



GUANLIYINGYONGSHUXUE WEIJIFEN

管理应用数学 微积分

杨立文 主编



中国物价出版社

管理应用数学 ——微积分

主审 董大儒 刘生锋
主编 杨立文

中国物价出版社

图书在版编目(CIP)数据

管理应用数学.微积分/杨立文主编. - 北京:中国
物价出版社,2000.9

ISBN 7-80155-150-8

I.管… II.杨… III.①经济数学②微积分
IV.F224.0

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2000)第 69941 号

出版发行/中国物价出版社(电话:68033577 邮编:100837)

地址:北京市西城区月坛北小街2号院3号楼)

经销/新华书店

印刷/铁道部第三工程局印刷厂

开本/850×1168毫米 大32开 印张/12.25 字数/310千字

版本:2000年9月第1版 印次/2000年10月第1次印刷

印数/2000册

书号/ISBN 7-80155-150-8/F·116

定价/22.60元

序

管理应用数学教材,应该有数学的知识体系。通过系统地介绍基本概念、基本理论、基本方法,全面地展现这“三基”之间的内在联系,突出数学的基本原理和思想方法,给读者以知识的基本结构。

管理应用数学教材,还应该注意体现数学与管理学等知识之间的有机联系,使读者看到数学作为工具在管理等领域的应用,并学会应用数学知识分析和解决实际问题的方法。

由杨立文副教授主编的这本《管理应用数学——微积分》,正是按照上述要求编写的。针对高等职业技术教育和成人大专教育中学员普遍基础较差的情况,教材表述通俗、直观,循序渐进,并注意归纳、小结,致力于学员不仅学会,而且会学;考虑到多种专业和专科、本科两个层次的教学要求,教材在深度、广度上都作了拓展,像人民大学编的供本科使用的《微积分》等内容,都包容其间;此外,该书借鉴和吸取了国内外同类教材的长处并作了新的探索。这是适合于管理、财经类高等教育的真正的“应用数学”,是一本颇具特色、真正深入浅出的教材。

愿这一教材不仅对我国的高等职业教育、成人大专教育,而且对广大参加自学考试的有志青年以及参加升学、升职称的应试朋友,发挥实实在在的作用。

董大儒 刘生锋

2000年8月

致读者朋友

这本教材面向高等职业技术教育、成人高等教育、自学考试等管理类、财经类的众多莘莘学子。目前这方面的教材并不少。我们所以要写,旨在解决三个现实问题:通过严谨、成熟的数学教材,准确、系统地介绍“微积分”的知识体系;突出“微积分”的基础地位及其作为财经、管理等应用领域的强有力工具的作用;在坚持标准的前提下,真正做到深入浅出,使基础差的学员也能轻松地入门,进而学到系统的知识。

“微积分”是以函数为研究对象、以极限为研究工具的。虽然不少学员曾接触到一些关于函数、极限的知识,本教材还是进行了较详细的讨论,特别是极限部分,每每先给出感性材料和浅显、直观的论述,然后给出较严格的数学语言,层层深入……以期学员能很好地掌握,为后续学习打好基础。

作为微积分主要内容的“微分学”与“积分学”,不仅在运算上表现为“互逆”的关系,而且大量地共同引出变与不变、匀与非匀、直与曲等矛盾,而借助极限理论的分析,往往可以转化这些矛盾。书中充分体现了这种辩证的分析思想,必须注意学习掌握,而不要拘泥于死记硬背一些定义、定理或死板的解题方法。

本教材虽然没有像传统的做法那样过多地囿于机械的理论证明,但始终重视对基本概念、基本理论的阐释,在利用基本原理分析解决问题的同时,尤其注重理论的缜密性和内容之间的逻辑联系。学员在学习中将会发现,不少习题练习,并不是要您看着例题,“依样画葫芦”。您必须理解所学内容,并归纳总结,在大脑中建立知识之间的有机联系。各章后面均附有小结,也是基于这种考虑。

重视数与形的结合,不仅是数千年来中国数学的传统,也是学好微积分之必要。教材从第一章起就注意借助图象分析函数,并在

后面的讨论中常常结合“几何意义”去分析。但总体来看,教材中作图较少,删繁就简,在给予必要的示范、引导之后,更多地要求学员去“实习”,从中学会几何直观分析。

教材内容大大超过了专科大纲的要求,主要是考虑到本科教学和考研人员的需要。学习时可在大纲要求和老师引导下酌选。

有些学员可能还在为“基础差”发愁。为此,本书特意加上了关于初等数学内容的附录。值得一提的是,学新课并非时时“算旧账”,三角函数学得不好,平面几何知之甚少,都不要紧。当然,学员必须首先学好本书第一章内容,并注意对代数式的化简、拆补项、配方、变量代换等技巧的掌握。只要充分发挥主观能动性并善于利用教师和教材的主导作用,就一定能学好微积分。

借此机会,编者由衷地感谢山西经济管理干部学院的王克勤教授、原西南交通大学的董大儒教授、全国管理干部院校数学研究会名誉理事长刘生锋教授!

作为管理学教授的王院长,面对高等职业技术教育的迫切需要,首先提出了关于教材建设的新思路,给了编者热情的鼓励和支持;董、刘二老积数十年来数学教学和研究的宝贵经验,担任了本教材的主审,自始至终给予了亲切指导和有益的启示。没有他们的支持,这样的一部教材至少现在是不会面世的。

本教材的撰写分工为:宋建梅:第一章、第五章;杨立文:第二、三、四、六、七、八、九章;贾俊义:附录。全书由杨立文总纂并担任主编,贾俊义任副主编。

本教材成书十分仓促,加之编者水平有限,不足以至谬误是存在的。真诚地欢迎同仁们和广大读者朋友提出宝贵意见!

编 者

2000 年 9 月

目 录

第一章 函数

第一节 集合	(1)
一、集合及其表示法	(1)
二、实数集	(3)
第二节 函数的概念和表示法	(7)
一、常量与变量	(7)
二、函数的概念	(8)
三、函数的表示法	(12)
第三节 函数的简单性质	(13)
一、奇偶性	(13)
二、单调性	(14)
三、有界性	(15)
四、周期性	(15)
第四节 反函数	(15)
第五节 基本初等函数	(17)
一、常值函数 $y=c$	(17)
二、幂函数 $y=x^a$ (实数 $a \neq 0$)	(17)
三、指数函数 $y=a^x$ ($a>0, a \neq 1$)	(18)
四、对数函数 $y=\log_a x$ ($a>0, a \neq 1$)	(19)
五、三角函数	(19)
六、反三角函数	(19)

第六节 复合函数 初等函数	(21)
一、复合函数	(21)
二、初等函数	(22)
第七节 函数在经济管理中的应用	(23)
一、线性函数的应用	(23)
二、非线性函数的应用	(24)
小结	(25)
习题一	(26)

第二章 极限与连续

第一节 数列的极限	(29)
一、数列	(29)
二、数列的极限	(30)
第二节 函数的极限	(32)
一、 $x \rightarrow \infty$ 时函数的极限	(33)
二、 $x \rightarrow x_0$ 时函数的极限	(36)
三、无穷小与无穷大	(38)
第三节 极限的运算法则	(38)
第四节 两个重要极限	(41)
一、极限 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$	(42)
二、极限 $\lim_{x \rightarrow \infty} (1 + \frac{1}{x})^x = e$	(44)
第五节 无穷小的比较	(46)
第六节 函数的连续性	(47)
一、函数的连续性	(48)
二、函数的间断点	(49)
三、初等函数的连续性	(50)
四、闭区间上连续函数的性质	(51)
小结	(52)

习题二	(53)
-----------	------

第三章 导数与微分

第一节 导数的概念	(58)
一、引例	(58)
二、导数的定义	(60)
三、求导数举例	(61)
四、导数的几何意义	(63)
五、可导性与连续性的关系	(65)
第二节 导数的基本公式与运算法则	(65)
一、函数的和、差、积、商的求导法则	(66)
二、反函数的求导法则	(68)
三、复合函数的求导法则	(69)
第三节 函数的导数运算	(72)
一、初等函数的导数运算	(72)
二、隐函数的导数运算	(73)
三、参数方程所确定的函数的导数	(75)
四、相关变化率	(76)
五、变化率的经济应用——边际分析与弹性分析	(77)
第四节 高阶导数	(79)
第五节 微分及其应用	(80)
一、微分的定义	(81)
二、微分的几何意义	(82)
三、微分的运算	(83)
四、微分的应用	(85)
小结	(86)
习题三	(87)

第四章 导数的应用

第一节 中值定理	(93)
第二节 罗比达法则——不定式的定值法	(98)
第三节 函数的单调性与极值	(103)
一、函数的单调性	(103)
二、函数的极值	(105)
三、最大值与最小值	(108)
第四节 函数图形的描绘	(111)
一、曲线的凹凸性与拐点	(112)
二、曲线的渐近线	(113)
三、函数图形的描绘	(114)
小结	(116)
习题四	(117)

第五章 不定积分

第一节 不定积分的概念	(121)
一、原函数的概念	(121)
二、不定积分的概念	(123)
三、不定积分的几何意义	(123)
四、不定积分的性质	(124)
第二节 直接积分法	(126)
一、积分基本公式	(126)
二、直接积分法	(127)
第三节 换元积分法	(130)
一、第一类换元积分法	(130)
二、第二类换元积分法	(136)
第四节 分部积分法	(140)
第五节 关于不定积分的一些说明	(145)
一、有理函数的不定积分	(145)

二、三角函数的有理式的不定积分	(145)
三、其它问题的说明	(146)
小结	(146)
习题五	(148)

第六章 定积分

第一节 定积分的概念	(153)
一、引例	(153)
二、定积分的定义	(156)
三、定积分的几何意义	(158)
第二节 定积分的基本性质	(160)
第三节 微积分基本定理	(163)
一、一个明显的物理事实	(164)
二、定积分与不定积分的关系	(164)
三、牛顿——莱布尼兹公式	(166)
第四节 定积分的换元积分法与分部积分法	(168)
一、定积分的换元积分法	(168)
二、定积分的分部积分法	(172)
第五节 广义积分	(173)
一、无限区间上的广义积分	(173)
二、无界函数的广义积分(瑕积分)	(175)
第六节 定积分的应用	(177)
一、几何上的应用	(177)
二、物理上的应用	(186)
三、经济上的应用	(188)
小结	(191)
习题六	(191)

第七章 无穷级数

第一节 无穷级数的概念与基本性质	(197)
一、无穷级数的定义	(197)
二、无穷级数的收敛与发散	(198)
三、无穷级数的基本性质	(200)
第二节 正项级数	(202)
第三节 任意项级数 绝对收敛	(204)
第四节 幂级数	(207)
一、幂级数的基本概念	(207)
二、幂级数的运算	(209)
第五节 函数展开成幂级数	(211)
一、泰劳级数	(211)
二、函数展开成幂级数	(212)
第六节 幂级数在近似计算中的应用	(216)
小结	(218)
习题七	(219)

第八章 多元函数

第一节 空间解析几何简介	(223)
一、空间直角坐标系	(223)
二、曲面与方程	(226)
第二节 多元函数的概念	(231)
一、多元函数的定义	(231)
二、二元函数与它的几何意义	(232)
三、二元函数的极限与连续性	(234)
第三节 偏导数与全微分	(235)
一、偏导数及其几何意义	(236)
二、全微分	(241)
第四节 多元复合函数与隐函数的微分法	(243)

一、复合函数的微分法	(243)
二、隐函数的微分法	(248)
第五节 多元函数的极值	(249)
一、二元函数的极值	(249)
二、条件极值 拉格朗日乘数法	(254)
第六节 重积分简介	(256)
一、二重积分的概念与性质	(256)
二、二重积分的计算法	(260)
小结	(273)
习题八	(274)

第九章 微分方程与差分方程简介

第一节 微分方程的基本概念	(283)
第二节 一阶微分方程	(285)
一、可分离变量的微分方程	(285)
二、一阶线性微分方程	(287)
第三节 可降阶的高阶微分方程	(291)
一、 $y^{(n)}=f(x)$ 型的微分方程	(292)
二、 $y''=f(x, y')$ 型的二阶微分方程	(292)
三、 $y''=f(y, y')$ 型的二阶微分方程	(292)
第四节 二阶常系数线性微分方程	(293)
一、二阶常系数线性齐次微分方程	(294)
二、二阶常系数线性非齐次微分方程	(297)
第五节 差分方程的基本概念	(301)
一、差分	(301)
二、差分方程的概念	(303)
第六节 一阶与二阶常系数线性差分方程	(304)
一、一阶常系数线性差分方程	(304)
二、二阶常系数线性差分方程	(309)

小结	(315)
习题九	(316)
附录 I 初等数学公式	(322)
附录 II 简易积分表	(340)
习题参考答案	(352)

第一章

函 数

第一节 集 合

一、集合及其表示法

集合是数学中的一个原始概念,是由人们生活中“集体”、“集团”等具体概念抽象出来的。

所谓集合,就是具有某种特定性质的事物或对象的全体。而构成集合的各个事物或对象称为该集合的元素。例如:

- ① 一个剧场的所有座椅;
 - ② 某院校的全体学员;
 - ③ 掷二枚骰子,其所有可能的结果;
 - ④ 某工厂的所有产品;
 - ⑤ 形如 $y = ax^2$ (a 为非零实数) 的所有二次函数;
 - ⑥ 直线 $x + y + 1 = 0$ 上的所有点;
- 都是集合。

通常以大写英文字母 $A, B, C, \dots$ 表示集合,以小写字母 $a, b,$

$c, \dots$ 表示集合的元素。若 a 是 A 的元素, 则记作 $a \in A$ (读作 a 属于 A); 若 a 不是 A 的元素, 则记作 $a \notin A$ (读作 a 不属于 A)。

集合中元素的个数称为集合的基数。若集合的基数有限, 则称此集合为有限集合; 否则称为无限集合。

集合常用的表示法如下:

① 穷举法 在花括号中不重复地列出集合的所有元素以表示集合。如掷一骰可能得到的点数的集合 A , 以穷举法表示为

$$A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

而方程 $(x+1)(x-2)(x-3) = 0$ 的根构成集合

$$B = \{-1, 2, 3\}$$

② 图示法 用平面区域表示集合, 区域内的点表示元素。这种表示法在讨论集合的关系时显得十分直观、形象。

③ 构造法 如果 B 是具有某种特征的元素 x 的全体组成的集合, 就表示为

$$B = \{x | x \text{ 所具有的特征}\}$$

这里所谓 x 所具有的特征, 实际就是 x 作为集合 B 的元素而具有的充分必要条件, 即

$$x \text{ 具有某种特征} \Leftrightarrow x \in B$$

例如, 在 oxy 平面坐标系中, 坐标适合 $x^2 + y^2 = 1$ 的点 (x, y) 构成的集合

$$M = \{(x, y) | x, y \text{ 为实数}, x^2 + y^2 = 1\}$$

在集合的讨论中常常会涉及到集合间的关系、运算及其规律。

当 $a \in A$ 时 $a \in B$, 则称集合 A 包含于集合 B , 记为 $A \subset B$, 此时常称 A 为 B 的子集。

称集合 A 与集合 B 的所有元素构成的集合为 A 与 B 的并(或和) 记为 $A \cup B$, 即

$$A \cup B = \{x | x \in A \text{ 或 } x \in B\}$$

称集合 A 与集合 B 的所有公共元素构成的集合为 A 与 B 的交(或积), 即

$$A \cap B = \{x | x \in A \text{ 且 } x \in B\}$$

这些内容的更广泛讨论,将会在线性代数、概率论等课程中接触到。本课程中所遇的集合主要是数集,即以数为元素的集合。

二、实数集

(一) 实数

我们对数的认识过程,是先正整数,再有理数,进而到无理数……逐步深入的过程。

习惯上,全体自然数的集合记为 N ;全体整数的集合记为 Z ;全体有理数的集合记为 Q ;全体实数的集合记为 R ,它们的关系为 $N \subset Z \subset Q \subset R$

在微积分中,所涉及的数一般不超出实数范围。

在实数范围内, $x^2 + 1 = 0$ 是无解的,因此,集合

$$\{x | x \in R, x^2 + 1 = 0\}$$

是不含任何元素的。不含任何元素的集合统称为空集,记为 $\emptyset$,且规定 $\emptyset$ 为任何集合的子集。

(二) 绝对值

绝对值虽然在中学已学过,但在本课程中仍是一个常用的重要概念。如下定义及性质应予熟悉。

定义 1.1 实数 x 的绝对值,记为 $|x|$,规定

$$|x| = \begin{cases} x & x \geq 0 \\ -x & x < 0 \end{cases}$$

绝对值具有如下性质(证明略):

$$(1) |x| \geq 0$$

$$(2) |x| = \sqrt{x^2}$$