

怎样列方程 解数理化应用题

李 西 平



湖 北 教 育 出 版 社

怎样列方程 解数理化应用题

(修订本)

湖北教育出版社

怎样列方程解数理化应用题

李西平

原湖北人民出版社

1983年3月第1版共印41,900册

湖北教育出版社出版 湖北省新华书店发行

天门县印刷厂印刷

787×1092毫米32开本 6.25印张 131,000字

1985年1月第1版 1985年3月第1次印刷

印数：1—66,000

统一书号：7306·215 定价：0.82元

出版说明

本书一九七九年以《应用题的代数方程》为书名出版。出版以后，普遍受到中学生和有关教师的欢迎。为了满足读者需要，我们特修订重版。这次修订，请作者适当增补了数理化应用题，并改名为《怎样列方程解数理化应用题》。

目 录

一、先解剖一个题目.....	1
二、一般应用题.....	10
三、数学方面的应用题.....	33
四、化学方面的应用题.....	46
五、物理方面的应用题.....	60
六、总复习题.....	79
七、结束语.....	89
八、习题解答.....	94

一、先解剖一个题目

学过代数方程的同学，常感到不会列代数方程解应用题。现在我们就来谈谈这方面的问题。

先从一个题目说起。

加工一个大零件需要 8 分钟，加工一个小零件需要 5 分钟。现在用 3 小时半的时间共加工大、小零件 36 个。问其中大零件和小零件各多少个？

这个题目我们应该怎样列代数方程来解呢？

我们假设大零件为 x 个。由题意：两种零件共 36 个。既然大零件是 x 个，那么小零件便应该是“36 减去 x ”个，写成代数式是

$$(36 - x).$$

加工一个大零件的时间（以下简称“一个大零件的时间”）是 8 分钟，那么加工 x 个大零件的时间（即全部大零件的时间，以下简称“大零件全时间”）便应该是“8 乘 x ”分钟，写成代数式是

$$8x.$$

同样，加工 $(36 - x)$ 个小零件的时间（即全部小零件的时间，以下简称“小零件全时间”）应该是“5 乘 $(36 - x)$ ”分钟，写成代数式是

$$5(36 - x).$$

又由题意：加工两种零件的总时间（以下简称“总时间”）

是3小时半，若化成分，便是

$$3.5 \times 60 = 210.$$

现在根据大零件全时间 + 小零件全时间 = 总时间的相等关系列出方程：

$$8x + 5(36 - x) = 210.$$

解这个方程

$$8x + 180 - 5x = 210,$$

$$8x - 5x = 210 - 180,$$

$$3x = 30,$$

$$x = 10.$$

答：大零件是10个，小零件是 $36 - 10 = 26$ 个。

有的同学做对了，道理清楚，结果也正确。有的同学也做出来了，但道理并不大清楚，对不对心里没有底，再碰上类似的题目又不一定有把握。有的则不知道方程应该怎样列，或者列错了，结果不对。对于第一种情况的同学，希望不要就此满足，而要继续前进，争取能运用代数方程解更多的应用题。对于后几种情况的同学，也不要灰心，只要我们老老实实地学，我们是能够学会我们原来不懂的东西的。

现在我们再围绕这个题目来谈几点：

一、有的同学说：我做的方法和上面的不同，对吗？

我们说：只要道理清楚，计算正确，虽然做法不同，但同样都是对的。

不错，有些题目是有几种做法。这个题目就有几种做法。我们把上面的做法称为方法一，现在再看看方法二：

假设小零件为 x 个，则大零件为 $(36 - x)$ 个；小零件全时间为 $5x$ 分，大零件全时间为 $8(36 - x)$ 分。同方法一——

样, 根据时间相等的关系列方程

$$8(36 - x) + 5x = 210.$$

解得 $x = 26$.

即小零件是 26 个. 大零件是 $36 - 26 = 10$ 个. 和方法一比较, 只是所设的未知数改换了一下, 结果却是一样的.

方法三:

有人分析: 假如知道大零件全时间, 那么只要除以“一个大零件的时间”就可求出大零件的个数. 于是

设大零件全时间为 x 分, 则小零件全时间为 $(210 - x)$ 分; 大零件的个数为 $x/8$ 个, 小零件的个数为 $(210 - x)/5$ 个.

根据大零件的个数 + 小零件的个数 = 总个数的相等关系列出方程

$$\frac{x}{8} + \frac{210 - x}{5} = 36.$$

解方程

$$5x + 8(210 - x) = 36 \times 5 \times 8,$$

$$5x + 1680 - 8x = 1440,$$

$$-3x = 1440 - 1680,$$

$$-3x = -240,$$

$$x = 80.$$

现在可以进一步求得大零件的个数为 $80/8 = 10$ 个. 至于小零件的个数, 可以根据两种零件共 36 个的关系求出为 26 个, 或者按小零件全时间除以“一个小零件的时间”求出为 $(210 - 80)/5 = 26$ 个.

方法四:

同上法一样，只是改换一下所设的未知数。

设小零件全时间为 x 分，则大零件全时间为 $(210 - x)$ 分，小零件的个数为 $x/5$ 个，大零件的个数为 $(210 - x)/8$ 个。

根据个数相等的关系列方程

$$\frac{210 - x}{8} + \frac{x}{5} = 36.$$

解得 $x = 130$ (分)，再求得小零件的个数为 $130/5 = 26$ 个，大零件便是 $36 - 26 = 10$ 个。

方法五：

有的同学学过二元一次方程组，设了两个未知数，即设大零件为 x 个，小零件为 y 个。

根据个数相等的关系列方程

$$x + y = 36, \quad (1)$$

根据时间相等的关系列另一方程

$$8x + 5y = 210. \quad (2)$$

解上面的方程组。由方程 (1) 得

$$x = 36 - y, \quad (3)$$

将 (3) 中的 x 值代入 (2)，得

$$8(36 - y) + 5y = 210. \quad (4)$$

解 (4)，得

$$y = 26.$$

以 y 值代入 (3)，得

$$x = 36 - 26 = 10.$$

即大零件为 10 个，小零件为 26 个。

.....

上面举出了几种方法，但归纳起来大体上是三类：方法一、二是一类，它直接设要求的量为 x ；方法三、四可算是第二类，它间接设一个有关的量为 x ，至于题目所要求的量，还要计算一次才能得出；方法五是第三类，它设了两个未知量，利用方程组来解。一般来说，第一、三类的方法较为简便，因为它们直接假设要求的未知量，方程解出后便得结果。但也不能一概而论，而是要具体问题具体分析。虽然在应用题中绝大部分是宜于直接设未知量的，但有的题目按间接的未知量列方程来求解却简便得多，有的甚至只有这样才能解题。以后碰上这种题目时（如本书“三”中的例三），便会有所体会。现在只是提一下罢了。

二、有的同学说：我的方法和上面的都不同，我是按题意一步一步推算的，连个未知数都没有，不知道对不对？

接着他介绍了他的推算过程：

1. 如果 36 个都是小零件，则时间只要 $5 \times 36 = 180$ (分)。

2. 这比总时间 210 分还差 $210 - 180 = 30$ (分)。

3. 这样，36 个零件中必须有一些是大零件，时间才不会出现差数。那么，大零件应该是多少个呢？我们知道：每将一个小零件换成一个大零件可补上时间 $8 - 5 = 3$ (分)。

4. 要想把相差的 30 分钟补上，小零件中必须有 $30/3 = 10$ 个改为大零件才行。这也就是说大零件应该是 10 个，小零件便是 $36 - 10 = 26$ 个。

他说这就是他的推算过程，但一个未知数也没有，不知道对不对？

这位同学的推算过程全都正确，计算也对。这里还是有

未知数的，即是设了小零件为 x 个。根据推算过程可列方程

$$x = \frac{210 - 5(36)}{8 - 5}.$$

这和方法一的方程属于同一类型。我们只要把方法一的方程变化一下就会出现这一形式：

$$8x + 5(36 - x) = 210,$$

$$8x + 5(36) - 5x = 210,$$

$$8x - 5x = 210 - 5(36),$$

$$(8 - 5)x = 210 - 5(36),$$

$$x = \frac{210 - 5(36)}{8 - 5}.$$

不过，两个方程虽然属于同一类型，但可以看出，这个方法列方程却要困难些，因为它需要把问题一步一步推算，直到得出结果，最后根据推算过程综合成方程。这实际是算术中采用的方法。它的形式特点是：未知量单独写在方程的左边，已知量则全在右边。不过并不是这种方法一定困难些而必需弃而不用，这也要具体问题具体分析（如本书第106页第4题的后一种解法）。

三、有的同学说：我是按方法一算的，根据时间相等关系的方程，但为什么这样就对了，假如按个数相等关系列方程行吗？而且那样还简便些哩！

这个问题提得很好。看起来在方法一中利用个数相等的关系的确简便些，但到底行不行，让我们来实践一下就知道了。

设大零件为 x 个，则小零件为 $(36 - x)$ 个。

根据个数相等关系列方程

$$x + (36 - x) = 36.$$

解这个方程

$$x + 36 - x = 36,$$

$$x - x = 36 - 36,$$

$$0 = 0.$$

x 消失了，方程没有解出。

为什么不行呢？代数书本上不是说过：方程式是含有未知数的等式吗？这个方程完全符合嘛！

不错，方程式是含有未知数的等式，但不是所有含了未知数的等式都可以解出。在方法一、二中，采用个数相等的关系解不出，但在方法三、四中却只有采用个数相等的关系才解得出。方法五中也有一个方程是按这一关系列出的。

问题在哪里？问题在于应用题的代数方程应包含题目中有关的、必需的各量，否则方程式便变成恒等式而无法解出。上面这个方程由于缺少必需的时间方面的量，因此成了恒等式而解不出。方法三中如果犯了这同样的毛病，也会出现解不出的情况。譬如大零件全时间为 x 分，小零件全时间为 $(210 - x)$ 分，如果根据“大零件全时间 + 小零件全时间 = 总时间”的相等关系列方程

$$x + (210 - x) = 210,$$

同样也会解不出的。

我们不妨回顾一下：在第一类方法中，方程利用了时间相等的关系，但方程中包含着有关个数的各量；在第二类方法中，方程利用了个数相等的关系，但方程中包含着有关时间的各量；第三类方法有两个方程，分别包含了个数和时间的各量。由于它们都包含了题目中有关的、必需的各量，因

此，只要题目合理，给出的数量恰当，一般都是可以正确解出的。

四、有的同学说：我也是按照方法一取时间相等的关系列方程的。根据题目的总时间是 3 小时半，方程列为

$$8x + 5(36 - x) = 3.5,$$

为什么算得不对呢？

的确，总时间是 3 小时半，但在这里把时间写成 3.5 或 $3\frac{1}{2}$ ，方程却又确实是错了。

应用题要注意“单位”。这个方程的左边，大、小零件的全时间都是以“分”为单位，那么右边的总时间也应当以“分”为单位，两边相等的关系才成立。我们在前面几个方法中总时间都写成 210（分），就是这个缘故。当然，总时间用“小时”作单位是完全可以的，但大、小零件的全时间也都要改用“小时”作单位才行（即除以 60 分）。这时，方程将改为

$$\frac{8x}{60} + \frac{5(36-x)}{60} = 3.5,$$

解这个方程，同样可得出 $x = 10$ ，结果相同。

对于这个题目的“解剖”，暂时到此结束。通过解剖可以看出，要想正确地列出应用题的代数方程，必须

1. 能用含有未知数的代数式表示题目中的各未知量。
2. 能正确地利用相等关系列出代数方程。
3. 注意单位正确。

当然，仅仅掌握这几点也还是不够的。更重要的是我们还应了解该应用题所涉及的有关知识，这样才有可能列出方程，否则将会茫然不知如何下手。由于应用题的范围很广

泛，牵涉的知识内容很多，因此在列方程时，还会碰到各种意料不到的困难。后面我们将举出更多的例题来帮助大家解决这方面的问题。为了解决“应用”和便于对题目进行研究，我们根据应用题的内容范围，在下面把它们概略地分成四大类来进行学习。

习 题 1

1. 大瓶装药水量为 100 毫升，小瓶装药水量为 50 毫升，现有药水 7200 毫升，共装大、小 100 瓶。问其中有多少大瓶？多少小瓶？

2. 甲种书每册价 0.12 元，乙种书每册价 0.09 元。现买两种书共化去 4.56 元，只知甲种书比乙种书多 3 册，问甲、乙种书各多少册？

3. 甲种零件 24 个，乙种零件 11 个，全部共重 69.3 公斤。已知甲种每个比乙种每个重 0.7 公斤，问甲、乙两种零件每个重多少公斤？

4. 一条管道长 200 米，由每根长 6 米及每根长 8 米的两种管子安装而成，已知共用管子 28 根，问两种不同长度的管子各用了多少根？

5. 今有 5 分及 2 分两种硬币共若干个。其中 2 分硬币的个数比 5 分的多 7 个，但钱数却少 0.22 元。问两种硬币各多少个？

二、一般应用题

例一：社员王大爷家里原有猪 4 头，他积极发展养猪副业，一年后，共有猪 16 头。问王大爷家里猪的年增长率是多少？

这个题目虽然很简单，但是如果不知道什么是“年增长率”，方程便无法列出。因此，要想解这一类题目就必须掌握这方面的知识。

王大爷原有猪 4 头，一年后（即经过了一年，到第二年），猪数成了 16 头。可见这一年中，王大爷家里的猪增加了 $16 - 4 = 12$ 头（这里减去 4 头是因为这是原有的，不在增加的数目内）。

习惯上把原有的数量（4 头）称为母数，增加的数量（12 头）称为子数。第二年的总数量（16 头）则称为母子和。它们之间的关系是

$$\text{母数} + \text{子数} = \text{母子和}.$$

增加的 12 头（子数）是多还是少？单就这 12 头来说是难以说清的，只有通过比较才知道。和什么来比较呢？通常总是和母数来比较，因为这样才能看出这子数的大小。把子数 12 头和母数 4 头一比（即子数除以母数），立即可以看出这增加的数量达到什么程度。这个增加的程度就叫“增长率”，也就是题目中间的那个增长率。又因为它是一按一年的时间计算增长程度的，所以又称“年增长率”。既然

$$\text{增长率} = \frac{\text{子数}}{\text{母数}},$$

那么，子数便等于：

$$\text{子数} = \text{母数} \times \text{增长率}.$$

12和4比，是以4作为比较的标准，写成12/4（这看成是12:4，12除以4或4分之12都可以），结果是3。

在统计工作中，这些增长率等习惯上都要求用%数表示。这是要求写成一个分母为100的分数形式，而且分母100还特别写成%的形状，放在分子的旁边。这样，将3写成%数便是：

$$3 = \frac{300}{100} = 300\%.$$

同时可看出：要把一个数写成%数，只要将这个数放大为100倍（即乘100），再在旁边写上%符号便是。

了解这些知识以后，现在来列这个题目的方程便不难了。

原题问王大爷家里猪的年增长率是多少，即是问：一年内猪的“增长数”达到了原数的多少倍，或者问：增加了百分之多少？

设年增长率为 x ，则增加的头数便是 $4x$ （即子数等于母数乘增长率）。根据母数+子数=母数和的关系列方程

$$4 + 4x = 16,$$

解得

$$x = 3.$$

答：年增长率是3倍，即300%。

下面我们联系这个题目再谈几点：

一、两个相同的量进行比较（譬如这里是头与头相比），

都没有单位，只有比值。

习惯上有三种表示比值大小的方式：

1. 用倍数表示。以 1 为基数，每逢 1 就叫 1 倍。
2. 用成数表示。以 0.1 为基数，每逢 0.1 就叫 1 成。
3. 用 % 数表示。以 0.01 为基数，每逢 0.01 就叫 1 %。

下面列举几个比值，分别用上述三种方式来表示：

比 值	倍数表示	成数表示	% 数表示
12	12 倍	(120 成)	1200 %
3.2	3.2 倍	(32 成)	320 %
0.7	(0.7 倍)	7 成	70 %
0.05	(0.05 倍)	(0.5 成)	5 %

注：() 内的说法习惯上不采用

二、两个量比较，对其结果大体上有两种说法。举例说明如下：

1. 甲量是乙量(比较的标准量)的 2 倍，即甲量等于乙量的 2 倍。

2. 甲量比乙量(比较的标准量)大 2 倍，即甲量等于乙量的 3 倍。因为“大 2 倍”是指大过标准量的部分是 2 倍，可见甲量实际上是比较的标准量(乙量)的 3 倍(大过的 2 倍加上它本身的 1 倍)。

为了搞清这个问题，下面再列举一些经常碰到的说法，并指出它们的意义及相等关系(见下页)：

三、我们把原方程 $4 + 4x = 16$ 左边提出公因子 4，改写成