

水库群调度与规划 的优化理论和应用

董子敖 编著

山东科学技术出版社

“泰山科技专著出版基金” 顾
问、评审委员会、编辑委员会

顾 问 宋木文 伍 杰 苗枫林

评审委员会（以姓氏笔画为序）

卢良恕 吴阶平 杨 乐 何祚庥

罗沛霖 高景德 唐敖庆 蔡景峰

戴念慈

编辑委员会

主任委员 杜秀明 石洪印

副主任委员 梁 衡 邓慧方 王为珍

委 员 （以姓氏笔画为序）

邓慧方 王为珍 卢良恕 石洪印

刘韶明 吴阶平 杨 乐 何祚庥

杜秀明 罗沛霖 林凤瑞 唐敖庆

高景德 梁 衡 梁柏龄 蔡景峰

戴念慈

我们的希望（代序）

进行现代化建设必须依靠科学技术。作为科学技术载体的专著，正肩负着这一伟大的历史使命。科技专著面向社会，广泛传播科学技术知识，培养专业人才，推动科学技术进步，对促进我国现代化建设具有重大意义。它所产生的巨大社会效益和潜在的经济效益是难以估量的。

基于这种使命感，自1988年起，山东科学技术出版社设“泰山科技专著出版基金”，成立科技专著评审委员会，在国内广泛征求科技专著，每年补贴出版一批经评选的科技著作。这一创举已在社会上引起了很大反响。

但是，设基金补助科技专著出版毕竟是一件新生事物，也是出版事业的一项改革。它不仅需要在实践中不断总结经验，逐步予以完善；同时，也更需要社会上有关方面的大力扶植，以及学术界和广大读者的热情支持。

我们希望，通过这一工作，高水平的科技专著能够及早问世，充分显示它们的价值，发挥科学技术作为生产力的作用，不断推动社会主义现代化建设的发展。愿“基金”支持出版的著作如泰山一样，耸立于当代学术之林。

泰山科技专著评审委员会

1989年3月

前 言

随着我国经济建设的迅速发展，全国各地水电站水库成群出现，规划设计和运行管理问题愈来愈复杂。运用系统工程方法和现代计算技术，进行水电站水库群的优化调度和规划，对于提高水电站水库与电力系统的规划设计和调度管理水平，加速水电前期工作，选择最佳方案，节约建设资金，提高经济效益、社会效益和供电可靠性，对于实现水利水电系统和电力系统的规划设计和运行管理的科学化、现代化，都有重要作用。从已完成的黄河以南43个水电站水库群的计算结果表明，库群的优化调度和补偿调节可比常规方法增加发电效益4~10%，可比单独运行平均增加效益60%左右。本书就是为了适应上述形势发展的需要而编写的。

本书从实际应用的需要出发，力求深入浅出地介绍在水利水电系统中应用最为广泛有效的动态规划优化技术。主要包括确定型和随机型动态规划、增量动态规划、状态逐密动态规划、动态规划逐次逼近法、逐步优化算法等的原理和内容，以及具有重要实用意义与发展前景的多目标决策的理论方法。特别是这些原理和方法在水电站水库（群）调度和调节中的应用，包括单库和多库，确定型和随机型，长期、短期和厂内，梯级、跨流域和混联的水电站水库群，径流为时空相关或随机独立，有预报和无预报等情况，以及在水利水电规划设计中的应用，如水电站水库（群）装机容量的优化选择，死水位和正常高水位

的优化选择，电站建设顺序、保证率、水量分配、水质控制等的优化问题亦做了较详细介绍。书中许多内容是作者近10年来的研究成果（包括在水力发电学报、水电能源科学、北京水利电力经济管理学院学报等刊物上先后发表的20余篇论文），并经有关专家鉴定，分别被确认为达到国内先进水平、国内领先水平和国际先进水平。曾两次获得水电部科学技术进步奖。

本书所涉及到的作者的研究成果，多是在作者的研究（阎建生、王扬、乐剑、黄少坚等）和北京水利电力经济研究所水能室的同志（李英、刘剑钊、孙镇西、段燕群、陈琦、李红军等）合作下完成的，其中电算程序的编写和计算工作主要是由他（她）们进行的。同时得到有关勘测设计院、电管局、电力局等单位有关同志的帮助和合作，得到水电部科技司和计划司的关心和支持。在此一并向他（她）们表示衷心的感谢。

本书可作为水利水电类专业、水利水电管理和技术经济专业研究生、大学生的教材或教学参考书；亦可供水利水电和电力规划设计人员、电力系统生产调度和水电站水库运行管理人员参考。

编著者

1989年2月

目 录

第一章 动态规划的基本原理	1
第一节 动态规划及其特性和实例	1
第二节 基本原理、方程和递推方法	12
第三节 确定型动态规划及具有长期径流预报的水库优化调度	21
第二章 随机动态规划和单库优化调度	33
第一节 随机动态规划及水库优化调度	33
第二节 相邻时段径流随机独立的水库优化调度算例	42
第三节 相关径流的数学描述	55
第四节 相邻时段径流随机相关的水库优化调度	64
第五节 有一个时段径流预报的水库优化调度	70
第三章 单库梯级优化调度实例和若干改进	81
第一节 刘家峡梯级水电站水库优化调度 ^[注]	81
第二节 计入相邻三个时段间相关关系的参数迭代法	96
第三节 用改变约束法满足水电站设计保证率要求	101
第四节 以国民经济效益最大为目标的水库优化调度	106
第四章 动态规划的几种逐次渐近法	113
第一节 增量动态规划	114
第二节 状态逐密动态规划	121
第三节 动态规划逐次逼近法	125
第四节 逐步优化算法	130
第五章 确定型水库群优化调节和调度	135

第一节	水电站水库群优化调节	135
第二节	水电站水库群优化调节举例	138
第三节	水电站水库群保证出力补偿调节优化	146
第四节	确定型水库群长期调度和补偿调节的主要问题	152
第六章	随机型水库群优化调节和调度	166
第一节	概述	166
第二节	径流随机独立时水库群优化调度	168
第三节	相邻时段径流相关时水库群优化调度	185
第七章	水库群优化补偿调节和调度的	
	多目标多层次法	192
第一节	概述	192
第二节	多目标多层次法的基本思想和框图	196
第三节	数学模型和求解方法与软件	203
第四节	一个超大规模水库群优化调度和补偿调节“分级	
	多层次法”模型	216
第八章	多目标多层次法的应用和几个问题	224
第一节	三个实例	224
第二节	红水河梯级四座水电站的优化补偿调节和调度	230
第三节	补偿效益和投资分摊方法	243
第四节	西南华南联网优化补偿调节调度	249
第五节	联网补偿送电若干问题探讨	269
第六节	应用概况	275
第七节	几个有关问题的研究和结语	283
第九章	动态规划在水利水电规划和运行	
	中的其它应用	293
第一节	水电站群装机容量的优化选择	293
第二节	水电站水库死水位和正常蓄水位的优化选择	307
第三节	电站的建设顺序和设计保证率的优化	313

第四节	电站泵站的厂内优化运行与洪水优化调度	319
第五节	水量与水质的优化分配和控制	331
第十章	马尔柯夫决策过程	343
第一节	马尔柯夫过程	343
第二节	马氏决策过程和决策系列迭代法	347
第三节	用逐次逼近法解马氏决策过程	353
第十一章	多目标决策	360
第一节	概述	360
第二节	化为单目标求解法	366
第三节	逐个优化法	378
第四节	目标规划法应用举例	382
第五节	直接求非劣解集法	389
第六节	评价非劣解优劣的均衡规划法	399
第七节	多目标动态规划法	401
第八节	替换价值转换法	404
主要参考文献		410

第一章 动态规划的基本原理

第一节 动态规划及其特性和实例

一、动态规划及其特性

(一) 什么是动态规划

动态规划是最优化领域中的一个重要分支，它是数学家贝尔曼(R. Bellman)在50年代提出来的，是一种研究多段决策过程的递推最优化方法。所谓多段决策过程，是指根据时间、空间或其它特性可将过程分为若干互相联系的阶段，而在每个阶段必须作出决策的过程。凡是能作为多段决策过程来考虑的问题，都可应用动态规划求解。由于“阶段”常常是与时间有关的动态问题，因而被称为动态规划。但动态规划实际上也可求解与时间无关的静态问题。由于动态规划一般是从最末一个阶段开始求解，一段段递推到始点，最后解决全过程的最优化问题，所以也称“递推最优化”。把求解过程作为一个连续的递推过程的基础是动态规划的核心——最优化原理。

(二) 动态规划的特性

1. 一般特性：由于动态规划具有独特的优点，它在社会生产和生活的各个领域均得到广泛应用。

动态规划可把复杂的高维的原问题，通过分段降维，化为一系列较简单的低维的子问题，经过求解一个个子问题，从而解决了原问题，这样可大大减少计算工作量，可求解较大规模

的系统。但在实际生产和生活中，往往有许多极为复杂的问题，因而仍然存在“维数障碍”的困难。动态规划还具有原理简单易懂，方法比较灵活，应用范围广泛的特点。它对目标函数和约束条件的限制较宽，处理较方便。它既能求解确定型的、离散的、线性的多段决策过程，也可用于随机的、连续的、非线性的多段决策过程的最优化。它不象线性规划那样受线性和凸性要求的限制，它可用于解决资源分配、生产调度及最优控制、运输问题、库存问题、药物在体内的分布、以及其它工程技术、经济、管理、工业、军事、科学研究和社会政治等许多方面的问题。它在解决某些实际问题时，常比线性规划和非线性规划更为有效。但因它具有方法灵活、应用广泛的特性，需要单独编写专用的电算程序。动态规划能得出整体最优成果，而不是局部最优。同时在得出原问题的整体最优总成果的同时，还可得到一系列子问题的最优成果，这些子问题的最优成果也是很有用的。

2. 水资源问题中应用最广泛有效的优化技术：在水资源系统最优化问题中，由于径流的随机性、目标函数和约束条件的非线性、用水用电的时间性、大量变量和技术经济指标等问题的复杂性，使线性规划和其它有关优化技术很难胜任，而动态规划则具有适应上述水资源问题特性的特点，因而它在水资源系统中的应用也愈来愈广泛。例如，根据我国公开发行的18种刊物（包括《水力发电学报》、《水利学报》、《水电能源科学》、《系统工程学报》以及清华、武汉、大连等几所高校的学报……等）统计，自1980年~1987年10月止，共刊登水资源系统分析的文章208篇，其中属于动态规划法的文章最多，占总数的36.2%（其它为：线性规划占10.4%，非线性规划占14.5%，多目标规划占11.7%，大系统优化技术占7.8%，模拟技术占

6.5%，模糊决策技术占12.9%），可见动态规划是解决水资源系统问题的一种最有用的优化技术。

二、实例——最经济引水线路问题

先用以下实例说明动态规划法的基本原理和应用（图1—1）。

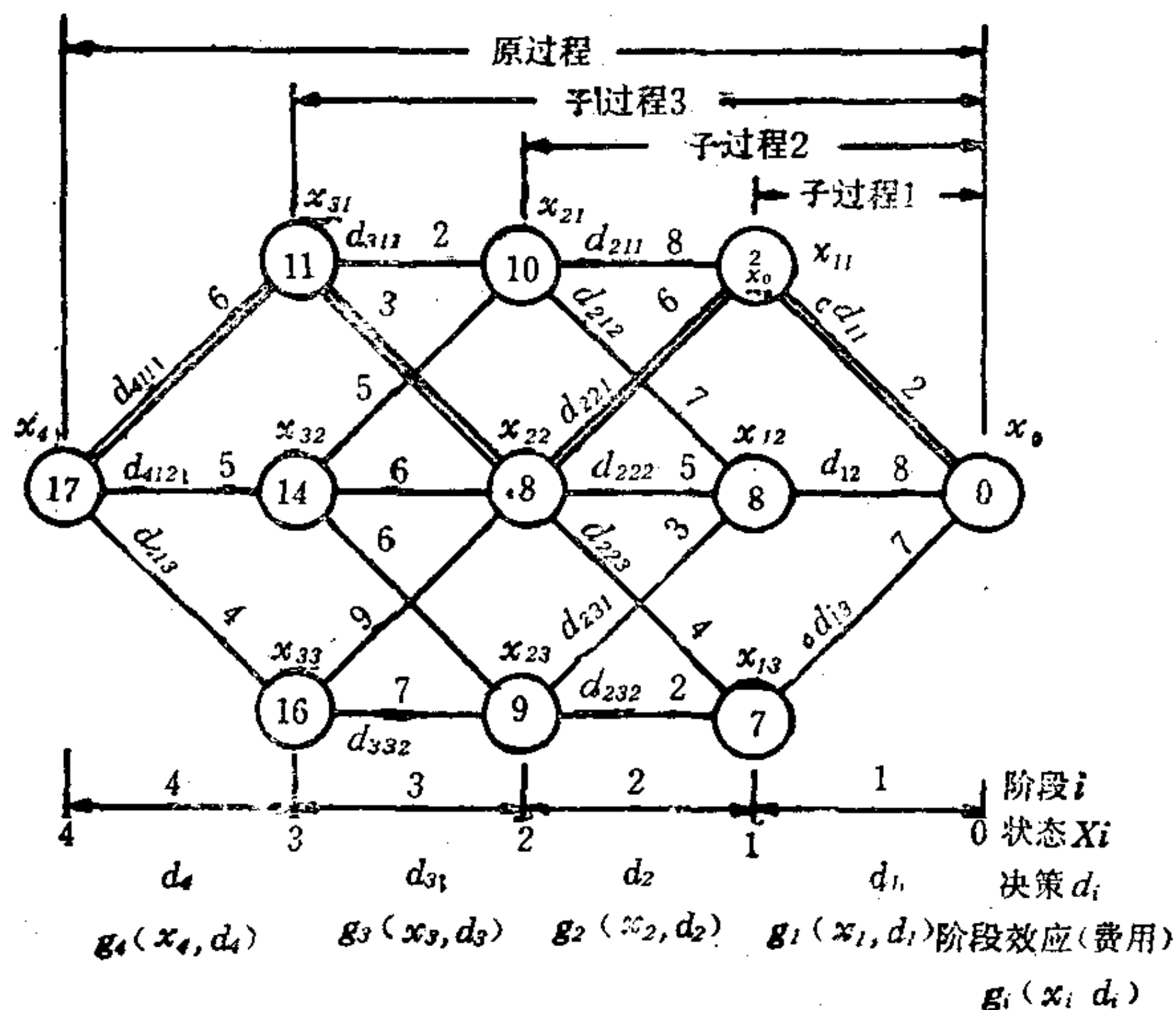


图1—1 最经济引水线路问题

设要修建一条引水线路，例如水电站的引水道、灌溉或排水渠道，或跨流域引水线路等，取水口位于 x_4 ，终点为 x_0 ，中间必需通过 x_3 、 x_2 、 x_1 3个站。经勘测，每站有3个节点，分别为 x_{31} 、 x_{32} 、 x_{33} ， x_{21} 、 x_{22} 、 x_{23} 和 x_{11} 、 x_{12} 、 x_{13} ，可供比较选择的线路段，如图1—1各节点间的连线 d_{411} 、 d_{412} 、 d_{413} 、 d_{311} 、 d_{312} 、 d_{321} 、…… d_{332} 、 d_{211} 、…… d_{232} 、 d_{11} …… d_{13} 等所示〔注〕，各站节点间线路段的费用以连线上的数字（货币

〔注〕 x 和 d 角标中的数字，从左至右第1位代表阶段（即段）编号，第2位代表状态（即节点）编号，第3位代表决策编号（无第3位时表示该状态只有1个决策）。

单位)表示。现要求选择出一条从 x_4 到 x_0 的引水线路,使总费用为最小。

(一) 用穷举法求解

为了比较,先用穷举法,即把全部方案一一列举出来进行计算求解。从 x_4 到 x_0 的全部可能方案如图1—2所示,共计17个。把每个方案中4段线路的费用加起来,即得该方案的总费

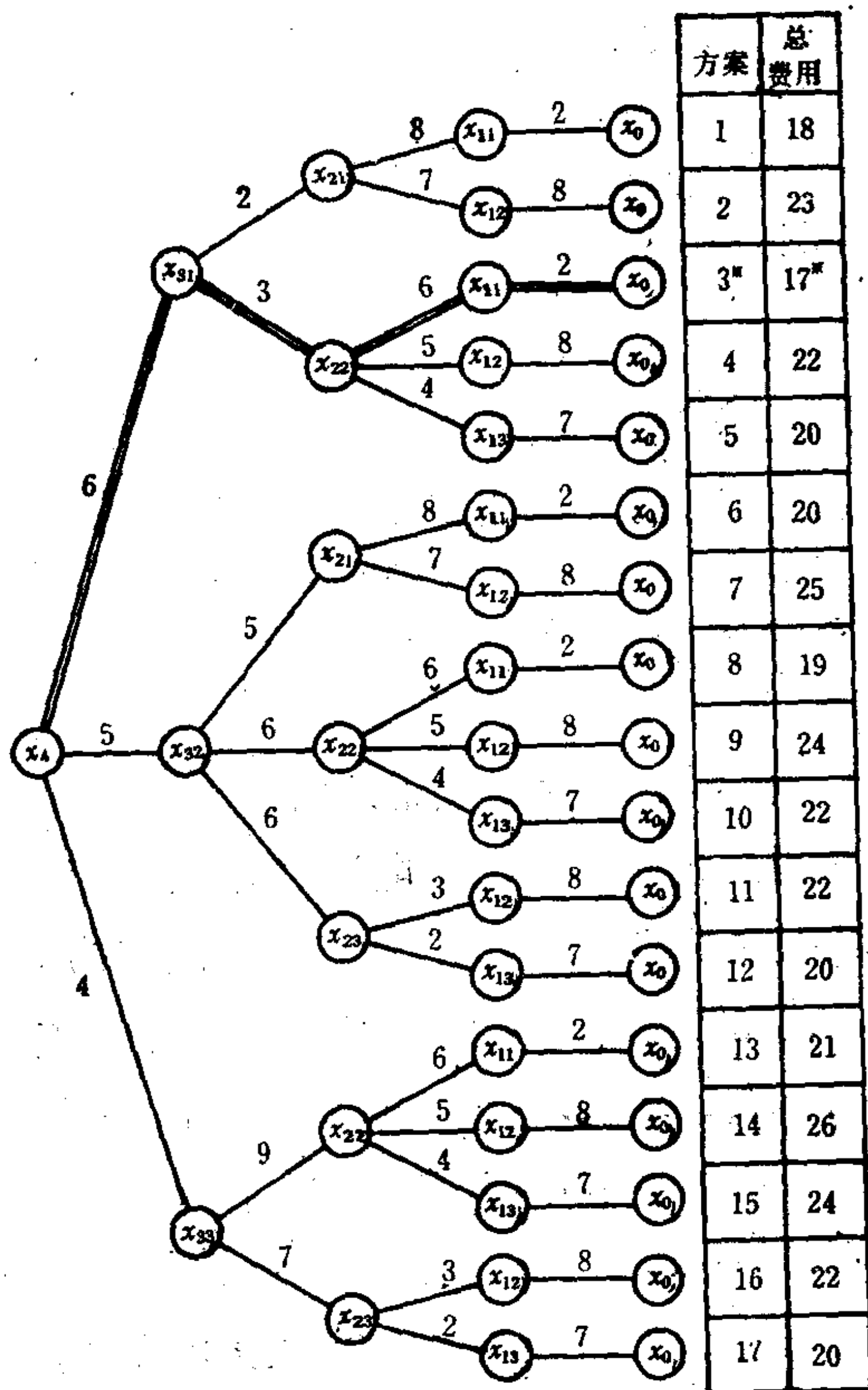


图 1—2 穷举法选优

用，列于图 1—2 的右侧。取总费用最小者即为最优方案，本例为 $x_4x_{31}x_{22}x_{11}x_0$ ，如图 1—2 双线所示，总费用为 $(6 + 3 + 6 + 2 =) 17$ 。每个方案有 4 段线路，要进行 3 次费用相加，17 个方案的计算工作量共计为 51 次加法运算。

(二) 用动态规划法求解

现在用另一种方法来寻找最优线路方案。这个问题是个多段决策问题，可把全线路分为 4 段，即 x_4x_3 、 x_3x_2 、 x_2x_1 、 x_1x_0 4 段，任何一条从 x_4 到 x_0 的线路必由该 4 段组成。但每一段有若干条线路方案可供选择，例如从 x_4 到 x_3 ，则有 x_4x_{31} 、 x_4x_{32} 、 x_4x_{33} 三条线路方案， x_3x_2 段则有 $x_{31}x_{21}$ 、 $x_{31}x_{22}$ 、 $x_{32}x_{21}$ 、 $x_{32}x_{22}$ 、 $x_{33}x_{21}$ 、 $x_{33}x_{22}$ 共 7 条线路方案等。采用从终点 x_0 向始点 x_4 的逆序方向逐段寻优。为此，把从 x_0 到 x_4 的总引水线路按逆序方向编号，以便于计算。

1. 第 1 段选优：即从 x_1 到 x_0 的线路选择问题。由于 x_4 到 x_0 的最优线路还未选出，通过 x_1 站到终点 x_0 有 3 种可能，即通过节点 x_{11} 、 x_{12} 、 x_{13} 。现在的任务是要求分别选出通过该 3 点到终点的最优线路。由于从 x_{11} 到 x_0 只有一条线路 d_{11} ，没有比较选择的余地，该线路也就是最优线路，其费用为 2，也就是最优（本例为最小）费用，我们把它写在 x_{11} 的圆圈内，同时把走向 x_0 也写在圆圈内〔注〕。同样， x_{12} 到 x_0 的线路也只有一条 d_{12} ，费用为 8，写在 x_{12} 的圆圈内；从 x_{13} 到 x_0 的费用为 7。

2. 第 2 段选优：第 2 段，即选择从 x_2 到 x_0 的最优线路。同样由于从 x_4 到 x_0 的最优线路还未选出，所以通过 x_2 站到终点 x_0 的最优线路既有通过 x_{21} 点的可能，也有通过 x_{22} 或 x_{23} 点的可

〔注〕为简化图面，以后不把走向标在圆圈内。

能，现在要求分别选出通过该 3 点到终点的最优线路。若从 $x_{2,1}$ 点出发到终点 x_0 ，有 2 条线路可供选择： $x_{2,1}x_{1,1}x_0$ 和 $x_{2,1}x_{1,2}x_0$ 。从 $x_{2,1}$ 到 $x_{1,1}$ 的费用 8 虽大于 $x_{2,1}$ 到 $x_{1,2}$ 的费用 7，但因 $x_{1,1}$ 到 x_0 的费用却小于 $x_{1,2}$ 到 x_0 的费用，究竟走哪一条线路？应从本阶段的费用同以后的各阶段的最优费用之和来进行比较，即应取

$$\min \begin{cases} 8 + 2 = 10 \\ 7 + 8 = 15 \end{cases} = 10$$

把它填入 $x_{2,1}$ 的圆圈内，即表示从 $x_{2,1}$ 到 x_0 的最优费用，相应的最优线路为 $x_{2,1}x_{1,1}x_0$ 。舍弃费用大（15）的 $x_{2,1}x_{1,2}x_0$ 线路。从 $x_{2,2}$ 到 x_0 则共有三条线路可选择，即为 $x_{2,2}x_{1,1}x_0$ 、 $x_{2,2}x_{1,2}x_0$ 、 $x_{2,2}x_{1,3}x_0$ 。同样取

$$\min \begin{cases} 6 + 2 = 8 \\ 5 + 8 = 13 \\ 4 + 7 = 11 \end{cases} = 8$$

把它填入 $x_{2,2}$ 圆圈内，其最优线路为 $x_{2,2}x_{1,1}x_0$ ，舍弃另两条线路。同样可求得 $x_{2,3}$ 到 x_0 的最优线路为 $x_{2,3}x_{1,3}x_0$ ，相应的最小费用为 9。

3. 第 3 段选优：第 3 段，同样由于从 x_4 到 x_0 全程的最优线路有通过 $x_{3,1}$ 、 $x_{3,2}$ 、 $x_{3,3}$ 中任一点的可能，因此需分别求出从该 3 点到终点 x_0 的最优线路。若从 $x_{3,1}$ 出发，在本段有两条线路可走，即到 $x_{2,1}$ 、 $x_{2,2}$ ，从 $x_{2,1}$ 到 x_0 有 2 条线路可走，从 $x_{2,2}$ 到 x_0 有 3 条线路可走，因而从 $x_{3,1}$ 到 x_0 共有 5 条线路可走。由于从 $x_{2,1}$ 到 x_0 的两条线路中已经选出了一条最优线路，从 $x_{2,2}$ 到 x_0 的 3 条线路中也已选出了一条最优线路，其费用分别标在 $x_{2,1}$ 和 $x_{2,2}$ 的圆圈内，因而在选择从 $x_{3,1}$ 到 x_0 的最优线路时，

只要把本段的两种走法的费用分别同其后的（即 $x_{2,1}$ 和 $x_{2,2}$ ）最优线路的最小费用相加，选出其中最小者，即为最优线路，即

$$\min \begin{cases} 2 + 10 = 12 \\ 3 + 8 = 11 \end{cases} = 11$$

从 $x_{3,1}$ 出发的最优费用为11，相应的最优线路为 $x_{3,1}x_{2,2}x_{1,1}x_0$ 。

同理，可求得从 $x_{3,2}$ 到 x_0 的最优线路和费用

$$\min \begin{cases} 5 + 10 = 15 \\ 6 + 8 = 14 \\ 6 + 9 = 15 \end{cases} = 14$$

即 $x_{3,2}x_{2,2}x_{1,1}x_0$ 和14。从 $x_{3,3}$ 到 x_0 的最优线路为 $x_{3,3}x_{2,3}x_{1,3}x_0$ 。最优费用为16。

4. 第4段选优：最后为第4段。本段有3条线路可供选择，应取

$$\min \begin{cases} 6 + 11 = 17 \\ 5 + 14 = 19 \\ 4 + 16 = 20 \end{cases} = 17$$

即得最经济引水线路为 $x_4x_{3,1}x_{2,2}x_{1,1}x_0$ ，如图1—1双线所示，它的费用最小，为17货币单位。

（三）计算工作量的比较

上述动态规划方法只需进行加法运算17次（第2段7次，第3段7次，第4段3次），即可求得最优结果，该例的计算量只有穷举法的1/3。阶段、节点和方案的数目愈多，则用动态规划法能节省的计算工作量也愈大。若阶段为 n ，每段的节点数为 k ，每节点有 k 个方案，当用穷举法时，加法运算次数为 $(n-1)k^{n-1}$ 次，用动态规划法时，加法运算的次数为 $(n-2)k^2 + k$ 次。以某水库供水期的调度方案为例，起始和终止水位分别为正常蓄水位和死水位，供水期长为8个月，取1个月为

三、模型的组成

要把一个实际问题构造为动态规划的数学模型，必须包括 3 个变量、2 个方程、1 个约束，参阅图 1—3。

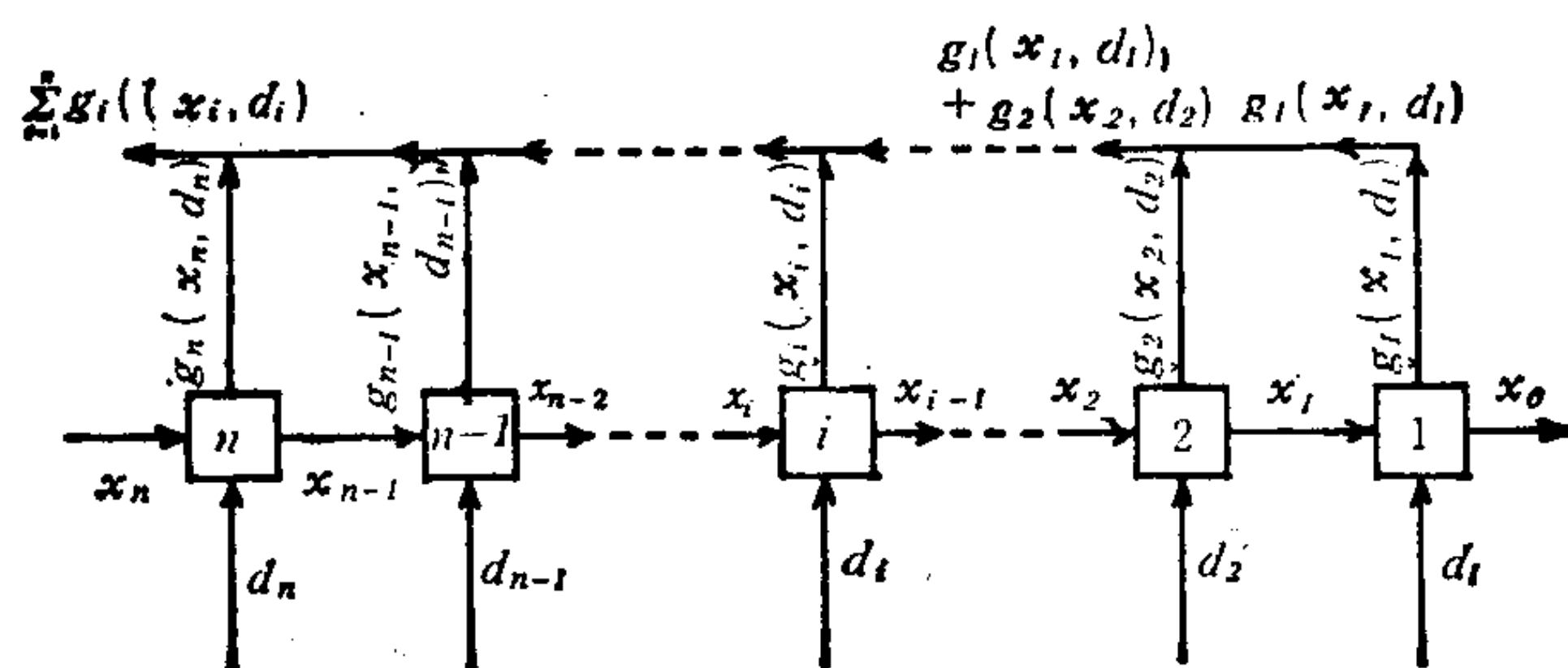


图 1—3 动态规划逆序递推法流程

(一) 变量

1. 阶段 (Stage) 变量: 如前所述, 动态规划是研究多段决策过程的一种数学方法, 这里的段即阶段, 例如按时间分段, 则时段即为阶段。或者按所研究问题的实际情况进行分段。但不管是与时间有关的或无关的问题, 必须满足无后效性的要求, 即本阶段发生的事仅影响后面各阶段的事, 对它以前的阶段的事没有影响。重复循环系统不满足无后效性要求, 因而不能直接应用, 但可把循环系统规定为一个阶段, 这样对阶段的划分作了重新处理后的包括在某个阶段内有重复循环系统的系统,

仍可构造动态规划模型。图 1—3 方框内的数字 1、2、 t 、 $n-1$ 、 n 代表阶段编号，该图采用了逆序编号。也可根据需要采用顺序编号，常用 i （或 t 等）代表阶段变量（ $i=1, 2, \dots, n-1, n$ ）。阶段变量决定系统中各事件发生的次序。

2. 状态（State）变量：它完整地描述系统在各阶段所有可能发生的状态，常用 x_i （或 x_t 等）表示， x_i 表示第 i 阶段开始时的状态。例如如图 1—1 第 3 阶段的状态为 x_3 ，即第 3 阶段开始时的 3 个节点 x_{31} 、 x_{32} 、 x_{33} ，每阶段所有节点的集合就是状态的集合或状态空间。如图 1—1 第 3 阶段的状态集合为

$$x_3 = \{x_{31}, x_{32}, x_{33}\}$$

一般可表示为

$$x_n = \{x_{n1}, x_{n2}, \dots, x_{nj}, \dots, x_{nr}\}$$

其中 x_{nj} 为第 n 阶段的第 j 个状态，总共有 r 个。

状态变量把信息从一个阶段传递到另一个阶段，第 n 阶段的状态 x_n 为第 n 个阶段的输入状态，第 n 阶段的输出状态为 x_{n-1} ，第 n 阶段的输出状态也就是第 $n-1$ 阶段的输入状态（见图 1—3）。在没有专门指明为输入状态或输出状态的情况下，通常说的状态是指阶段的始点、即指输入状态。

一个系统的状态，可由一个或数个状态变量来表示。状态变量的选择要能够用以描述过程的演变，它随所研究的问题而不同，如图 1—1 的最经济引水线路问题中为节点位置，在水库调度中常以时段初的水库水位或蓄水量作为状态，在研究某种产品的生产问题时，可以月初的产品库存量作为状态等等。状态常用一组数来表示。

3. 决策（Decision）变量和决策序列（Policy）：当某阶段的状态给定后，可以选择不同的决策，使以后各段的状态