

模态分析理论与应用

傅志方 华宏星

上海交通大学出版社

上海交通大学“九五”重点教材

模态分析理论与应用

傅志方 华宏星

上海交通大学出版社

内 容 简 介

本书共分八章,系统地介绍了模态分析及参数辨识理论、模态测试技术、各种频域及时域参数辨识方法、载荷识别、结构动力学修改、灵敏度分析及模态综合技术,并给出大量应用实例。

本书可作为高等学校理工专业学生,研究生和教师的教材和参考书,亦可供在机械、航空、航天、土木、造船、核能工程、化学工程等工程领域中从事振动与噪声控制,故障诊断,结构动力分析与试验研究的有关工程技术人员参考。

图书在版编目(CIP)数据

模态分析理论与应用/傅志方,华宏星.上海:上海交通大学出版社,2000

ISBN 7-313-02423-1

I. 模… II. ①傅…②华…③韩… III. 模态-振动分析 IV. 032

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2000)第 16706 号

模态分析理论与应用

傅志方 华宏星

上海交通大学出版社出版发行

(上海市番禺路 877 号 邮政编码 200030)

电话:64071208 出版人:张天蔚

常熟市印刷二厂印刷 全国新华书店经销

开本:890mm×1240mm 1/32 印张:12.75 字数:353 千字

2000 年 7 月第 1 版 2000 年 7 月第 1 次印刷

印数:1~650

ISBN7-313-02423-1/O·119 定价:21.00 元

版权所有 侵权必究

前 言

模态分析技术从 20 世纪 60 年代后期发展至今已趋成熟。它和有限元分析技术一起,已成为结构动力学中两大支柱。模态分析是结构动力学中的一种“逆问题”分析方法,它与传统的“正问题”方法(主要是指有限元方法)不同,是建立在实验(或实测)的基础上,采用实验与理论相结合的方法来处理工程中的振动问题。目前这一技术已发展成为解决工程中振动问题的重要手段,在机械、航空、航天、土木、建筑、造船、化工等工程领域被广泛应用。我国在这方面的研究,无论在理论上,还是在应用上都已取得很大成果。本书系统阐述模态分析与参数辨识理论和分析方法,并大量介绍应用实例,供高等学校力学专业和工程专业的高年级学生和研究生以及从事这方面工作的科技人员阅读、参考。

本书是在作者 1990 年编写的《振动模态分析与参数辨识》一书基础上加以删节、补充、更新而写成的。其中引进了一些近几年来发展的新内容。全书共分八章。第 1 章阐述模态分析的基本理论,围绕传递函数(或频率响应函数)的基本概念,讨论实模态及复模态理论。第 2 章是实验模态技术,重点介绍模态实验的方法、设备及数据处理。第 3 章是模态参数的频域辨识方法。第 4 章是模态参数的时域辨识方法。这两章分别介绍了几种有代表性的单输入多输出系统的模态参数辨识方法。鉴于实际结构常常是多输入多输出系统,为此本书专门设立一章,即第 5 章,讨论多输入多输出系统参数辨识方法,并对传递函数的各种估计方法作了详细的介绍。第 6 章介绍了动态载荷识别,结构动力修改,结构参数识别与灵敏度分析。第 7 章介绍了动态子结构及模态综合技术,着重对固定界面和自由界面模态综合法作了详细介绍,还对复模态综合法、组合结构系统分析法等一一作了介绍。第 8 章是模态分析技术在工程中的应用。这一章收集了国内外大量应用实例,反映了模态分析在航空、航天、汽车、机床、发电设备、桥梁及水工结构中

的振动特性分析、振动控制、故障诊断和预报以及噪声控制等方面的应用情况及最新研究成果。

本书由傅志方和华宏星合写,傅志方负责全书的统稿及审校工作,并编写第1、4、5、6、8章,华宏星负责编写第2、7章以及第5、6章中的部分内容,在编写第2、3章时引用了在《振动模态分析与参数辨识》一书中韩祖舜教授所写的第2、4章的部分内容。在本书的编写过程中还得到了上海交通大学振动冲击噪声国家重点实验室的饶柱石副教授,博士研究生张志谊及其他同志的热情帮助,特此致谢。

为了反映国内外的研究成果,在本书中收集了不少公开发表的论文及资料,这些资料给本书提供了丰富的“粮食与营养”,使作者受益匪浅。对这些资料的作者亦一并表示感谢。

由于作者水平有限,书中错误之处在所难免,敬请读者不吝指正。

傅志方

于上海交通大学

2000年2月

目 录

第 1 章 模态分析的理论基础	1
1.1 引言	1
1.2 单自由度系统频响函数分析	2
1.3 单自由度系统频响函数的特性曲线	7
1.4 各种不同激励下频响函数的表达式	20
1.5 多自由度系统的频响函数分析	25
1.6 多自由度系统模态分析与模态参数	33
1.7 多自由度系统实模态分析	39
1.8 多自由度系统复模态分析	44
参考文献	56
第 2 章 模态测试技术	57
2.1 概述	57
2.2 模态测试系统	57
2.3 频响函数的测试	59
2.4 模态试验最佳悬挂、最佳激励、最佳测试点的确定	75
参考文献	80
第 3 章 模态参数辨识的频域方法	82
3.1 概述	82
3.2 分量分析法	82
3.3 导纳圆辨识方法	86
3.4 正交多项式曲线拟合	94
3.5 非线性优化辨识方法	103
参考文献	107

第 4 章 模态参数的时域辨识方法	109
4.1 概述	109
4.2 系统的可辨识性问题	113
4.3 最小二乘复指数法	117
4.4 时间序列分析法	127
参考文献	142
第 5 章 多输入多输出系统的模态参数辨识	144
5.1 概述	144
5.2 多输入多输出频响函数估计	145
5.3 频域多参考点模态参数辨识方法	164
5.4 时域模态参数的总体辨识方法	168
5.5 特征系统实现算法(ERA 法)	176
附录	182
5.6 由复模态提取实模态	184
5.7 系统辨识的神经网络方法	188
5.8 环境激励下模态测试	207
参考文献	211
第 6 章 动态载荷识别、模型修正与结构动力修改	215
6.1 概述	215
6.2 结构动态载荷识别	216
6.3 结构物理模型修正	241
6.4 结构动态特征灵敏度分析	251
6.5 基于灵敏度分析的模型修正的贝叶斯法	274
6.6 结构参数的识别与修正	282
6.7 结构动力修改	294
参考文献	301
第 7 章 模态综合技术	307
7.1 概述	307

7.2 组合系统法	310
7.3 模态综合法	314
参考文献.....	328
第 8 章 模态分析在工程中的应用.....	330
8.1 概述	330
8.2 模态分析在结构动力特性分析中的应用	332
8.3 模态分析在故障诊断及预报中的应用	371
8.4 模态分析在声振特性控制中的应用	379
参考文献.....	395

第 1 章 模态分析的理论基础

1.1 引言

模态分析的理论基础是在机械阻抗与导纳的概念上发展起来的。虽然机械阻抗的概念早在 20 世纪 30 年代就已形成,但发展成为今天这样较为完整的理论及方法,却经历了较长的岁月。近十余年来,模态分析理论吸取了振动理论、信号分析、数据处理、数理统计及自动控制理论中的有关“营养”,结合自身内容的发展,形成了一套独特的理论,为模态分析及参数辨识技术的发展奠定了理论基础。

自动控制理论中的传递函数(或频率响应函数)概念的引入,对模态分析理论的发展起着很大的推动作用。传递函数反映系统的输入与输出之间的关系,反映系统的固有特性,是系统在频域中的一个重要特征量,亦是频域中识别模态参数的依据。因此,对传递函数的特性分析,并建立它与模态参数之间的关系,是模态分析理论中的一个重要内容。

本章将系统地叙述模态分析的基础理论。首先从较为简单的单自由度系统着手,引出机械阻抗、导纳、传递函数或频响函数的概念,然后详细讨论它们的特性,并分别对简谐、周期、瞬态及随机激励下的传递函数的各种表达式进行推导,建立传递函数与模态参数之间的关系,为频域参数辨识奠定基础。

实际的工程结构均可视为有阻尼的多自由度系统。因此,多自由度系统将是我们的主要研究对象。对多自由度系统而言,不仅使分析的复杂性增加了,而且还具有单自由度系统所没有的特性。结构参数、输入力及输出响应常用矩阵来描述,因此矩阵分析方法是我们的主要手段。

实际结构的阻尼特性是十分复杂的。可以说,到目前为止,尚未建

立一种完备而有效的阻尼模型,能确切地反映实际结构的阻尼特性。已有的各种阻尼模型都是在经验假设前提下提出来的。尽管如此,现有的阻尼模型仍然是我们分析问题的依据。本章将对粘性阻尼(包括比例阻尼与非比例阻尼)及结构阻尼(滞后阻尼)作详细叙述,并推导在这些阻尼情况下的频响函数表达式。

模态分析的经典定义是:将线性定常系统振动微分方程组中的物理坐标变换为模态坐标,使方程组解耦,成为一组以模态坐标及模态参数描述的独立方程,以便求出系统的模态参数。坐标变换的变换矩阵为模态矩阵,其每列为模态振型。由于采用模态截断的处理方法,可使方程数大为减少,从而大大节省了计算机时,减小了机器容量,降低了计算成本。这对大型复杂结构的振动分析带来很大的好处。

实际结构振动时,由于阻尼的分散性,各点的振动除了振幅不同外,振动相位亦各异。这就使系统的特征频率及特征向量成为复数,从而形成所谓“复模态”。复模态的性质与实模态不同,后者是前者的一种特例。因此复模态比实模态更具有一般性。对复模态的分析研究将是本章的又一个重要内容。

模态分析可以在频域中进行,亦可在时域中进行。时域分析的理论基础较广,其数学模型的建立(数学建模)是时域分析的理论基础。有关时域数学建模问题将在以后的章节中讨论。

模态分析的最终目标是识别出系统的模态参数,为结构系统的振动特性分析、振动故障诊断和预报以及结构动力特性的优化设计提供依据。因此模态参数辨识是模态分析理论的重要内容。有关模态参数辨识的理论及方法将在有关章节中讨论。

1.2 单自由度系统频响函数分析

单自由度系统是最基本的振动系统。虽然实际结构均为多自由度系统,但对单自由度系统的分析能揭示振动系统的很多基本特性。由于它简单,因此常常作为振动分析的基础。从单自由度系统出发分析系统的频响函数,将使我们便于分析和深刻理解它的基本特性。多自

由度线性系统常常可以看成为许多单自由度系统特性的线性叠加。

下面我们分别对粘性阻尼及结构阻尼系统的频响函数理论进行讨论,并推导它们的表达式。

一、粘性阻尼系统

对粘性阻尼系统,假设其阻尼力与振动速度成正比,方向与速度相反,即

$$f_d = c\dot{x}, \quad (1-1)$$

式中: c 为阻尼系数; $\dot{x}$ 为振动速度。

系统的力学模型如图 1-1 所示。其运动微分方程式为

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = f, \quad (1-2)$$

式中 x 及 f 均为时间 t 的函数。

对于自由振动($f=0$),上式可写为

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = 0, \quad (1-3)$$

其解的形式为

$$x = Xe^{st}, \quad (1-4)$$

式中: s 为复数; X 为不依赖于时间的量。

对式(1-2)两边进行拉普拉斯(Laplace)变换,并假设初始值为 0,可得

$$(ms^2 + cs + k)x(s) = f(s), \quad (1-5)$$

式中: s 为拉氏变换因子; $x(s)$ 为 x 的拉氏变换,而 $f(s)$ 则为 f 的拉氏变换。

对自由振动而言,可得

$$ms^2 + cs + k = 0. \quad (1-6)$$

由上式可解得 s 的两个根,

$$s_{1,2} = -\frac{c}{2m} \pm \frac{\sqrt{c^2 - 4km}}{2m} = -\omega_0\zeta \pm j\omega_0\sqrt{1 - \zeta^2}, \quad (1-7)$$

式中: $\omega_0^2 = k/m$, 系统的无阻尼固有圆频率; ζ 为阻尼比。

$$\zeta = c/c_0 = c/(2\sqrt{km}) = c/(2m\omega_0). \quad (1-8)$$

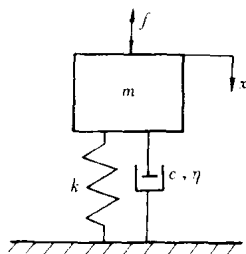


图 1-1 单自由度系统

ζ 为量纲为 1 的因子。一般钢结构属小阻尼, $\zeta = 0.01 \sim 0.1$ 。对 $\zeta < 1$ 的阻尼称为欠阻尼。

由式(1-7)可见, s_1, s_2 为共轭复数, 它们的实部为衰减因子, 反映系统的阻尼; 其虚部则表示有阻尼系统的固有频率。

式(1-5)中的 $(ms^2 + cs + k)$ 具有刚度特性, 故称为系统的**动刚度**。在一定的激励力作用下, 其数值与系统的响应 $x(s)$ 成反比。它具有阻止系统振动的性质, 因此又称为系统的**机械阻抗**, 简称阻抗(与电学中的阻抗有类似之处), 则有

$$Z(s) = ms^2 + cs + k, \quad (1-9)$$

其倒数称为**机械导纳**, 简称导纳, 又称**传递函数**,

$$H(s) = \frac{1}{ms^2 + cs + k}。 \quad (1-10)$$

若对式(1-2)在傅氏域中进行变换, 即 $s = j\omega$, 则阻抗与导纳公式可写成

$$Z(\omega) = -\omega^2 m + j\omega c + k, \quad (1-11)$$

$$H(\omega) = \frac{1}{-\omega^2 m + j\omega c + k}, \quad (1-12)$$

式中 $H(\omega)$ 又称为**频率响应函数**, 简称**频响函数**。

位移导纳、传递函数及频响函数都具有柔度的性质, 故又称为**动柔度**。在实际应用上(对稳态线性系统而言)这三个名称并不严格加以区别。

由式(1-10)及式(1-12)可见, 传递函数与频响函数均为复数。式(1-12)还可表示为

$$H(\omega) = \frac{-\omega^2 m + k}{(-\omega^2 m + k)^2 + (\omega c)^2} + j \frac{-\omega c}{(-\omega^2 m + k)^2 + (\omega c)^2} = \frac{1}{k} \left[\frac{1 - \bar{\omega}^2}{(1 - \bar{\omega}^2)^2 + (2\zeta\bar{\omega})^2} + j \frac{-2\zeta\bar{\omega}}{(1 - \bar{\omega}^2)^2 + (2\zeta\bar{\omega})^2} \right], \quad (1-13a)$$

式中 $\bar{\omega} = \omega/\omega_0$, 称为**频率比**。

由式(1-11)可见, 系统的位移阻抗由三部分组成, 即质量阻抗、阻尼阻抗及刚度阻抗。它们分别为

质量阻抗 $-\omega^2 m$;

阻尼阻抗 $j\omega c$;

刚度阻抗 k 。

它们的位移导纳分别为各自的倒数,即

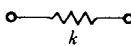
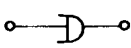
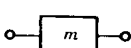
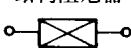
质量导纳 $-1/(\omega^2 m)$;

阻尼导纳 $1/(j\omega c)$;

刚度导纳 $1/k$ 。

上述阻抗与导纳公式均为位移阻抗与位移导纳。若系统的输出为速度或加速度,则同样可得速度阻抗与速度导纳;加速度阻抗与加速度导纳。对于不同的阻尼器,其阻抗与导纳的表达式亦不同。表 1-1 给出了单自由度系统各元件的各种阻抗与导纳的表达式。

表 1-1 单自由度系统元件的阻抗与导纳

系统元件	位 移		速 度		加 速 度	
	Z_d	H_d	Z_v	H_v	Z_a	H_a
线性弹簧 	k	$\frac{1}{k}$	$\frac{k}{j\omega}$	$\frac{j\omega}{k}$	$\frac{-k}{\omega^2}$	$\frac{-\omega^2}{k}$
粘性阻尼器 	$j\omega c$	$\frac{1}{j\omega c}$	c	$\frac{1}{c}$	$\frac{c}{j\omega}$	$\frac{j\omega}{c}$
刚体质量 	$-\omega^2 m$	$\frac{-1}{\omega^2 m}$	$j\omega m$	$\frac{1}{j\omega m}$	m	$\frac{1}{m}$
结构阻尼器 	jkg	$\frac{1}{jkg}$	$\frac{kg}{\omega}$	$\frac{\omega}{kg}$	$\frac{kg}{j\omega^2}$	$\frac{j\omega^2}{kg}$

读者可以发现表 1-1 的规律性,若由左边项求右边项时,对阻抗则除 $j\omega$,对导纳则乘 $j\omega$;若由右边项求左边项时,对阻抗则乘 $j\omega$,对导纳则除 $j\omega$ 。

对无阻尼系统,可由式(1-11)及式(1-12)很方便地求出其阻抗与导纳的表达式

$$Z(\omega) = -\omega^2 m + k, \quad (1-13b)$$

$$H(\omega) = \frac{1}{-\omega^2 m + k} \quad (1-13c)$$

二、结构阻尼(滞后阻尼)系统

对于实际金属结构,常常不完全能用粘性阻尼来描述它们的衰减特性。实际结构的阻尼主要来源于金属材料本身的内部摩擦(内耗)及各部件连接界面(如螺钉、铆钉、衬垫等)之间的相对滑移。因此结构阻尼主要由材料内阻尼与滑移阻尼两部分组成。

结构阻尼的阻尼力 f_d 与振动位移成正比,相位比位移超前 90° ,即与速度方向相反

$$f_d = \eta j \dot{x}, \quad (1-14)$$

式中 η 为结构阻尼系数,它与刚度 k 成正比,

$$\eta = gk, \quad (1-15)$$

式中 g 为结构损耗因子,或称结构阻尼比,是量纲为 1 的因子。

对结构阻尼系统而言,运动方程可写成

$$m\ddot{x} + kx + j\eta\dot{x} = f,$$

由式(1-15),上式可改写为

$$m\ddot{x} + (1 + jg)kx = f. \quad (1-16)$$

对上式两边进行拉氏变换,可得

$$[ms^2 + (1 + jg)k]x(s) = f(s), \quad (1-17)$$

因此传递函数及频响函数分别为

$$\left. \begin{aligned} H(s) &= \frac{1}{ms^2 + (1 + jg)k}, \\ H(\omega) &= \frac{1}{-\omega^2 m + (1 + jg)k}. \end{aligned} \right\} \quad (1-18)$$

将上式写成实部与虚部,

$$H(\omega) = \frac{1}{k} \left[\frac{1 - \bar{\omega}^2}{(1 - \bar{\omega}^2)^2 + g^2} + j \frac{-g}{(1 - \bar{\omega}^2)^2 + g^2} \right]. \quad (1-19)$$

式(1-16)中的 $(1 + jg)k$ 称为复刚度。

由式(1-13)与式(1-19)比较可见,对粘性阻尼和结构阻尼,频响

函数表达式具有相似的形式,只要将 $2\zeta\bar{\omega}$ 与 g 相互置换,便可得到各自的频响应函数表达式。

以上所述的频响应函数是以位移 x 为对象推导而得。频响应函数还可以用速度与加速度来表示,可归纳如下:

位移导纳(位移传递函数,位移频响应函数)

$$H_d(s) = x(s)/f(s), H_d(\omega) = x(\omega)/f(\omega); \quad (1-20)$$

速度导纳(速度传递函数,速度频响应函数)

$$H_v(s) = v(s)/f(s), H_v(\omega) = v(\omega)/f(\omega); \quad (1-21)$$

加速度导纳(加速度传递函数,加速度频响应函数)

$$H_a(s) = \frac{a(s)}{f(s)}, H_a(\omega) = \frac{a(\omega)}{f(\omega)}. \quad (1-22)$$

三种导纳之间存在如下关系(对简谐激励):

$$H_a(\omega) = j\omega H_v(\omega) = (j\omega)^2 H_d(\omega) = -\omega^2 H_d(\omega). \quad (1-23)$$

在实际应用中,由于测量加速度比较方便,故加速度导纳应用较普遍。

与上述三种导纳相对应的有三种阻抗,即位移阻抗(又称动刚度)、速度阻抗(又称机械阻抗)、加速度阻抗(又称视在质量)。它们是相应导纳的倒数。

1.3 单自由度系统频响应函数的特性曲线

频响应函数是频率的函数。它是复数,因此它有幅值(模)与相位,又有实部与虚部。对频响应函数特性的描述常采用几种曲线表达:

(1) 频响应函数幅值与频率之间的关系曲线,称为幅频曲线或幅频图;相位与频率之间的关系曲线,称为相频曲线或相频图。这两个图又统称为 **Bode 图**。

(2) 频响应函数的实部、虚部与频率之间的关系曲线。前者称为实频图,后者称为虚频图。

(3) 频响应函数的实部与虚部之间的关系曲线,即在实部与虚部构成的复平面上的频响应函数矢量端点的轨迹图,称矢端轨迹图或 **Nyquist**

图。

在下面的分析中,我们先以位移频响应函数为对象。在弄清了位移频响应函数的特性后,就很容易推广到其他形式的频响应函数。

由前面的讨论可知,频响应函数是复数。其实部与虚部分别为(对结构阻尼)

$$H^R(\omega) = \frac{1}{k} \left[\frac{1 - \bar{\omega}^2}{(1 - \bar{\omega}^2)^2 + g^2} \right], \quad (1-24)$$

$$H^I(\omega) = \frac{1}{k} \left[\frac{-g}{(1 - \bar{\omega}^2)^2 + g^2} \right]。 \quad (1-25)$$

它们的模与相位角分别为

$$|H(\omega)| = \sqrt{[H^R(\omega)]^2 + [H^I(\omega)]^2} = \frac{1}{k \sqrt{(1 - \bar{\omega}^2)^2 + g^2}}, \quad (1-26)$$

$$\phi_H = \arctan \frac{H^I(\omega)}{H^R(\omega)} = \arctan[-g/(1 - \bar{\omega}^2)]。 \quad (1-27)$$

对于粘性阻尼亦可推得相似的公式

$$H^R(\omega) = \frac{1}{k} \cdot \frac{1 - \bar{\omega}^2}{[(1 - \bar{\omega}^2)^2 + (2\zeta\bar{\omega})^2]}, \quad (1-28)$$

$$H^I(\omega) = \frac{1}{k} \cdot \frac{-2\zeta\bar{\omega}}{[(1 - \bar{\omega}^2)^2 + (2\zeta\bar{\omega})^2]}, \quad (1-29)$$

$$\phi_H = \arctan \frac{-2\zeta\bar{\omega}}{(1 - \bar{\omega}^2)}。 \quad (1-30)$$

一、频响应函数的幅频图

由式(1-26),频响应函数的幅频图如图 1-2 所示。

针对图 1-2,可以作如下讨论:

(1) 当 $\omega=0$ 时,由式(1-26)可得

$$|H(\omega)| = \frac{1}{k} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 + g^2}} \approx \frac{1}{k}。 \quad (1-31)$$

因为,对一般金属结构, $g=0.01 \sim 0.08$, 所以 $(1 + g^2) \approx 1$ 。故曲线的

起始点渐近于 $\frac{1}{k}$ 。即此时系统的频响函数幅值接近于弹簧元件的导纳。此时,作用在系统上的外力主要由弹簧力来平衡,系统的总刚度接近弹簧的静刚度。图中的水平线 $|H(\omega)| = \frac{1}{k}$ 为弹簧的导纳线,它与 ω 无关,故为一水平线。

(2) 当 ω 逐渐增大时, $|H(\omega)|$ 亦随着增加,当 $\omega = \omega_0$, 即 $\bar{\omega} = 1$ 时,

$$|H(\omega)| = \frac{1}{kg}, \quad (1-32)$$

对粘性阻尼

$$|H(\omega)| = \frac{1}{k2\zeta\bar{\omega}} = \frac{1}{\omega c}. \quad (1-33)$$

此时, $|H(\omega)|$ 达极大值。其数值取决于阻尼比 ζ (或 c) 的大小,且与它们成反比。阻尼愈大, $|H(\omega)|$ 愈小。此时,系统处于共振状态(位移共振),系统的惯性力与弹簧力相平衡,外界激励力与阻尼力相平衡。

(3) 当 $\omega > \omega_0$, 并继续无限增大时, $|H(\omega)|$ 将下降,并最后趋向于 $-\frac{1}{\omega^2 m}$, 即以质量导纳线 $-\frac{1}{\omega^2 m}$ 作为渐近线。此时对系统的激励力主要由惯性力来平衡。当 $\omega \rightarrow \infty$, 则 $|H(\omega)| \rightarrow 0$ 。

有时幅频图用对数坐标来表示,如图 1-3 所示。由图中可见,

弹簧导纳线 $\frac{1}{k}$ 、质量导纳线 $-\frac{1}{\omega^2 m}$ 及阻尼导纳线 $\frac{1}{\omega c}$ 均为直线。对于无阻尼系统,弹簧导纳线及质量导纳线的交点对应系统的固有频率。弹簧导纳线(简称弹簧线)、质量导纳线(简称质量线)及阻尼导纳线(简称阻尼线)三根直线称为基架线。它们反映元件导纳特性。基

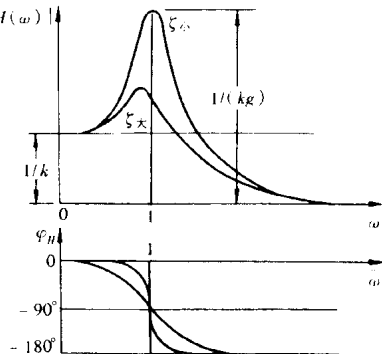


图 1-2 频响函数的幅频图与相频图