

中国科学院海洋研究所编辑

海 洋 科 学 集 刊

STUDIA MARINA SINICA

The Institute of Oceanology, Academia Sinica

23

科 学 出 版 社

1984 年 9 月

海 洋 学 集 成

中国科学院深海科学与工程研究所



中国科学院深海科学与工程研究所
中国科学院深海技术有限公司

海洋科学集刊

第23集

中国科学院海洋研究所编辑

*

科学出版社出版
北京朝阳门内大街137号

中国科学院印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售

*

1984年9月第一版 开本：787×1092 1/16
1984年9月第一次印刷 印张：18 1/4 插页：9
印数：0001—1,600 字数：430,000

统一书号：13031·2689
本社书号：3699·13—17

定价：3.55元

科技新书目：79-33



海洋科学集刊 第23集

(1984年9月)

目 录

- 渤海风暴潮的初步探讨 刘凤树、王喜年 (1)
南黄海近表层实测流速谱研究 顾传成、蓝淑芳、付秉照 (19)
江豚声学行为的观察与水下声信号的初步研究 张思照、宋政修、齐孟鹗 (27)
一种浅海锚泊测流浮标系统的实验 李文渭、孙寿昌 (43)
渤海湾航空遥感的图象分析——渤海湾近岸叶绿素a分布图 平仲良 (51)
辽东湾海底残留地貌和残留沉积 李 凡、林美华 (57)
浙江宁波地区第四纪自然环境变迁 孟广兰、韩有松 (69)
三斑海马的生殖 蔡难儿、徐权汉、于富才、吴贤汉、孙广廉 (83)
三斑海马的胚胎发育 蔡难儿、徐权汉、于富才、吴贤汉、孙广廉 (95)
东海大陆架六放海绵的研究 李锦和 (105)
东海鱼类的囊双科吸虫 申纪伟 (121)
中国近海鹑螺科的研究 齐钟彦、马绣同 (131)
中国近海蚶科的研究 I. 蚶亚科 李凤兰 (145)
中国近海的蔓足类 IV. 花笼科 任先秋 (165)
中国近海的蔓足类 V. 绵藤壶属 任先秋 (183)
中国楯手目海参的研究 廖玉麟 (221)
中国近海海地瓜属(棘皮动物门: 海参纲)的研究 廖玉麟 (249)
中国粗胞苔虫科的研究 刘锡兴 (257)

STUDIA MARINA SINICA, No. 23

(Sept., 1984)

CONTENTS

Preliminary Investigation on the Storm Surges in the Bohai Sea	Liu Fengshu and Wang Xinian (17)
Studies of the Energy Spectrum of the Measured Current Velocity Near the Surface of the South Yellow Sea.....	Gu Chuancheng, Lan Shufang and Fu Bingzhao (25)
The Observation of Acoustic Behaviour of Finless Black Porpoise (<i>Neophocaena phocaenoides</i>) and Preliminary Studies of Its Underwater Sound Signals	Zhang Sizhao, Song Zhengxiu and Qi Meng'e (41)
Field Experiment of a Mooring Buoy System in Shallow Waters	Li Wenwei and Sun Shouchang (49)
Analysis of Images from Aerial Remote Sensing on the Bohai Bay——The Distribution of Chlorophyll-a off the Shore.....	Ping Zhongliang (56)
Paleo-geomorphological Units and Relicts Left Over from the Late Pleistocene in the Liaodong Bay.....	Li Fan and Lin Meihua (67)
On Quaternary Environmental Changes in the Ningbo Area, Zhejiang Province	Meng Guanglan and Han Yousong (79)
Studies on the Reproduction of the Seahorse <i>Hippocampus Trimaculatus</i>	Cai Nan'er, Xu Quanhan, Yu Fucai, Wu Xianhan and Sun Guanglian (92)
Development of Embryo of <i>Hippocampus Trimaculatus</i> Cai Nan'er, Xu Quanhan, Yu Fucai, Wu Xianhan and Sun Guanglian (101)
Studies on the Hexactinellida of the Continental Shelf of the East China Sea	Li Jinhe (117)
Digenetic Trematodes of Didymozoidae Poche, 1907 from Marine Fishes in the East China Sea	Shen Jiwei (126)
Studies on the Family Tonnidae (Prosobranchia, Gastropoda) of China	Qi Zhongyan (Tsi Chung-yen) and Ma Xiutong (140)
A Study of the Arcinae from China Coasts 1. Arcinae	Li Fenglan (161)
Studies on Chinese Cirripedia (Crustacea) IV. Family Verrucidae	Ren Xianqiu (179)
Studies on Chinese Cirripedia (Crustacea) V. Genus <i>Acasta</i> Ren Xianqiu (210)
The Aspidochirote Holothurians of China	Liao Yulin (247)
Notes on the Genus <i>Acaudina</i> Clark, 1907 (Echinodermata: Holothuroidea) of China	Liao Yulin (255)
On the Species of Family Scrupocellariidae Collected from Chinese Seas	Liu Xixing (303)

渤海风暴潮的初步探讨*

刘凤树

(中国科学院海洋研究所)

王喜年

(国家海洋局水文气象预报总台)

根据山东渤海沿岸各县县志记载的不完全统计,自汉朝初元(公元前48年)至民国27年(公元1938年),渤海南部沿海发生的特大潮灾有79次之多(见表1)。其中特大潮灾如唐朝高宗上元三年(公元676年)八月,“青州大风,海溢,漂民五千余家,齐淄等七州大水”;明朝万历四十一年(公元1613年)七月,“海水溢逾百余里,坏民舍无算”。再如1938年8月31日,台风由青岛登陆,横断山东半岛西部(见图1),晚间抵达黄河口,逐渐停滞减弱,变成一个低气压。这次台风不仅在青岛造成严重灾情,整个渤海沿岸都深受其害,并且出现了历史最高水位。解放后,渤海又多次受到强风暴潮的危害。历史资料表明,渤海的莱州湾和渤海湾地区是风暴潮的多发区和严重区,这种潮灾大都出现于春秋过渡季节。

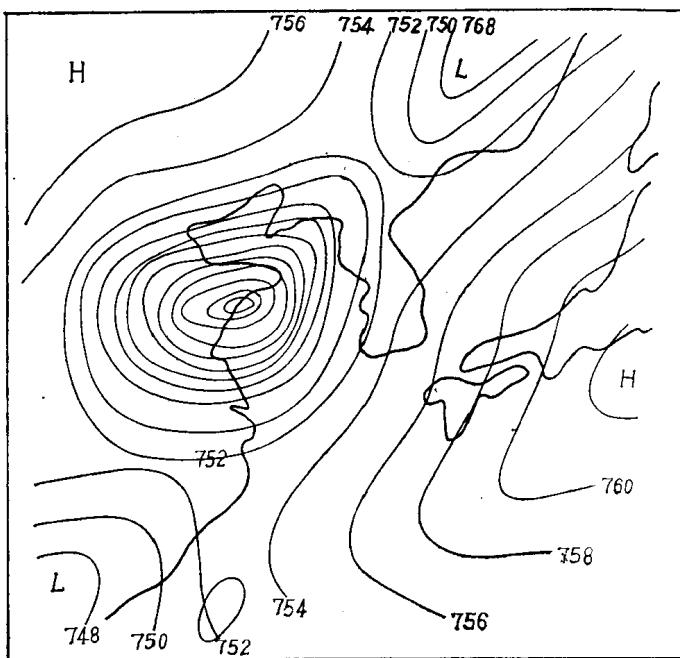


图1 1938年8月31日地面天气图(中心气压732.83毫米)

* 中国科学院海洋研究所调查研究报告第818号。
本文承毛汉礼教授热情鼓励和支持,在此表示衷心感谢。
收稿日期: 1982年9月3日。

表 1 山东渤海沿岸各县历代潮灾次数

朝代	灾次	朝代	灾次
汉	13	南宋	1
南北朝	3	明	14
唐	4	清	38
北宋	2	民国	4

和盛夏台风频繁活动季节。

近几年来，国内对渤海局部地区风暴潮的研究已有许多论述，但大都是对冷锋所导致的单站风暴潮的研究，对台风潮的研究则较少。本文试图对冷锋和台风两种灾害性天气所导致的整个渤海风暴潮的一些现象作一较全面的讨论，并对其一些基本特性作一理论分析。

一、渤海风暴潮的现象

渤海是一个类似梯形的半封闭浅海，南宽北窄，平均水深约 18 米；其长轴走向为 NE-SW，长约 555 公里；海峡仅 100 多公里，庙岛群岛横跨其间。在这样一个浅海中，当增水波从海峡传入时，即使没有强劲的大风，海面也要显著升高；而且由于海湾中水深变浅，无可置疑地将有非线性效应产生。在岸形的影响下，其强制波将具有自然周期的振荡。资料分析表明，天气系统不同，渤海风暴潮的特征也有差异，就其起因可分为冷锋和台风这两大主要灾害性的天气系统引起的风暴潮。

1. 冷锋潮

冬季西伯利亚和蒙古等地的冷高压经常入侵我国，影响着渤海、黄海和东海。在春秋季节，我国大陆上经常产生气旋并东移出海。在这种反气旋和温带气旋的相对移动过程中，冷气团的前缘常伴有冷锋，这种冷锋掠过渤海的前后，引起渤海水位异常的变化，我们称之为冷锋潮。

(1) 冷空气配合低压型冷锋潮

春秋过渡季节较强冷高压东移南下，配合低槽，可造成渤海 7 级以上东北大风，引起莱州湾、渤海湾沿岸强烈增水。在冷锋过境前，整个渤海一般为偏南风。当锋线压过渤海时，海上气压梯度急剧增大，从而导致东北大风加剧，促使渤海水位呈现南增北减的现象。这种类型的暴潮成灾的机会较多，危害也大。1969 年 4 月 23 日莱州湾的潮灾是其典型一例（见图 2）。

从渤海沿岸此次强风暴潮过程曲线可以看出（见图 3），在偏南风作用期间，辽东湾水位略有上升，在转为东北大风之后，辽东湾水位剧减，渤海湾和莱州湾的水位剧增。前者降至最低时，后者相应地升到极值水位，其位相南北大致相反，呈强迫振动现象，其振动节线约与秦皇岛同纬度，其周期约 17—18 小时，它恰与按梅立思公式计算的渤海纵振单节假潮周期吻合。东北大风过后，风力减弱，各测站的水位变化由于摩擦等影响而呈现阻尼振动。

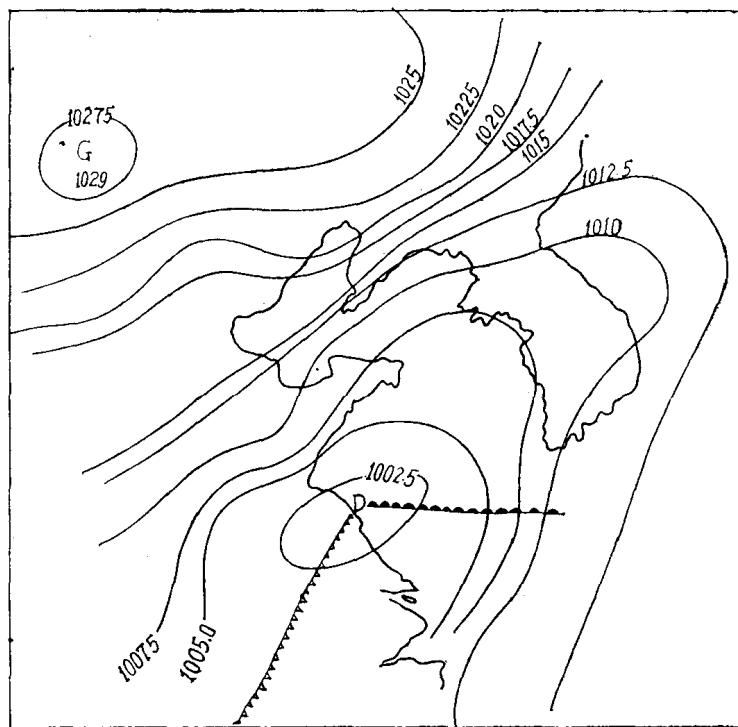


图 2 1969 年 4 月 23 日 14 时地面天气图

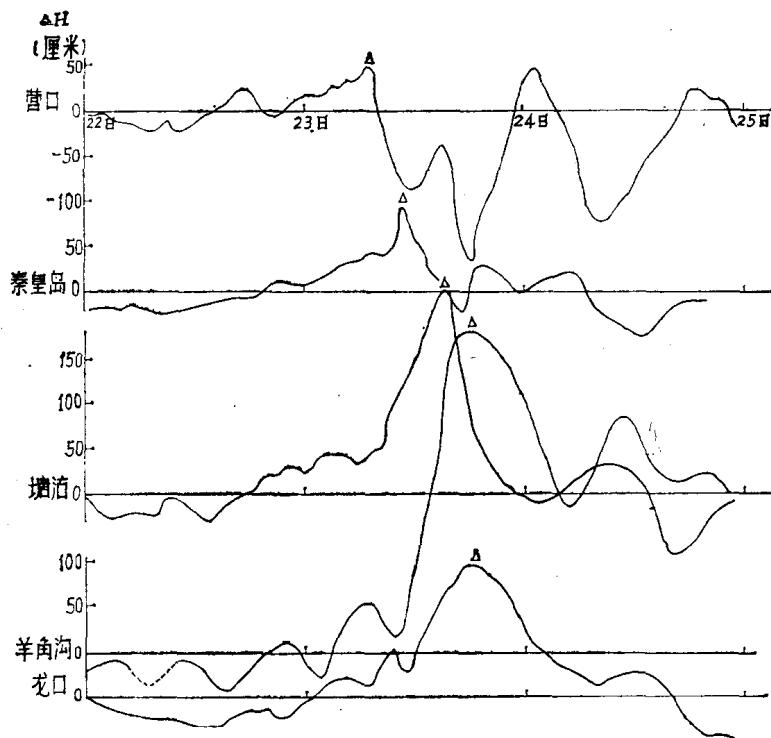


图 3 1969 年 4 月 22—24 日各测站冷锋潮过程曲线

统观各测站的增水峰值发生时间(见图3)，是由北向南顺次滞后，南北时差(营口—羊角沟)约有13小时左右，海区南部羊角沟滞后于塘沽约5小时左右，这一现象在后节还

要讨论。

(2) 高压型冷锋潮

当西伯利亚或蒙古等地的冷高压东移南下，而我国南方又没有明显低压活动时，地面上只有一条横向冷锋掠过渤海，造成渤海东北大风，促使渤海南部海区沿岸发生风暴潮。这种类型的风暴潮引起的增水一般约在1—2米之间，比前一类型成灾机会少。此型多见于冬季、初春和深秋，图4是1966年12月19—20日一次冷锋掠过渤海的例子。

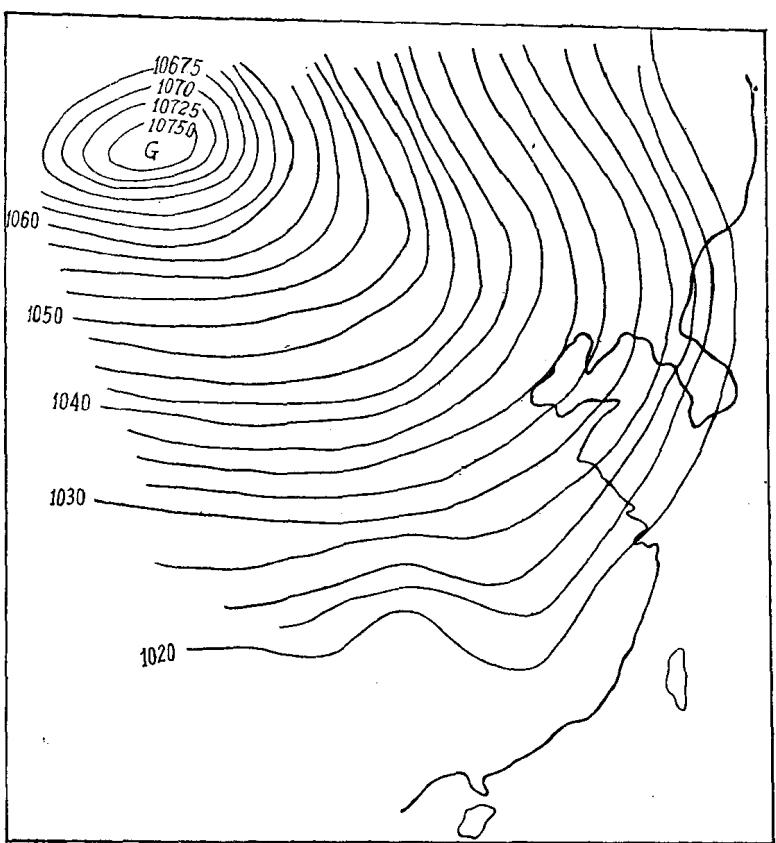


图4 1966年12月20日02时地面天气图

从这次冷锋掠过渤海所导致沿岸风暴潮的变化来看（见图5），冷锋尚未掠过渤海以前（18日），在偏东风场的作用下，整个渤海处于增水阶段，历时约一天以上，其增水量值有50厘米左右。但冷锋过境时，各测站风暴潮逐时变化的特色与(1)型大致相同，水位南增北减，呈强迫振动现象。

从上述两种类型的风暴潮变化图中尚可看出，塘沽和营口增、减水的最大峰值大致相等，但随时间的推移其振幅则不相当，而且羊角沟增水峰值总是大于前两站的增、减水峰值，这与湖泊里的强迫振动有所不同。这是因为，在东北大风作用下，黄海的水体通过海峡与辽东湾南移的水体汇同向莱州湾堆积，造成羊角沟测站特大增水。同时，正是由于海峡的存在，在冷锋过境后，渤海、黄海多为偏北风，渤海一部分水量经海峡流出，加之地形和摩擦等等的影响，使其衰减速率不等，从而导致余振阶段南北两岸振幅的差异。

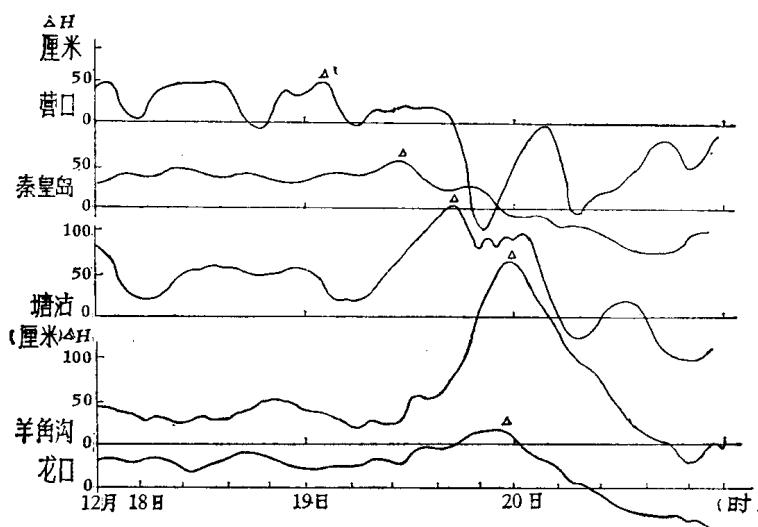


图 5 1966 年 12 月 18—20 日各测站冷锋潮过程曲线

2. 台风潮

资料分析表明,台风由不同路径进入北黄海和渤海时,对渤海的水位变化常有显著影响。25 年中(1949—1974),这种北上的台风共出现了 18 次,平均 1.4 年出现一次,大都出现于 7 至 8 月份的盛夏季节。一般而言,台风在低纬度时的移速平均约为 20 公里/时,但移至高纬度时即要加速,一般在超过 35°N 以后,即以平均约 40 公里/时的速度向偏北

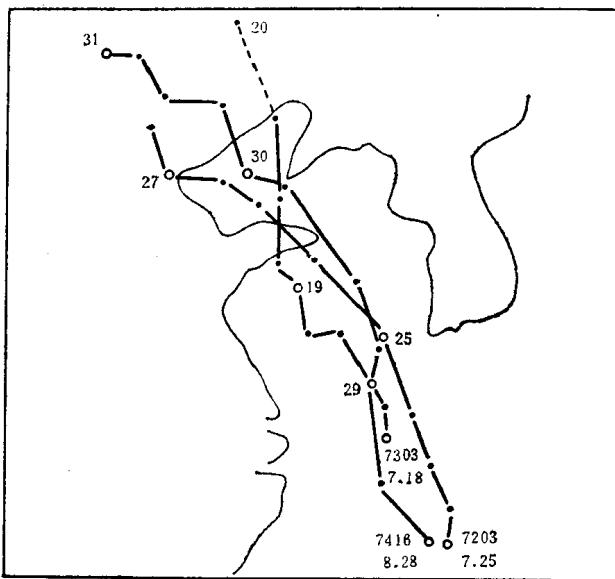


图 6 第 I 型台风路径

移行,比低纬度时约大一倍,而且其强度一般随着北移而减弱或者变性成为低气压继续北移而逐渐消亡。毫无疑问,某一地点的台风潮与引起它的台风或低气压的路径有着密切的关系。在开阔海岸,一般说来,路径左侧和右侧的风暴潮差别十分显著,即左侧高,右侧

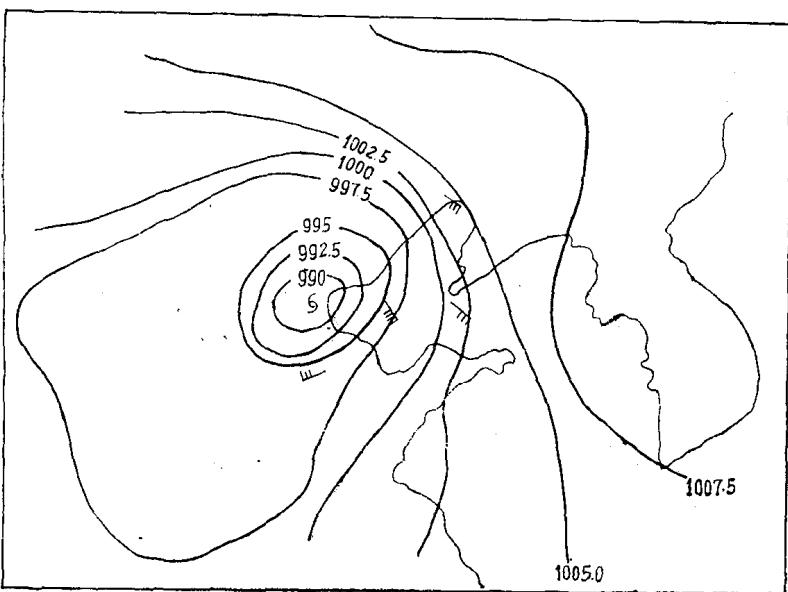


图 7 1972 年 7 月 27 日 0 时地面天气图

低(观察者面向海)。然而在半封闭的浅海湾中并不符合这一规律。现将进入和影响渤海的 18 次台风暴雨潮资料,按其台风路径之不同,大致分为两大类型。

(1) I 型

台风沿东海和黄海中部或者沿近岸北上,穿过山东半岛进入渤海。(见图 6)

台风进入渤海在其西岸登陆时,它所导致的渤海沿岸风暴潮的振幅较大,最大增水值可达 2 米左右(例如 7203 号台风),一般也在 1 米以上,因此,它是灾害性的风暴潮。

统观各测站风暴潮的过程曲线(见图 7, 8, 9), 它仍具有台风暴雨潮一般固有的特性, 即有其初振、激振和余振阶段。台风尚处在黄海中部附近时, 渤海已感受到外海台风扰动的影响, 海面缓缓上升, 即所谓“先兆波”或称初振。研究表明, 这可能是台风通过海面, 使其附近引起异常, 由它形成的长周期波首先抵达海岸而造成的初振。当台风移至渤海海峡附近, 莱州湾风暴潮位达到了极值, 辽东湾相应出现负风暴潮, 呈现出南高北低的现象, 这是由于此时渤海处在东北大风控制之下, 它恰与渤海长轴方向一致。台风进入渤海于西岸某地点登陆时, 辽东湾顶(营口和葫芦岛)的水位即急剧上升达到极值(激振)。此时南部水位下降, 大致形成了南北水位变化趋势相反的情形, 与冷锋潮一样, 类似一个强迫振动。南北(羊角沟和营口)最大增水发生时间的时差约 8—9 小时, 大致与台风从渤海海峡移行至渤海西岸登陆所经历的时间相当。

应指出的是, 渤海湾(塘沽站)的最大增水发生时间却因台风之不同登陆地点而异, 但一般均滞后于莱州湾 6 个小时以上, 这与冷锋潮现象恰恰相反, 无疑这首先应归咎于风场的分布。另外, 可以看出, 各测站的极值水位大都发生于高潮后 5 小时以内(图 9)。台风登陆后海面由于惯性的作用而有余振, 但由摩擦等效应而呈阻尼振荡。

(2) II 型

台风沿东海和黄海中部向西北方向移动, 进入辽东半岛; 或者穿越台湾海峡于福建登

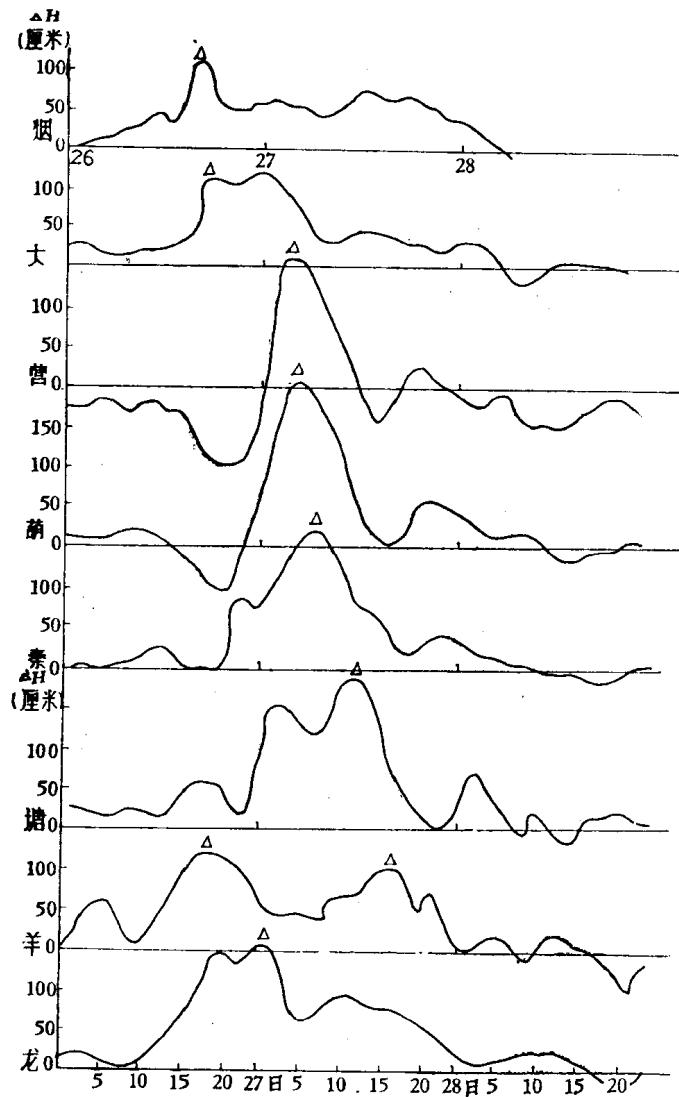


图 8 1972 年 7 月 26—28 日各测站台风潮过程曲线

陆继续北上, 经过山东高角或跨越山东半岛进入北黄海, 而后再在朝鲜北部登陆; 或经黄海中部转向朝鲜中部登陆。(见图 10)

台风由不同路径进入北黄海于辽东半岛登陆或经黄海北部、中部转向朝鲜北部和中部, 登陆时, 渤海沿岸各站最大增水值并不大, 一般在 50—60 厘米。其增水的变化趋势比较平缓, 且有显著的类似潮周期振动(见图 11)。就其最大增水发生时间来看, 如果台风在辽宁省的庄河附近登陆, 辽东湾顶的最大增水仍发生在台风登陆时刻左右, 而渤海南部的最大增水时刻却在台风登陆之后, 即处在辽东湾风暴潮的余振阶段。如果台风在朝鲜北部登陆, 则渤海沿岸各测站的最大增水大都发生在登陆以前, 而羊角沟测站是在台风接近登陆时发生(见图 12)。如果台风在朝鲜中部登陆, 各测站的最大增水均发生在登陆之前。造成上述差异主要是由于台风登陆点离渤海距离的远近所致。这种类型的台风潮与 Corkan^[2] 等人所指出的英国北海外来风暴潮的例子相似。亦即此类渤海风暴潮是台风域中风场和气压场直接引起的水位变化和外海风暴潮进入渤海相结合而造成的。应指出的

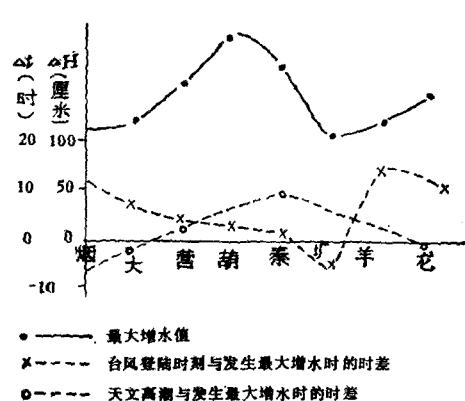


图 9 1972 年 7 月 26—28 日各测站最大增水值和时差

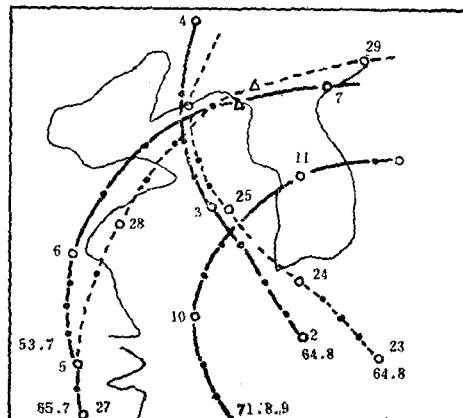


图 10 第 II 型台风路径

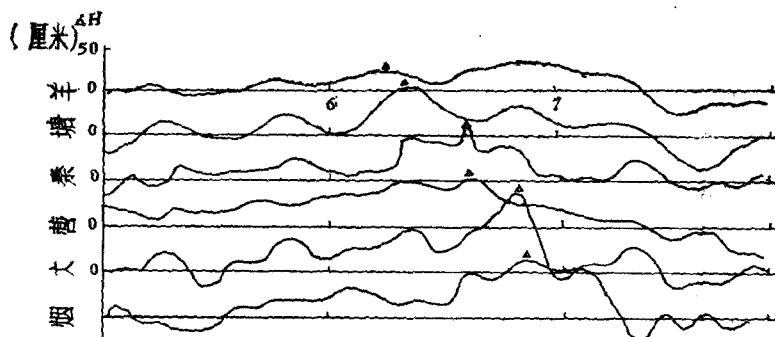


图 11 1953 年 7 月 5—7 日各测站台风潮过程曲线

是,这类风暴潮所具显著的潮周期振动,可能是外海风暴潮伴随天文潮一起进入渤海,由于浅水效应而产生的耦合现象。

总的来看,其最大增水发生时间是沿渤海西岸由北向南呈反时针的滞后,时差约7—8小时。另外,各测站的最大增水值大都发生于高潮前后3小时以内;然而由于增水值较小,尚难构成灾害性的水位。

3. 假潮与波

统观两大天气系统所导致各测站的水位变化,I型台风潮具有与冷锋潮相似的特性。即当台风进入渤海或冷锋掠过海区,海面将出现剧烈变化,由于风场的作用和岸形的影响南北位相大致相反,且具有17—18小时的周期,类似湖泊里的强迫振动。然而当台风登陆或冷锋过境之后,海面将以大约13小时的周期呈阻尼振动。台风自外海通过辽宁半岛或在朝鲜半岛登陆时,渤海风暴潮的全过程一般均以13小时的周期振动。应予以注意的是,台风在朝鲜半岛登陆后,渤海南部产生了显著的周期为6—7小时的副振动。这是因为海湾中有时能产生和湖泊相类似的驻波。根据梅立恩公式算得渤海的纵振假潮周期为:

$$T_1 = 18.9 \text{ 小时}; \quad T_2 = 6.3 \text{ 小时}$$

可以看出，单节纵振假潮周期恰与 I 型台风潮激振阶段的周期相吻合。为了进一步说明这种现象，现以 1972 年 7 月 26—28 日的台风潮为例。如果我们将南、北两个测站（营口和羊角沟）风暴潮过程值以 17 小时作滑动平均，可以获得一条平滑过的风暴增水过程曲线和剩余曲线。（见图 13）

图 13 的平滑曲线表明，海面变化很平缓，最大增水值在 60—70 厘米左右，这是基本的水位变化，它反映了当时风场的变化。然而实测过程曲线具有剧烈的振动，这种振动正是图 13 中给出的剩余曲线，它清楚地反映了渤海强迫振动的特色：南、北具有位相大致相反、振幅不等的振荡现象，无疑这是由于海峡的存在。有意义的是，营口站的剩余曲线最大振幅（±1 米多）比其平滑曲线最大增水值大一倍多，羊角沟站则偏小。这似乎意味着，台风进入渤海时，渤海的风暴潮形态主要由强迫振动造成，然而外力消失之后，如果不考虑摩擦影响，海面将呈自由振荡。

毫无疑问，在实际的海面变化中，如果海区较大，则科氏力的效应是显著的。根据下

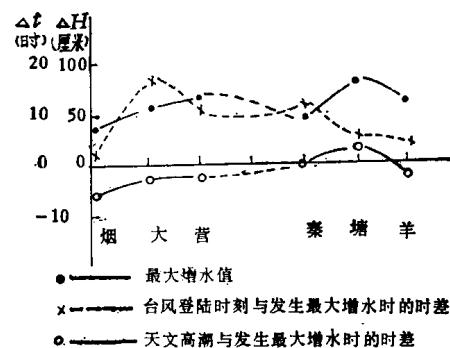


图 12 1953 年 7 月 5—7 日各测站最大增水值和时差

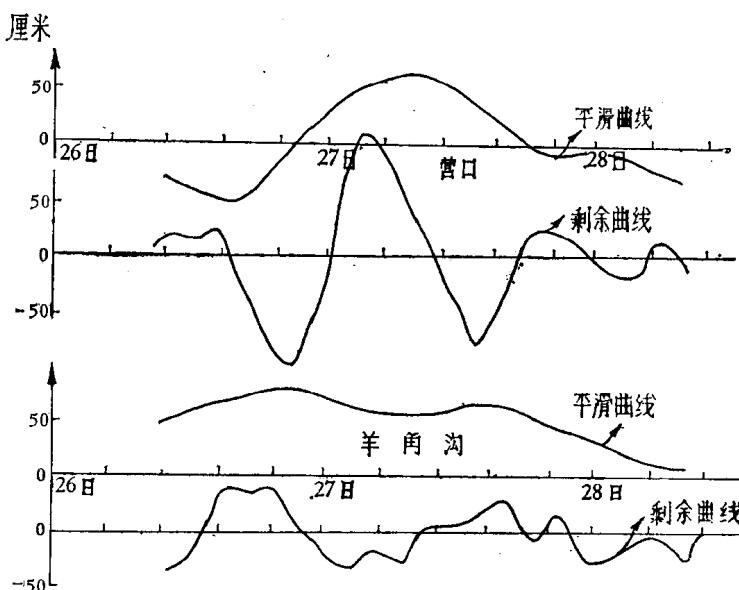


图 13 1972 年 7 月 26—28 日营口和羊角沟平滑与剩余曲线

节讨论的振动周期： $T = 13.5$ 小时，这正符合 I 型台风潮的余振阶段和 II 型的振动周期。由此可见，渤海的假潮对风暴潮的特性具有一定的影响。

前节已指出，各次风暴潮的波峰基本是沿渤海西岸由北向南传播，类似一个反时针方向传播的波，其传播速度接近于长波速度。例如，波从葫芦岛传至秦皇岛大约需 3 小时，两站距离约为 155 公里，如取平均水深 20 米，则长波速度 $c = \sqrt{gh} = 14.1$ 米/秒，由此

算得的距离约为 152 公里。再如，波从秦皇岛传至塘沽需时约 6 小时，两站距离约为 230 公里，计算距离约为 250 公里。因而可以认为，它与潮波一样是以长波在渤海中传播，也即它具有开尔文波的特性。为了解释这一现象，我们考虑一个半封闭长方形海域，假设海域不随地球旋转，即没有科氏力的作用，水将从一端向另一端振动，在节线地方水位不变，

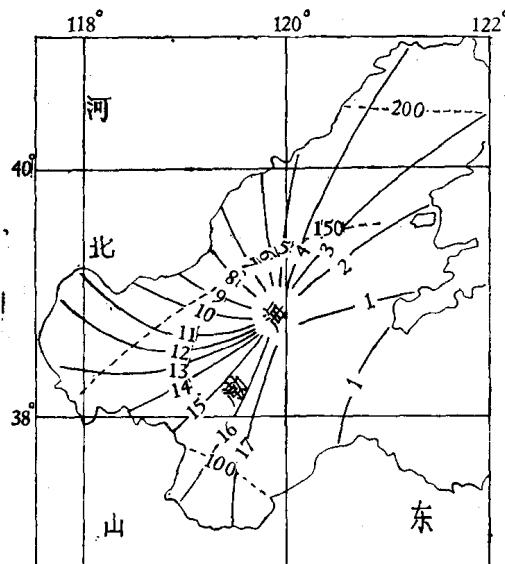


图 14 1972 年 7 月 27 日波的传播示意图

——极值水位发生时间；----极值水位

这种振动是一驻波。如果考虑海域随地球旋转，则驻波就围绕中心波节点呈反时针移行，在波节点上水位仍不变。然而在旋转海域中可以移行的一种前进波形式是开尔文波，它的振幅在传播方向的右侧逐渐增大，因此，压强梯度就要与科氏力相平衡。例如，葫芦岛发生的极值水位，在逐渐降落期内，海水向南部流动，此时在科氏力的作用下，必引起海水在其西岸堆积。这种现象已由 Corkan 对北海风暴潮作过描述^[2]。由此可见，渤海风暴潮必定遵循这种波的传播规律，其波节点大约在渤海中部附近（见图 14）。这种传播规律对渤海台风潮的预报无疑是有益的，只要掌握了先期达到增水极值站的水位变化规律，便有可能粗略地顺次推知其它各站增水峰值的大小和出现时间。

二、渤海风暴潮的理论模式

如前所述，渤海属于“超浅海”的范畴^[1]，这意味着渤海风暴潮将有非线性效应发生。但为了分析两大类型的天气系统引起的风暴潮的基本动力特性，现采用线性的动量方程，并视渤海为一等深呈扇形的海区，来获得该海区风暴潮的理论模式。

1. 模式

取运动方程和连续方程式如下：

$$\frac{\partial \mathbf{V}}{\partial t} + f \mathbf{K} \times \mathbf{V} = -g \nabla (\zeta + P) + \frac{\tau}{\rho h} \quad (1)$$

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} + h(\operatorname{div} \mathbf{V}) = 0 \quad (2)$$

将(1)和(2)式组合，得风暴潮位方程如下（取极坐标）：（见图 15）

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \zeta}{\partial t^2} + f^2 \zeta &= gh \left\{ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[r \frac{\partial}{\partial r} (\zeta + P) \right] + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} (\zeta + P) \right\} \\ &- \frac{1}{\rho} \operatorname{div} \tau(r, \theta, t) - \frac{f}{\rho} \operatorname{rot}_z \tau(r, \theta, t) \end{aligned} \quad (3)$$

这里， \mathbf{V} 是水平流速矢， ζ 是风暴潮位， P 是气压下降量（用水柱高度表之）， f 是科氏参数， $\tau(r, \theta)$ 是风应力矢量， g 是重力加速度， h 是水深， ρ 是海水密度， div 是水平散度符

号, rot_z 是铅直旋度符号, ∇ 是水平梯度符号。

化方程式(3)为无维量:

$$\frac{r}{r_1} = e^{\xi} \quad \varphi = \frac{\theta}{\theta_1} \quad (4)$$

由于渤海 $r_1 = 2.4$ 纬距, $r_2 = 6.6$ 纬距, 因此, 当 $r = r_1$ 时, $\xi = 0$, 当 $r = r_2$ 时, $\xi = 1.00$ 。从而 ξ 在 $[0, 1]$ 区间内, φ 亦在 $[0, 1]$ 区间内。这样(3)式可化为:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \eta}{\partial t^2} + f^2 \eta &= \frac{gh}{r_1^2} e^{-2\xi} \left(\frac{\partial^2 \eta}{\partial \xi^2} + \frac{1}{\theta_1^2} \frac{\partial^2 \eta}{\partial \varphi^2} \right) \\ &- F(\xi, \varphi, t) \end{aligned} \quad (5)$$

$$F(\xi, \varphi, t) = \frac{1}{\rho} \operatorname{div} \tau(\xi, \varphi, t) + \frac{f}{\rho} \text{rot}_z \tau(\xi, \varphi, t)$$

满足粘性边界条件(边界上流速为零, $u = v = 0$)^[1]:

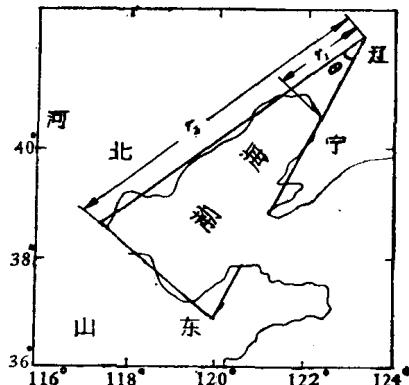


图 15 渤海地形图

$$\left. \frac{\partial \eta}{\partial \xi} \right|_{\xi=0} = \left. \frac{r_1}{\rho g h} e^{\xi} \tau_\xi \right|_{\xi=0} = \mu_1(0, \varphi, t) \quad (6)$$

$$\left. \frac{\partial \eta}{\partial \xi} \right|_{\xi=1} = \left. \frac{r_1}{\rho g h} e^{\xi} \tau_\xi \right|_{\xi=1} = \mu_2(1, \varphi, t)$$

$$\left. \frac{\partial \eta}{\partial \varphi} \right|_{\varphi=0} = \left. \frac{r_1 \theta_1}{\rho g h} e^{\xi} \tau_\varphi \right|_{\varphi=0} = \mu_3(\xi, 0, t)$$

$$\left. \frac{\partial \eta}{\partial \varphi} \right|_{\varphi=1} = \mu_4(\xi, 1, t) = \begin{cases} \frac{r_1 \theta_1}{\rho g h} e^{\xi} \tau_\varphi = \mu'_4(\xi, 1, t), & 0 \leq \xi \leq b_1 \\ 0, & b_1 \leq \xi \leq b_2 \\ \frac{r_1 \theta_1}{\rho g h} e^{\xi} \tau_\varphi = \mu''_4(\xi, 1, t), & b_2 \leq \xi \leq 1 \end{cases} \quad (7)$$

这里 $[b_1, b_2]$ 区间是渤海海峡, 假定了在海峡中风暴潮位为一常量。

初始条件:

$$\eta \Big|_{t=0} = \left. \frac{\partial \eta}{\partial t} \right|_{t=0} = 0 \quad (8)$$

$$\eta = \zeta + P$$

为了求方程式(5)满足边界条件(6)和(7)的解, 首先对 φ 采用 Fourier 有限变换:

$$\bar{f}_c(n) = \int_0^1 f(\varphi) \cos n\pi \varphi d\varphi \quad (9)$$

$$f(\varphi) = 2 \sum_{n=1}^{\infty} \bar{f}_c(n) \cos n\pi \varphi + \bar{f}_c(0) \quad (10)$$

代入(5)式并考虑到边界条件(7)得方程式如下:

$$\frac{\partial^2 \bar{\eta}}{\partial t^2} + f^2 \bar{\eta} = \frac{gh}{r_1^2} e^{-2\xi} \left(\frac{\partial^2 \bar{\eta}}{\partial \xi^2} - \beta_n^2 \bar{\eta} \right) + \frac{gh}{r_1^2} e^{-2\xi} [(-1)^n \mu_4 - \mu_3] - \bar{F}(\xi, n, t) \quad (11)$$

$$\beta_n^2 = \frac{n^2\pi^2}{\theta_1^2} \quad (12)$$

边界条件化为:

$$\begin{aligned}\left. \frac{\partial \bar{\eta}}{\partial \xi} \right|_{\xi=0} &= \bar{\mu}_1 \\ \left. \frac{\partial \bar{\eta}}{\partial \xi} \right|_{\xi=1} &= \bar{\mu}_2\end{aligned} \quad (13)$$

为了求方程式(11)满足边界条件(13)的解,令:

$$\bar{\eta} = \Psi_1 + \Psi_2 \quad (14)$$

假定 Ψ_2 满足边界条件(13)的特解为:

$$\Psi_2 = \bar{\mu}_1 \xi + \frac{1}{2} \xi^2 (\bar{\mu}_2 - \bar{\mu}_1) \quad (15)$$

并对时间 t 取 Laplace 变换:

$$\tilde{\Psi} = \int_0^\infty \Psi_2 e^{-pt} dt \quad (16)$$

则方程式(11)和边界条件(13)可化为:

$$\frac{d^2 \tilde{\psi}_1}{d\xi^2} - \left[\frac{(P^2 + f^2)r_1^2}{gh} e^{2\xi} + \beta_n^2 \right] \tilde{\psi}_1 = \tilde{H} \quad (17)$$

$$\left. \frac{d\tilde{\psi}_1}{d\xi} \right|_{\xi=0} = 0 \quad \left. \frac{d\tilde{\psi}_1}{d\xi} \right|_{\xi=1} = 0 \quad (18)$$

$$\tilde{H} = \left[\frac{gh}{r_1^2} e^{-2\xi} [(-1)^n \bar{\mu}_4 - \bar{\mu}_3] - \tilde{F}(\xi, n, P) - \tilde{f}_1(\xi, n, P) \right] \frac{r_1^2}{gh} e^{2\xi}$$

$$\tilde{f}_1(\xi, n, P) = (P^2 + f^2) \tilde{\psi}_1 - \frac{gh}{r_1^2} e^{-2\xi} \left(\frac{d^2 \tilde{\psi}_1}{d\xi^2} - \beta_n^2 \tilde{\psi}_1 \right)$$

将方程式(17)满足边界条件(18),采用变分求近似解。

令容许函数为:

$$\tilde{\psi}_1 = C_i^n \cos(2i - 1)\pi\xi \quad (19)$$

在极值存在条件下,

$$\frac{\partial I[\tilde{\psi}_i]}{\partial C_i^n} = 0 \quad (20)$$

取 $i = 1, 2$, 经过积分简化为:

$$\begin{aligned}[a_1 + (P^2 + f^2)k_1]C_1^n + (P^2 + f^2)k_3C_2^n &= -4G_1 \\ (P^2 + f^2)k_3C_1^n + [a_2 + (P^2 + f^2)k_2]C_2^n &= -4G_2\end{aligned} \quad (21)$$

这里,

$$a_1 = \pi^2 + \beta_n^2; \quad a_2 = 9\pi^2 + \beta_n^2$$

$$3.194 \left(1 + \frac{1}{1 + \pi^2} \right) \frac{r_1^2}{gh} = k_1; \quad 3.194 \left(1 + \frac{1}{1 + 4\pi^2} \right) \frac{r_1^2}{gh} = k_2;$$

$$3.194 \left(\frac{1}{1 + \pi^2} + \frac{1}{1 + 4\pi^2} \right) \frac{r_1^2}{gh} = k_3$$

$$G_1 = \int_0^1 \tilde{H} \cos \pi \xi d\xi$$