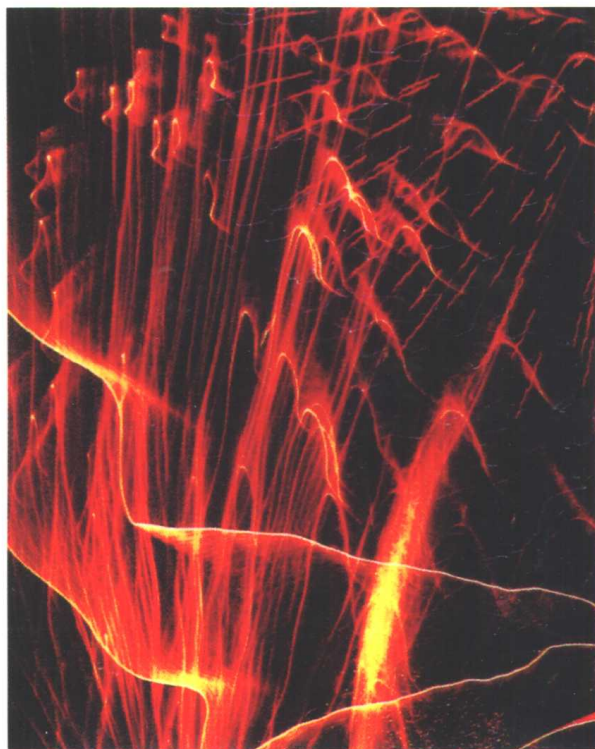


复合材料及其结构的 力学、设计、应用和评价

(第三册)

主 编

杜善义 沃丁柱 章怡宁 夏源明 王震鸣



哈尔滨工业大学出版社

复合材料及其结构的力学、 设计、应用和评价

(第三册)

杜善义 沃丁柱 章怡宁 夏源明 王震鸣
主 编

哈尔滨工业大学出版社
哈 尔 滨

内 容 简 介

本书是一本关于复合材料及其结构的力学、设计、应用、工艺和评价等诸多方面的专著,共有 22 章,内容广泛而丰富。它既有高水平的学术论文,也包括国内外的动态和大量信息,具有较高的理论水平和应用价值,可供从事复合材料及其结构的设计、研究、工艺制造和应用等方面的教师、工程师、研究人员、硕士生和博士生参考。

图书在版编目 (CIP) 数据

复合材料及其结构的力学、设计、应用和评价. 第 3 册/杜善义主编. —哈尔滨: 哈尔滨工业大学出版社, 2000. 6

ISBN 7-5603-1581-6/O·104

I. 复... II. 杜... III. 复合材料-基本知识
IV. TB333

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2000) 第 25805 号

复合材料及其结构的力学、设计、应用和评价

Fuhe Cailiao jiqi Jiegou de

Lixue, Sheji, Yingyong he Pingjia

(第三册)

杜善义 沃丁柱 章怡宁 夏源明 王震鸣 主编

*

哈尔滨工业大学出版社出版发行

(哈尔滨市南岗教化街 21 号 邮编 150001 电话 0451-6414749)

哈尔滨工业大学印刷厂印刷

哈尔滨工业大学出版社排版中心排版

*

开本 787×1092 1/16 印张 21.5 字数 498 千字

2000 年 6 月第 1 版 2000 年 6 月第 1 次印刷

印数 1—1 000

ISBN 7-5603-1518-6/O·104 定价 42.00 元

序 言

本书第一章由杜善义、梁军（哈尔滨工业大学复合材料研究所，150001）撰写；第二章由章怡宁（沈阳飞机研究所，110035）撰写；第三章由杜善义、张博明、李辰砂、王殿富撰写；第四章由章怡宁、杨旭撰写；第五章由王建祥（北京大学力学与工程科学系，100871）、范赋群和曾庆敦（广州华南理工大学交通学院，510641）撰写；第六章由孙先念、陈浩然（大连理工大学工业装备结构分析国家重点实验室，116024）撰写；第七章由曾竟成、肖加余、梁重云、王春齐、王兴业、刘凤荣、张术华（长沙国防科技大学材料工程与应用化学系，410073）撰写；第八章由陈荣庚（大连水产学院土木工程系，116024）、陈万吉（大连理工大学力学系，116023）撰写；第九章由杨旭、章怡宁（沈阳飞机研究所，110035）、许希武（南京航空航天大学，210016）撰写；第十章由陈朝辉、李永清、张长端、郑文伟、胡海峰、谢征芳、肖加余（长沙国防科技大学，410073）撰写；第十一章由王震鸣（中国科学院力学研究所，100080）、杨桂（中华自行车集团复合材料制品公司，深圳，518019）撰写；第十二章由夏源明、汪洋、王镇（合肥中国科学技术大学力学与机械工程系，230027）撰写；第十三章由胡更开（北京理工大学应用力学系，100081）撰写；第十四章由汪海、章怡宁（沈阳飞机研究所，725信箱，110035）撰写；第十五章由陶肖明（香港理工大学纺织制衣学院）、冼杏娟（中国科学院力学研究所，100080）撰写；第十六章由唐邦铭（北京航空材料研究院，先进复合材料国防科技重点实验室，北京81信箱3分箱，100095）撰写；第十七章由赵稼祥、王曼霞（航天材料及工艺研究所，北京，100076）撰写；第十八章由陈绍杰（沈阳飞机研究所，725信箱，110035）撰写；第十九章由党嘉立、赵稼祥（航天材料及工艺研究所，北京，100076）撰写；第二十章由张庆明、黄风雷（北京理工大学爆炸与安全国家实验室，北京，100081）撰写；第二十一章由杨孚标、李永清、车仁超、郑文伟、王光华、程海峰、肖加余（国防科技大学材料科学与应用化学系，长沙，410073）撰写；第二十二章由孔庆宝、高巨龙（哈尔滨玻璃钢研究所，哈尔滨，150036）撰写。

在这本专著出版以后，属于这一系列的专著共有8册，其中包括《复合材料力学进展》1册（此书北京大学出版社已售完）；《复合材料及其结构的力学进展》（1至4册）；《复合材料及其结构的力学、设计、应用和评价》（1至3册）。这8本专著共涉及120多个专题，其中有大量的高水平研究成果、国内外动态和信息，具有较高学术水平和实用价值。至此为止，80年代末所订的出版计划已经完成。在此，对12年来提供过资助的单位、撰稿人员、主编们、四个出版社以及有关同志表示深切的感谢。在此，应特别感谢王震鸣研究员对本系列专著的贡献。可以说，没有他们的努力，本系列专著是很难完成的。

上述8册专著中的7册，在常务主编王震鸣研究员处（北京中关村937楼202号，邮编100086）尚有部分存书，有需要购买者，可写信与他联系。也可向相应的出版社联系购买。

杜善义

2000年1月13日

《复合材料及其结构的力学、设计、应用和评价》

(第三册)

编 委 会

主编 杜善义 沃丁柱 章怡宁
夏源明 王震鸣

编委 (以姓氏笔划为序)

孔庆宝	王建祥	汪 海
沈大荣	张 恒	肖加余
张庆明	张志新	张博明
陈绍杰	陈浩然	陈荣庚
李思简	杨 旭	杨 桂
范赋群	赵稼祥	梁 军
黄小清	黄风雷	曾庆敦
韩杰才	蒋咏秋	谢鸣九
黎观生		

目 录

第一章 压电复合材料有效性能的细观力学研究	(1)
一、引言.....	(1)
二、含椭球形夹杂压电材料的弹性场和电场.....	(5)
三、压电复合材料的有效性能预报.....	(9)
附录.....	(14)
参考文献.....	(15)
第二章 复合材料机翼设计综合技术研究	(16)
一、引言.....	(16)
二、复合材料机翼整体油箱设计与制造技术.....	(16)
三、考虑总体强度及气动弹性要求的铺层设计技术.....	(17)
四、复合材料结构的细节设计与分析.....	(18)
五、复合材料结构动强度设计初探.....	(19)
六、复合材料机翼的耐久性和损伤容限设计.....	(20)
七、结束语.....	(22)
参考文献.....	(22)
第三章 复合材料成型过程的光纤在线实时监控	(23)
一、引言.....	(23)
二、树脂基复合材料成型过程的基本模型.....	(23)
三、光纤固化监测传感器的研究现状.....	(30)
四、应用多模模斑谱光纤传感器监测复合材料固化过程.....	(33)
五、应用光纤微弯传感器监测复合材料固化过程.....	(41)
六、复合材料成型工艺过程在线控制专家系统.....	(46)
参考文献.....	(53)
第四章 复合材料翼面结构综合优化设计技术	(55)
一、引言.....	(55)
二、综合设计过程及主要分析方法.....	(55)
三、复合材料铺层优化设计问题及处理方法.....	(56)
四、应用实例.....	(58)
五、应用气弹剪裁技术后的减重效果对比.....	(60)
六、应用效果及结论.....	(60)
参考文献.....	(61)
第五章 纤维增强复合材料“就地强度”研究	(62)
一、引言.....	(62)

二、含裂纹叠层板断裂力学模型	(63)
三、“就地强度”的断裂力学分析	(66)
四、理论和实验比较	(74)
五、结论	(75)
参考文献	(75)
第六章 含分层损伤复合材料层合结构压缩强度数值模拟	(77)
一、引言	(77)
二、分层屈曲模式及后屈曲路径数值模拟	(78)
三、分层扩展数值模拟	(86)
四、压缩强度数值模拟	(91)
五、结束语	(95)
参考文献	(96)
第七章 高性能天然纤维复合材料性能研究与制品开发	(99)
一、引言	(99)
二、高性能天然纤维材料的组成与性能特点	(99)
三、高性能天然纤维增强复合材料的性能特点	(101)
四、国内高性能天然纤维增强复合材料制品开发现状	(101)
五、竹复合材料基本性能研究	(103)
六、竹管道及竹环夹芯竹地板	(104)
七、竹复合材料船体研制	(106)
八、结束语	(108)
参考文献	(108)
第八章 基于整体-局部位移假设的高阶理论及其精化单元法	(110)
一、高阶剪切变形理论的位移模式的推导	(110)
二、基于此高阶理论的精化三角形层合板单元的列式	(116)
三、算例	(120)
四、结论	(124)
参考文献	(124)
第九章 复合材料层板多钉机械连接强度计算方法	(125)
一、引言	(125)
二、计算方法	(125)
三、钉孔失效准则	(129)
四、试验验证	(129)
五、设计参数影响规律计算研究	(131)
六、结论	(132)
参考文献	(132)
第十章 先驱体法陶瓷基复合材料研究的进展	(133)
一、引言	(133)
二、有机硅陶瓷先驱体的分子设计与合成	(134)

三、先驱体法陶瓷基复合材料 (CMC) 制备工艺与性能	(139)
四、活性填料在先驱体转化制备陶瓷材料中的应用	(145)
参考文献	(150)
第十一章 与复合材料强度理论有关问题的补充探讨	(152)
一、引言	(152)
二、概述	(152)
三、各向同性材料的强度准则	(161)
四、复合材料的强度准则	(170)
五、结束语	(183)
参考文献	(185)
第十二章 单向复合材料的热弹脆性损伤动力学本构模型及其数值分析	(186)
一、引言	(186)
二、纤维束的冲击拉伸试验和纤维强度的统计分析	(186)
三、热弹脆性损伤本构模型及其细观数值模拟	(190)
四、结论和展望	(199)
参考文献	(199)
第十三章 复合材料细观塑性二阶矩理论及其应用	(201)
一、引言	(201)
二、复合材料细观塑性力学简介	(201)
三、复合材料塑性二阶矩理论	(202)
四、讨论与结论	(213)
附录	(214)
参考文献	(214)
第十四章 复合材料加筋板压剪复合试验件后屈曲强度分析	(217)
一、理论分析	(217)
二、几何非线性分析的有限元列式	(219)
三、非线性方程组解法	(220)
四、强度准则和刚度折减	(223)
五、数值算例	(224)
六、后屈曲刚度降试件强度分析	(226)
附录	(227)
参考文献	(229)
第十五章 纺织结构复合材料 (TSC)	(230)
一、引言	(230)
二、纺织结构复合材料的特点与制造工艺	(232)
三、纺织结构复合材料性能的评定及分析	(235)
四、纺织结构复合材料的冲击能量吸收及测试方法	(237)
五、纺织结构复合材料的非破坏性测试方法及其进展	(245)
六、结论	(253)

参考文献	(254)
第十六章 热塑性复合材料 FIT 预浸技术及其缠绕实例	(255)
一、概述	(255)
二、FIT 预浸料带的制造技术	(256)
三、FIT 预浸料的结构及工艺性	(260)
四、FIT 预浸料成形过程的浸渍模型	(261)
五、FIT 预浸料缠绕实例	(266)
六、结束语	(270)
参考文献	(270)
第十七章 复合材料用高性能碳纤维的发展与应用	(272)
一、引言	(272)
二、碳纤维进入高速发展的新时期	(272)
三、大力发展大丝束碳纤维	(274)
四、T700 将取代 T300 成为最主要的碳纤维品种	(276)
五、大幅度降低碳纤维价格	(276)
六、扩大开辟新的应用范围	(277)
七、国内碳纤维的现况	(280)
八、碳纤维发展战略建议	(281)
参考文献	(282)
第十八章 飞机复合材料结构修理	(283)
一、引言	(283)
二、国内外概况	(283)
三、复合材料结构修理的几个技术要点	(284)
四、修理方法研究	(285)
第十九章 航天功能复合材料的现况与展望	(288)
一、引言	(288)
二、航天高技术对功能复合材料的需求	(288)
三、国外航天功能复合材料的现状	(289)
四、航天功能复合材料的研究方向与主要研究内容	(292)
五、航天功能复合材料的研究进展	(293)
六、航天功能复合材料的展望	(296)
第二十章 3D C/SiC 复合材料的静态压缩性能	(298)
一、引言	(298)
二、压缩失效过程观察	(298)
三、实验结果及其初步分析	(299)
四、极限载荷的理论分析	(300)
五、结束语	(304)
参考文献	(304)
第二十一章 高分子导电复合材料及其应用	(305)

一、引言	(305)
二、高分子导电复合材料的导电机理	(305)
三、高分子导电复合材料的应用	(307)
四、有机 PTC 热敏材料及其元器件	(307)
五、结束语	(311)
参考文献	(312)
第二十二章 纤维缠绕技术研究的某些进展	(312)
一、简单的历史回顾	(312)
二、复合材料发动机壳体带动纤维缠绕技术起飞	(313)
三、传统市场拓宽领域	(320)
四、新的技术突破	(330)
五、潜在市场	(331)
六、结束语	(332)
参考文献	(332)

第一章 压电复合材料有效性能的细观力学研究

一、引言

压电材料能够实现机械能和电能之间的相互转换,属于机敏或智能材料的范畴。由它制作的换能器、滤波器、传感器和致动器等各种压电元器件在当今的电子技术、通信和控制技术中得到了广泛的应用。另外,压电材料集传感和执行于一体的特有物理属性,也使其成为智能结构中传感和执行元件的主导材料^[1~7]。然而,多数压电材料固有的脆性特征以及诸如孔洞、裂纹、二相颗粒或位错等缺陷的存在,往往导致材料在力电载荷的协同作用下过早地失效或破坏。因此,从机电耦合的观点出发,用力学理论研究含缺陷压电材料的电弹相互作用行为,无论是对研制和设计高品质的压电材料,还是正确认识和理解压电材料的损伤机理和失效行为都具有重要的应用价值和学术意义。

从1880年压电效应的发现到现在,在压电材料的广泛应用和蓬勃发展过程中,许多物理学家和材料科学家在这一领域做了大量的研究工作,并取得了一系列的研究成果。但是,用研究结构材料的力学理论来研究压电材料的耦合性能始于90年代初期。近几年来一些力学工作者在压电材料的断裂分析和有效性能预报方面进行了探索性的研究,取得了一定的进展。然而,许多问题仍有待于做进一步的深入研究。

本章在简述压电材料的基本方程和压电边值边界条件的基础上,对此领域的国内外研究状况作一全面概述,最后根据压电相的几何形状,利用细观力学方法研究了几种连通性压电复合材料的有效性能。

1.1 线性压电学原理

压电材料的机电耦合效应表现为:在力场作用下产生电场和在电场作用下发生机械变形,前者称为正压电效应,后者称为逆压电效应。材料是否具有压电性通常取决于其晶体的结构形式,一般说来有对称中心的晶体不可能有压电性,而无对称中心的晶体都具有压电性,即压电材料本质上是各向异性的。

1.2 压电材料的基本方程

对于压电材料,描述其力学行为和电学行为的物理量包括机械位移矢量 u ,应力张量 σ ,应变张量 ϵ ,电势 φ ,电位移矢量 D 和电场强度矢量 E ,它们统一称为电弹变量,并且满足压电方程、梯度方程和平衡方程。

1.2.1 压电方程

压电材料的本构方程称为压电方程,它们描述了力学量和电学量之间的相互作用关系。忽略压电材料微小的磁场效应,在准静态电场条件下,压电方程可通过热力学状态函数得到。取不同的状态函数即不同组的电弹变量作为独立变量,压电方程是不同的。

根据文献[8],线性压电材料的四种状态函数分别为

$$\phi = \phi(\varepsilon_{ij}, E_i) = \frac{1}{2} C_{ijms}^E \varepsilon_{ij} \varepsilon_{ms} - e_{mij} \varepsilon_{ij} \varepsilon_m - \frac{1}{2} k_{im}^\varepsilon E_i E_m \quad (1-1)$$

$$\psi = \psi(\sigma_{ij}, D_i) = \phi + E_i D_i - \sigma_{ij} \varepsilon_{ij} \quad (1-2)$$

$$\chi = \chi(\sigma_{ij}, E_i) = \phi - \sigma_{ij} \varepsilon_{ij} \quad (1-3)$$

$$\theta = \theta(\varepsilon_{ij}, E_i) = \phi - E_i D_i \quad (1-4)$$

其中, ϕ 、 ψ 、 χ 和 θ 分别为电学焓、弹性焓、焓和内能,这些状态函数在所定义的电弹独立变量空间中具有不同的凸凹性质,状态函数的凸凹性质在压电边值问题中非常重要。

由上述的状态函数,可得四类压电方程分别为

$$\sigma_{ij} = \frac{\partial \phi}{\partial \varepsilon_{ij}} = C_{ijms}^E \varepsilon_{ms} - e_{mij} \varepsilon_m, \quad D_i = -\frac{\partial \phi}{\partial E_i} = e_{ims} \varepsilon_{ms} + \kappa_{im}^\varepsilon E_m \quad (1-5)$$

$$\sigma_{ij} = \frac{\partial \theta}{\partial \varepsilon_{ij}} = C_{ijms}^D \varepsilon_{ms} - h_{mij} D_m, \quad E_i = \frac{\partial \theta}{\partial D_i} = -h_{ims} \varepsilon_{ms} + \beta_{im}^D D_m \quad (1-6)$$

$$\varepsilon_{ij} = -\frac{\partial \psi}{\partial \sigma_{ij}} = S_{ijms}^D \sigma_{ms} + g_{mij} D_m, \quad E_i = \frac{\partial \psi}{\partial E_i} = -g_{ims} \sigma_{ms} + \beta_{im}^D D_m \quad (1-7)$$

$$\varepsilon_{ij} = -\frac{\partial \chi}{\partial \sigma_{ij}} = S_{ijms}^E \sigma_{ms} + d_{mij} E_m, \quad D_i = -\frac{\partial \chi}{\partial E_i} = d_{ims} \sigma_{ms} + \kappa_{im}^\varepsilon E_m \quad (1-8)$$

式(1-5)至(1-8)是以张量形式表示的,利用下面的下标缩减关系

$$\begin{array}{ccc} 11 & 12 & 13 \\ 21 & 22 & 23 \\ 31 & 32 & 33 \end{array} \Rightarrow \begin{array}{ccc} 1 & 6 & 4 \\ 6 & 2 & 5 \\ 4 & 5 & 3 \end{array} \quad (1-9)$$

压电方程可简洁地表示为

$$\sigma = C^E \varepsilon - e^T E, \quad D = e \varepsilon + \kappa^\varepsilon E \quad (1-10)$$

$$\sigma = C^D \varepsilon - h^T D, \quad E = -h \varepsilon + \beta^D D \quad (1-11)$$

$$\varepsilon = S^D \sigma + g^T D, \quad E = -g \sigma + \beta^D D \quad (1-12)$$

$$\varepsilon = S^E \sigma + d^T E, \quad D = d \sigma + \kappa^\sigma E \quad (1-13)$$

式中,上标‘T’表示矩阵的转置。各材料常数的物理意义为:

C^E 和 C^D 分别为常电场(短路)和常电位移(开路)时的 6×6 弹性刚度矩阵,单位为 N/m^2 ;

S^E 和 S^D 分别为常电场(短路)和常电位移(开路)时的 6×6 弹性柔度矩阵,单位为 m^2/N ;

κ^ε 和 κ^σ 分别为常应变(夹持)和常应力(自由)时的 3×3 介电常数矩阵,单位为 F/m ;

β^E 和 β^D 分别为常应变(夹持)和常应力(自由)时的 3×3 介电隔离率矩阵,单位为 m/F ;

e 为 6×3 压电应力系数矩阵, 单位为 N/Vm ;
 h 为 6×3 压电刚度系数矩阵, 单位为 V/m ;
 g 为 6×3 压电电压系数矩阵, 单位为 Vm/N ;
 d 为 6×3 压电应变系数矩阵, 单位为 m/V 。

上面的四类压电方程从不同角度反映了压电材料的压电性所遵从的规律, 各类材料常数之间满足一定的约束关系, 详细的数学表达式参见文献[8]。另外, 压电材料常数还具有某些对称性和正定性, 例如

$$C_{jims}^E = C_{ijms}^E = C_{jism}^E = C_{msij}^E, e_{mij} = e_{nji}, \kappa_{ij}^e = \kappa_{ji}^e \quad (1-14)$$

$$C_{ijms}^E a_{ij} a_{ms} > 0, \kappa_{ij}^e b_i b_j > 0 \quad (1-15)$$

式中, a_{ij} 和 b_i 分别为非零的二阶张量和矢量。由式(1-14)的对称关系可知, 最一般的各向异性压电介质具有 21 个独立的弹性常数, 18 个独立的压电系数和 6 个独立的介电常数。

1.2.2 梯度方程

小变形假设下的应变张量 ε 和电场矢量 E 可分别由机械位移矢量 u 和电势 φ 表示为

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2}(u_{i,j} + u_{j,i}), E_i = -\varphi_{,i} \quad (1-16)$$

式中, 下标 ‘,’ 表示求导。

1.2.3 平衡方程

应力张量 σ 和电位移矢量 D 满足

$$\sigma_{ij,i} + f_j = 0, D_{i,i} - q = 0 \quad (1-17)$$

式中, f_j 表示体力, q 表示体电荷密度。

对于压电材料的电弹耦合问题, 数学提法为在给定的边界条件下寻求满足平衡方程(1-17)、梯度方程(1-16)和四类压电方程(1-5) ~ (1-8)之一的力学量和电学量, 选取哪类压电方程依据研究问题的性质而定。在理论分析中, 一般选取压电方程(1-5)且以弹性位移 u 和电势 φ 为基本的独立变量, 这样压电材料耦合问题的控制微分方程为

$$(C_{ijms}u_m + e_{sij}\varphi)_{,is} + f_j = 0, (e_{ims}u_m - \kappa_{is}\varphi)_{,is} - q = 0 \quad (1-18)$$

这里略去了材料常数的上标。

1.3 压电耦合问题的边界条件

对于压电体, 边界条件包括力学和电学两种, 数学表达式为

$$u_i = \bar{u}_i \quad \text{在 } \Gamma_u \text{ 上} \quad (1-19)$$

$$\sigma_{ij}n_i = \bar{T}_i \quad \text{在 } \Gamma_\sigma \text{ 上} \quad (1-20)$$

$$\varphi_i = \bar{\varphi}_i \quad \text{在 } \Gamma_\varphi \text{ 上} \quad (1-21)$$

$$D_i u_i = \bar{q}_i \quad \text{在 } \Gamma_q \text{ 上} \quad (1-22)$$

在上面各式中, 上方的波浪线表示边界上电弹变量的给定值, n_i 为边界外法线矢量 n 的分量。

1.4 压电复合材料细观力学的研究概况

压电复合材料的出现、应用和发展始于 70 年代后期,它是将压电陶瓷和聚合物按一定的组分比例和空间几何分布复合而成,能够成倍提高材料的某些压电性能,并具有压电陶瓷所没有的优良性能。例如,压电陶瓷虽说有较高的压电压应变系数,但其压电电压系数较低,不能满足超声测量等许多工程应用的要求,利用复合材料技术就可克服压电陶瓷的上述缺点,详细的综述见文献[9]。

在 1978 年,Newnham 等人^[10]的工作标志着压电复合材料研究的开始。他们按压电相的几何形状提出了“连通性”的概念,图 1-1 给出了压电复合材料的几种连通性,通常以第一个数字代表压电相的连通维数,第二个数字代表非压电相的连通维数。

用结构复合材料的细观力学方法研究压电复合材料的有效电弹性能是近几年才出现的,主要目的是建立压电复合材料的宏观有效电弹性能,即弹性、压电和介电性能,与其组分材料性能和细观结构的定量关系,以期指导材料的设计和制造。有效电弹性能定义为

$$\left. \begin{aligned} \langle \sigma_{ij} \rangle &= C_{ijms}^* \langle \epsilon_{ms} \rangle - e_{ij}^* \langle E_s \rangle \\ \langle D_i \rangle &= e_{ims}^* \langle \epsilon_{ms} \rangle + \kappa_{is}^* \langle E_s \rangle \end{aligned} \right\} \quad (1-23)$$

式中, $\langle \sigma_{ij} \rangle$ 、 $\langle \epsilon_{ij} \rangle$ 、 $\langle D_i \rangle$ 和 $\langle E_i \rangle$ 分别表示压电复合材料的平均应力、平均应变、平均电位移和平均电场。

由于压电材料多数为各向异性体,所以理论预报压电复合材料的有效材料常数要比预报结构复合材料的有效弹性常数困难和复杂得多,但基本上还是推广和发展了结构复合材料细观力学中比较成熟的几中细观力学模型,如 Dilute 模型、自洽方法、Mori-Tanaka 方法和微分法。关于这些方法的详细评述参见吴林志、杜善义和石志飞^[11]的综述文章以及王彪^[12]、梁军^[13]的博士学位论文。

Wang^[14]在研究含椭球夹杂压电材料弹性场和电场的同时,最早用不考虑夹杂间相互作用的 Dilute 方法对 3-1 压电复合材料的有效性能进行了预报,给出了压电和介电常数随夹杂体积分数的变化关系,其中基体为 PZT-6B 压电陶瓷,夹杂为 x_3 方向无限大的圆柱形聚合物。为了考虑夹杂之间的相互作用,Wang 和 Du^[15]基于 Mori-Tanaka 模型推导了预报有效材料常数的解析表达式,其中将公式中所涉及到的积分化成了最简单的形式。在此基础上,Wang^[16]对 3-0 压电复合材料的有效性能进行了计算,基体和夹杂的材料与文献[14]相同,但夹杂形状为旋转椭球;数值结果表明静压压电系数 $e_h^* = e_{33}^* - 2e_{31}^*$ 在某一体积分数下出现最大值。

Dunn 和 Taya^[17]用 Dilute 模型、自洽方法、Mori-Tanaka 方法和微分法对压电复合材料有效常数进行了数值计算,重点讨论了几种方法所得结果的差异和相同之处,分析了夹杂形状对压电常数的影响,并同少数实验数据做了比较,结果令人满意。他们得到的结论是:(1) 夹杂含量较低时,四种方法都给出很接近的数值结果;(2) 对于中等夹杂含量的情形,

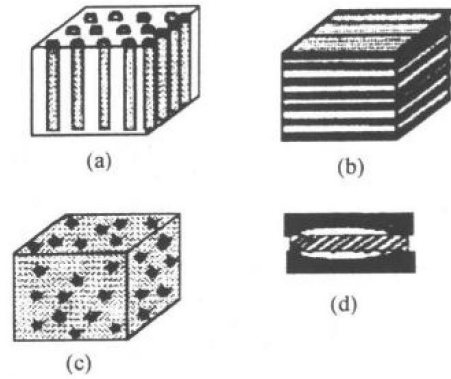


图 1-1 压电复合材料连通性示意图 (a)埋在连续基体中的杆状压电陶瓷复合材料具有 1-3 连通性;(b)多层陶瓷电容和致动器压电复合材料的 2-2 连通性;(c)热敏电阻和化学传感器的压电复合材料具有 0-3 连通性;(d)Mooney 复合材料具有 2-2 连通性

方法更适合于预报压电复合材料的有效电弹性能。在文献[17]的基础上, Dunn 和 Taya^[18] 使用 Mori-Tanaka 方法给出了多孔压电陶瓷有效材料常数的预报结果。

复合材料细观力学非常重要的内容之一是建立有效性能所满足的某些普适关系, 例如有效性能的上下限。Schulgasser^[19] 最先发现横观各向同性压电复合材料的 10 个有效常数之间有 6 个约束方程, 所以只要求得其中 4 个, 便可得到其他 6 个。Benvensite 和 Dvorak^[20]、Benvensite^[21-25] 致力于这方面的研究工作, 建立了压电复合材料的热释电复合材料的局部场和有效性能所遵从的一些普适关系。

关于压电复合材料有效性能的上下限, Olson 和 Avellaneda^[26] 针对含有压电晶粒多晶材料的有效弹性常数和介电常数的上下限进行了研究, 值得指出的是这种多晶材料宏观上是各向同性和无压电性的。较精确的压电复合材料有效性能上下限是由 Bisegna 和 Luciano^[27] 最近给出的。

实验表明, 压电材料在极化和使用过程中, 会出现许多弥散分布的微裂纹, 这些微裂纹对压电材料的弹性、压电和介电性能以及强度有着重要的影响, 是压电材料的重要损伤形式。因此, 开展含微裂纹压电材料的细观力学研究是非常必要的。

二、含椭球形夹杂压电材料的弹性场和电场

对于求解压电材料二维耦合问题, 目前应用较多的是复变函数的 Stroh 方法, 这种方法最突出的特点是给出物理量的显函形式的封闭解。Liang, Du^[28-29] 利用 Stroh 方法分别研究了含椭圆夹杂、线夹杂和裂纹夹杂压电材料的机电耦合场及电场、应力场集中问题。对于三维夹杂问题, 加之材料的耦合特性和各向异性, 求解更加困难。Wang^[14] 最先发表了借助于 Green 函数方法和 Fourier 变换技术研究了含椭球体夹杂压电材料的弹性场和电场的结果, 稍后 Benvensite, Chen, Dunn 等也独立地研究了与椭球体夹杂相关的一些问题。

基体和夹杂中的弹性场和电场

设想一个无限大压电基体中, 含有一个椭球形夹杂 Ω^+ 。基体中的弹性系数张量、压电系数张量和介电系数张量用 $C_{ijkl}^M, e_{ij}^M, \alpha_{ij}^M$ 表示, 而夹杂的各材料系数张量用 C_{ijkl}^I, e_{ij}^I 和 α_{ij}^I 表示, 基体在无穷远处受到均匀应力场 σ_{ij}^0 和电位移场 D_i^0 的作用, 假定夹杂与基体是完好粘接的, 这样夹杂问题归结为解下面边值问题。

平衡方程

$$\left. \begin{aligned} [C_{ijkl}(\mathbf{x})u_x + e_{lij}(\mathbf{x})\varphi]_{,li} &= 0 \\ [e_{ikl}(\mathbf{x})u_k - \alpha_{ij}(\mathbf{x})\varphi]_{,li} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (1-24)$$

边界条件

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{ij} &\rightarrow \sigma_{ij}^0 \\ D_i &\rightarrow D_i^0 \end{aligned} \right\} \quad \text{在无穷远处} \quad (1-25)$$

界面连续性条件

$$\left. \begin{aligned} (\sigma_{ij}^M - \sigma_{ij}^I)n_i &= 0 \\ (D_i^M - D_i^I)n_i &= 0 \end{aligned} \right\}$$

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{n} \times (\mathbf{E}^M - \mathbf{E}^I) = 0, \text{或 } \varphi^M = \varphi^I \\ U_i^M = U_i^I \end{aligned} \right\} \quad (1-26)$$

式中

$$\left. \begin{aligned} C_{ijkl}(\mathbf{x}) &= C_{ijkl}^M + \Delta C_{ijkl}H(\mathbf{x}) \\ e_{lij}(\mathbf{x}) &= e_{lij}^M + \Delta e_{lij}H(\mathbf{x}) \\ \alpha_{ij}(\mathbf{x}) &= \alpha_{ij}^M + \Delta \alpha_{ij}H(\mathbf{x}) \end{aligned} \right\} \quad (1-27)$$

而且

$$\begin{aligned} \Delta C_{ijkl} &= C_{ijkl}^I - C_{ijkl}^M \\ \Delta e_{lij} &= e_{lij}^I - e_{lij}^M \end{aligned} \quad (1-28)$$

$$\begin{aligned} \Delta \alpha_{ij} &= \alpha_{ij}^I - \alpha_{ij}^M \\ H(\mathbf{x}) &= \begin{cases} 1 & \mathbf{x} \in \Omega^+ \\ 0 & \mathbf{x} \in \Omega^- \end{cases} \end{aligned} \quad (1-29)$$

将式(1-27)代入(1-24),平衡方程化为

$$\left. \begin{aligned} C_{ijkl}^M u_{k,l} + e_{lij}^M \varphi_{,l},_{,i} &= - [\Delta C_{ijkl} u_{k,l} H(\mathbf{x}) + \Delta e_{lij} \Phi_{,l} H(\mathbf{x})],_{,i} \\ e_{ijkl}^M u_{k,l} + \alpha_{ij}^M \Phi_{,l},_{,i} &= - [\Delta e_{ijkl} u_{k,l} H(\mathbf{x}) - \Delta \alpha_{ij} \varphi_{,l} H(\mathbf{x})],_{,i} \end{aligned} \right\} \quad (1-30)$$

引入 Green 函数 G^1, G^2, F^1, F^2 如下

$$\begin{bmatrix} C_{ijkl}^M & e_{lij}^M \\ e_{lij}^M & -\alpha_{ij}^M \end{bmatrix} \begin{bmatrix} G_{kp,li}^1 & G_{k,li}^2 \\ F_{p,li}^1 & F_{,li}^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\delta_{ip} & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \delta(\mathbf{x} - \vec{x}') \quad (1-31)$$

则方程(1-30)的解可用积分方程表示为

$$\left. \begin{aligned} u_m &= u_m^0 + \int_{\Omega^+} G_{mj,i}^1(\mathbf{x} - \mathbf{x}') (\Delta C_{ijkl} u_{k,l} + \Delta e_{lij} \Phi_{,l}) d\mathbf{x}' \\ &\quad + \int_{\Omega^+} G_{m,i}^2(\mathbf{x} - \mathbf{x}') (\Delta e_{ijkl} u_{k,l} - \Delta \alpha_{ij} \varphi_{,l}) d\mathbf{x}' \\ \Phi &= \Phi^0 + \int_{\Omega^+} F_{j,i}^1(\mathbf{x} - \mathbf{x}') (\Delta C_{ijkl} u_{k,l} + \Delta e_{lij} \Phi_{,l}) d\mathbf{x}' \\ &\quad + \int_{\Omega^+} F_{,i}^2(\mathbf{x} - \mathbf{x}') (\Delta e_{ijkl} u_{k,l} - \Delta \alpha_{ij} \varphi_{,l}) d\mathbf{x}' \end{aligned} \right\} \quad (1-32)$$

式中, u_m^0, Φ^0 相应于远场的均匀解,即方程(1-30)的齐次解,推导过程中使用了广义函数 $H(\mathbf{x})$ 的性质和关系式

$$G_{mj,i}(\mathbf{x} - \mathbf{x}') = -G_{mj,i}(\mathbf{x} - \mathbf{x}') \quad (1-33)$$

一般说来,很难从方程(1-31)中得到 Green 函数 G^1, G^2, F^1, F^2 的解析形式,这里使用 Fourier 变换定义 Green 函数为

$$\left. \begin{aligned} G_{kp}^1(\mathbf{x} - \mathbf{x}') &= \frac{1}{8\pi^3} \int \bar{G}_{kp}^1(\xi) \exp[i\xi \cdot (\mathbf{x} - \mathbf{x}')] d\xi \\ G_k^2(\mathbf{x} - \mathbf{x}') &= \frac{1}{8\pi^3} \int \bar{G}_k^2(\xi) \exp[i\xi \cdot (\mathbf{x} - \mathbf{x}')] d\xi \\ F_p^1(\mathbf{x} - \mathbf{x}') &= \frac{1}{8\pi^3} \int \bar{F}_p^1(\xi) \exp[i\xi \cdot (\mathbf{x} - \mathbf{x}')] d\xi \\ F^2(\mathbf{x} - \mathbf{x}') &= \frac{1}{8\pi^3} \int \bar{F}^2(\xi) \exp[i\xi \cdot (\mathbf{x} - \mathbf{x}')] d\xi \end{aligned} \right\} \quad (1-34)$$

式中, G^1, G^2, F^1, F^2 由下式确定

$$\begin{bmatrix} C_{ijk}^M \xi_i \xi_l & e_{lij}^M \xi_i \xi_l \\ e_{lij}^M \xi_i \xi_l & -\alpha_{il}^M \xi_i \xi_l \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{G}_{kp}^1 & \bar{G}_k^2 \\ \bar{F}_p^1 & \bar{F}^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \delta_{ip} & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \quad (1-35)$$

从式(1-26)发现

$$\bar{G}_k^2(\xi) = F_k(\xi) \quad (1-36)$$

有了位移 u_m 和电势 Φ , 通过梯度方程可得应变场和电场为

$$\left. \begin{aligned} \epsilon_{\alpha\beta} &= \epsilon_{\alpha\beta}^0 - \frac{1}{16\pi^3} \int_{\Omega} dx' \left\{ (\bar{G}_{\alpha j}^1 \xi_i \xi_{\beta} \Delta C_{ijk} \epsilon_{kl} - \Delta e_{lij} E_l) \exp[i\xi \cdot (x - x')] d\xi - \frac{1}{16\pi^3} \int_{\Omega} dx' \right. \\ &\quad \left. \int (\bar{G}_{\alpha}^2 \xi_i \xi_{\beta} + \bar{G}_{\beta}^2 \xi_i \xi_{\alpha}) (\Delta e_{ik} \epsilon_{kl} + \Delta \alpha_{il} E_l) \exp[i\xi \cdot (x - x')] d\xi \right\} \\ E_{\alpha} &= E_{\alpha}^0 - \frac{1}{8\pi^3} \int_{\Omega} dx' \left\{ \bar{F}_{i\alpha}^1 \xi_i \xi (\Delta C_{ijk} \epsilon_{kl} - \Delta e_{lij} E_l) \exp[i\xi \cdot (x - x')] d\xi - \frac{1}{8\pi^3} \int_{\Omega} dx' \right. \\ &\quad \left. \int (\bar{F}^2 \xi_i \xi_{\alpha} (\Delta e_{ik} \epsilon_{kl} + \Delta \alpha_{il} E_l) \exp[i\xi \cdot (x - x')] d\xi \right\} \end{aligned} \right\} \quad (1-37)$$

推导过程中使用了

$$f_{,ij}(x - x') = -\frac{1}{8\pi^3} \int_{\Omega} \bar{f}(\xi) \int \bar{F}^2 \xi_i \xi_j \exp[i\xi \cdot (x - x')] d\xi \quad (1-38)$$

方程(1-37)中涉及到的积分是非常复杂的, 如果夹杂为椭球体, 仿照文献[30]的推导过程, 积分公式可简化为一个单位球面上的积分, 具体步骤如下。

考虑积分

$$I_{\alpha\beta} = \int_{\Omega} dx' \int (\bar{G}_{\alpha j}^1 \xi_i \xi_{\beta} + \Delta C_{ijk} \epsilon_{kl} - \Delta e_{lij} E_l) \exp[i\xi \cdot (x - x')] d\xi \quad (1-39)$$

第一步, 化简关于变换空间 ξ 的积分。

引入变量替换

$$W = \xi/\xi, \quad \xi = (\xi_1^2 + \xi_2^2 + \xi_3^2)^{1/2} \quad (1-40)$$

这样 ξ 空间的体元 $d\xi$ 为

$$d\xi = d\xi_1 d\xi_2 d\xi_3 = \xi^2 d\xi dS(W) \quad (1-41)$$

式中, $dS(W)$ 代表 ξ 空间中单位 S^2 的面元, 将式(1-40)和(1-41)代入式(1-39)得

$$\begin{aligned} I_{\alpha\beta} &= \int_{\Omega} dx' \int_0^1 \xi^2 d\xi \int_{S^2} \bar{G}_{\alpha j}^1 W_i W_{\beta} (\Delta C_{ijk} \epsilon_{kl} - \Delta e_{lij} E_l) \exp[i\xi W \cdot (x - x')] dS(W) = \\ &= \frac{1}{2} \int_{\Omega} dx' (\Delta C_{ijk} \epsilon_{kl} - \Delta e_{lij} E_l) \int_{S^2} \xi^2 \bar{G}_{\alpha j}^1 W_i W_{\beta} dS(W) \cdot \int \xi^2 \exp[i\xi W \cdot (x - x')] d\xi \end{aligned}$$

利用

$$\xi^1 \bar{G}_{\alpha j}^1 = \bar{G}_{\alpha j}^1(W), \quad \int_{-\infty}^{\infty} \exp(i\xi\eta) d\xi = 2\pi\delta(\eta) \quad (1-42)$$

上式化为

$$I_{\alpha\beta} = -\pi \int_{\Omega} dx' \int_{S^2} \xi^2 \bar{G}_{\alpha j}^1 W_i W_{\beta} \delta''[W \cdot (x - x')] \cdot (\Delta C_{ijk} \epsilon_{kl} - \Delta e_{lij} E_l) dS(W) \quad (1-43)$$

第二步化简物理空间中关于 x' 的积分。

假定各向异性压电材料材料主轴与椭球体夹杂的主轴一致, 椭球 Ω^+ 的方程为