e^{-1}\neq e$$

8.（1992，选择，3 分）　选：D

由 $\lim\limits_{x\to0}\frac{x^2}{1-\cos x}\xlongequal{\frac{0}{0}}\lim\limits_{x\to0}\frac{2x}{\sin x}=2\neq0$，可知 $x\to0$ 时，$x^2$ 与 $1-\cos x$ 同阶。