

水力旋流器

褚良银 陈文梅 戴光清 李建明 李晓钟 方为茂 编著

化学工业出版社

水 力 旋 流 器

褚良银 陈文梅 戴光清
李建明 李晓钟 方为茂 编著

化学工业出版社

· 北 京 ·

FE 1600

(京)新登字 039 号

图书在版编目 (CIP) 数据

水力旋流器/褚良银等编著. —北京: 化学工业出版社, 1998. 1

ISBN 7-5025-2053-8

I. 水… II. 褚… III. 水力旋流器 IV. TQ051

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (97) 第 23703 号

水 力 旋 流 器

褚良银 陈文梅 戴光清 编著
李建明 李晓钟 方为茂

责任编辑: 周国庆

责任校对: 陶燕华

封面设计: 于 兵

*

化学工业出版社出版发行

(北京市朝阳区惠新里 3 号 邮政编码 100029)

新华书店北京发行所经销

北京市云浩印制厂印刷

北京市云浩印制厂装订

*

开本 787×1092 毫米 1/16 印张 11¼ 字数 274 千字

1998 年 1 月第 1 版 1998 年 1 月北京第 1 次印刷

印 数: 1—2000

ISBN 7-5025-2053-8/TQ·1012

定 价: 20.00 元

版权所有 违者必究

该书如有缺页、倒页、脱页者, 本社发行部负责调换

前 言

水力旋流器是一种用途广泛的通用设备。近期随着水力旋流器应用领域的不断扩展,人们对水力旋流器的兴趣越来越浓。由于水力旋流器技术具有明显的跨学科、跨工程领域性质,它不仅在矿物工程领域获得广泛应用,而且在化工、石油、轻工、环保(尤其是水处理)、采矿、食品、医药、纺织与染料业、生物工程及建材等众多领域也已经或正在获得富有成效的实际应用。有关水力旋流器的文献资料相当分散,而国内尚无水力旋流器专著出版。作者期望此书的出版将有助于广大工程界及科学界对水力旋流器这一跨学科领域的装备技术加深认识,从而促进水力旋流器在不同工程技术领域的推广应用。

全书共分12章,围绕水力旋流器的理论基础、研究方法、工艺计算、设计选型、比例放大、安装操作与控制、磨损与材料、系统网络设计、结构类型和应用等方面组织而成。本书的目的并不仅仅在于把目前分散在众多工业领域中关于水力旋流器方面的信息汇总,而更主要在于帮助读者了解当代水力旋流器技术的原理和工业实践,以及系统地掌握水力旋流器技术。

本书由褚良银博士和陈文梅教授主编。全书的撰写分工是:1,2.1~2.4,2.6,3.1,3.6~3.8,7,10.1~10.4,11由褚良银博士完成;9,10.5~10.6由陈文梅教授完成;2.5,2.7,3.2~3.5,4,12由戴光清博士完成;5由李建明博士完成;6由李晓钟博士完成;8由方为茂博士完成;全书由褚良银博士和陈文梅教授统稿。

“金无足赤”。作者欢迎来自各方面和不同角度对本书的质疑、意见或建议。作者在此向在本书编写出版过程中给予支持和帮助的同志们表示深深谢意。

编著者

1997年1月于成都

内 容 提 要

本书在系统总结水力旋流器理论研究和工程实践新发展的基础上,全面论述和介绍了水力旋流器的理论基础、研究方法、工艺计算、设计选型、比例放大、安装操作与控制、磨损与材料、系统网络设计、结构类型和应用,同时反映水力旋流器的国内外最新科研成果和工业成就以及作者的科研成果和观点。

本书可供化工、矿物加工、石油、轻工、环保、采矿、食品、医药、纺织与染料业、冶金、机械、生物工程、水利、建材及煤炭等工业部门从事涉及水力旋流器分离与分选的科研、设计和生产工作的科技工作者及质量监测与管理人员使用,也可供从事水力旋流器设计制造与推销的有关工程技术人员及市场营销与决策管理人员参考,同时也可作为大专院校有关专业高年级学生的选课教材和研究生的教材与教学参考书。

目 录

1 绪论	1
1.1 概述	1
1.2 旋转流体运动的基本知识	1
1.2.1 旋转流体运动的基本方程	1
1.2.2 自由涡运动与强制涡运动	2
1.2.3 组合涡运动	3
1.3 固液两相流的基本知识	4
1.3.1 主要物理性质	4
1.3.2 两相流伯努利方程	6
1.4 离心力场中固相颗粒在液体中的沉降	6
1.4.1 自由沉降	6
1.4.2 干涉沉降	8
2 水力旋流器内液体的流动	11
2.1 概述	11
2.2 液体的流动模型	11
2.3 液体流动的速度分布	12
2.3.1 切向速度	12
2.3.2 轴向速度	13
2.3.3 径向速度	13
2.4 流体压力分布	15
2.5 固液两相流湍流特性及对分离分级的影响	18
2.5.1 水力旋流器湍动特性	18
2.5.2 湍流对分离和分级的影响	25
2.6 流体边界层	26
2.6.1 顶盖边界层	27
2.6.2 边壁边界层	28
2.7 空气柱	30
2.7.1 空气柱的产生	30
2.7.2 空气柱的形状大小及作用	31
3 水力旋流器内固相颗粒的运动	34
3.1 概述	34
3.2 固粒的径向运动速度	34
3.3 固粒的轴向运动速度	36
3.4 固粒的切向运动速度	39
3.5 颗粒的浓度分布	39

3.6	单一密度颗粒按粒度分布规律	40
3.7	不同密度颗粒在水力旋流器内的运动及分布	42
3.8	重介质旋流器内按密度分层的规律	43
3.8.1	重介质水力旋流器分选原理	43
3.8.2	颗粒在重介质旋流器中的分层规律	43
4	水力旋流器流场研究方法	45
4.1	概述	45
4.2	实测研究方法	45
4.3	理论计算方法——湍流数值模拟	47
5	水力旋流器的主要工艺指标	49
5.1	概述	49
5.2	压力降	49
5.3	生产能力	51
5.4	分离总效率	54
5.4.1	总效率的定义	54
5.4.2	修正总效率	54
5.5	分离粒度	55
5.5.1	理论公式	56
5.5.2	经验公式	61
5.6	分级效率	62
5.6.1	分级效率定义	62
5.6.2	分级效率计算	63
5.6.3	分级效率与总效率的关系	64
5.7	分离精度	65
5.8	分股比	65
5.9	溢流浓度	67
6	水力旋流器单元参数设计	70
6.1	概述	70
6.2	水力旋流器直径	70
6.3	锥体角度	71
6.4	进料口断面尺寸	72
6.5	溢流管	73
6.5.1	溢流管内径	73
6.5.2	溢流管插入深度	74
6.5.3	溢流管壁厚	75
6.6	底流口直径	75
6.6.1	与生产能力的关系	75
6.6.2	与分离粒度和分离效率的关系	75
6.6.3	与分流比的关系	75
6.6.4	与底流含固量的关系	75

6.7	内表面粗糙度及装配精度	76
6.8	进口压力和压力降	76
6.9	进料固相浓度	77
6.10	进料固-液相密度	77
6.11	进料粘度	77
6.12	进料固相粒度组成	78
7	水力旋流器无因次比例放大	79
7.1	概述	79
7.2	处理低浓度物料时水力旋流器的比例放大	79
7.2.1	根据试验数据计算现有旋流器的比例放大系数	80
7.2.2	预测现有旋流器性能	81
7.2.3	给定过程条件下旋流器尺寸的选择	81
7.2.4	旋流器尺寸与进口压力的优选	82
7.2.5	旋流器尺寸、操作压力与分离粒度的优选	83
7.2.6	根据运行费用准数判断最佳旋流器比例尺寸	84
7.3	处理高浓度物料时水力旋流器的比例放大	84
8	水力旋流器的操作与控制	87
8.1	概述	87
8.2	水力旋流器的安装	88
8.2.1	水力旋流器的安装倾角	88
8.2.2	水力旋流器进出口管安装	89
8.2.3	水力旋流器组并联布置	91
8.2.4	辅助设备配置	92
8.3	水力旋流器操作控制与调节	93
8.3.1	压力降对生产能力的影响	93
8.3.2	压力降对分离性能的影响	95
8.3.3	压力降对分股比的影响	96
8.3.4	旋流器底流口控制的影响	97
9	水力旋流器的磨损与材料	99
9.1	概述	99
9.2	磨损机理	99
9.2.1	磨损分析	99
9.2.2	固粒的磨蚀作用	99
9.2.3	气蚀破坏	100
9.2.4	磨损机理的研究	100
9.2.5	复合磨损模型	101
9.3	减磨措施	102
9.3.1	过流表面的材料与结构	103
9.3.2	悬浮液流态对磨蚀的影响	104
9.4	耐磨材料	105

9.4.1	耐磨铸铁	105
9.4.2	铸石	105
9.4.3	耐磨橡胶	105
9.4.4	碳化硅	106
9.4.5	聚氨酯	107
9.4.6	尼龙与聚甲醛	108
9.4.7	耐磨新材料与展望	108
10	水力旋流器系统网络设计	110
10.1	概述	110
10.2	溢流串联系统网络设计	110
10.3	底流串联系统网络设计	111
10.4	溢流串联与底流串联并存系统网络设计	112
10.5	混联系统网络设计	114
10.5.1	多级逆流洗涤系统	114
10.5.2	淀粉浆洗涤系统	114
10.5.3	超小型旋流器组	115
10.6	水力旋流器与其他分离设备联用	117
10.6.1	磨矿闭路循环流程	117
10.6.2	料浆预处理流程	117
10.6.3	磷酸污水封闭循环流程	117
11	水力旋流器的结构类型	122
11.1	概述	122
11.2	水力旋流器柱锥器壁的各种组合类型	122
11.2.1	长锥型旋流器	122
11.2.2	短锥型旋流器	122
11.2.3	长柱型旋流器	123
11.2.4	短柱型旋流器	123
11.2.5	全柱型旋流器	124
11.3	水力旋流器特型结构	124
11.3.1	进料管结构	124
11.3.2	溢流管结构	125
11.3.3	旋流器器壁结构	127
11.3.4	底流管结构	131
11.4	内部增加附件的水力旋流器	134
11.4.1	内部增加中心锥的水力旋流器	135
11.4.2	内部增加中心固棒的水力旋流器	135
11.4.3	内部增加旋转叶轮的水力旋流器	135
11.4.4	内部增加空气导管的水力旋流器	136
11.4.5	内部增加小旋流器的水力旋流器	136
11.4.6	内部增加弹簧振子的水力旋流器	137

11.4.7	内部增加卸料螺旋的水力旋流器	137
11.5	复合力场型水力旋流器	138
11.5.1	磁力水力旋流器	138
11.5.2	磁流体水力旋流器	139
11.5.3	电化学水力旋流器	139
11.5.4	充气水力旋流器	139
11.6	组合式水力旋流器	141
11.6.1	双涡水力旋流器	141
11.6.2	圆柱-圆锥两段组合式水力旋流器	141
11.6.3	母子水力旋流器	141
11.7	类水力旋流器设备	142
11.7.1	旋流动态薄层气压过滤机	142
11.7.2	旋流式浮选器	142
11.7.3	喷射式浮选槽	142
12	水力旋流器固液两相湍流数值模拟	144
12.1	液相湍流数学模型	144
12.1.1	控制微分方程组	144
12.1.2	水力旋流器柱坐标 $K-\epsilon$ 模型	148
12.2	湍流模型的数值计算方法	149
12.2.1	流场的划分	149
12.2.2	微分方程的离散化	149
12.2.3	速度与压力校正——SIMPLER 算法	150
12.2.4	代数方程组的求解和边界条件	151
12.2.5	欠松弛方法和收敛判别原则	152
12.3	固相颗粒动力数学模型	153
12.3.1	几种典型的固粒模型简介	153
12.3.2	确定颗粒轨道模型及其计算方法	155
12.4	湍流数学模型在水力旋流器中的应用	158
	参考文献	163

1 绪 论

1.1 概 述

水力旋流器的基本工作原理和基础设计的提出有一百多年了（1891年首次获得有关专利^[1]），但是直到第二次世界大战以后才被有效地应用于工业生产中。首先在选矿和采矿工业中获得应用，后来又逐渐应用于化学工业、石油工业、轻工、环保、食品、医药、纺织等许多工业部门之中。现在水力旋流器已被广泛确认，而且其应用领域正在越来越广，如近来已广泛应用到生物工程中的分离作业中^[2]。

水力旋流器的应用包括固液分离、液气分离、固固分离、液液分离、液气固三相同分离以及其他应用。水力旋流器作为分离分级设备的基本工作原理是基于离心沉降作用。当待分离的两相混合液以一定的压力从水力旋流器上部周边切向进入器内后，产生强烈的旋转运动，由于轻相和重相存在密度差，所受的离心力、向心浮力和流体曳力的大小不同，受离心沉降作用，大部分重相经旋流器底流口排出，而大部分轻相则由溢流口排出，从而达到分离目的。单个水力旋流器的直径一般可以从10mm到2.5m，多数固体颗粒的分离粒度可以从2~250 μm ，单个水力旋流器处理能力的范围一般为0.1~7200 m^3/h ，其操作压力一般在0.034~0.6MPa范围内，较小直径的旋流器通常以较高压力操作。

在长期大量的应用实践中，水力旋流器显示出一些突出的优点：①结构简单，成本低廉，易于安装和操作，几乎不需要维护和附属设备；②体积小，处理能力大，可以节省现场空间；③旋流中存在着较高的剪切力，可以破坏颗粒间的凝聚，有利于固相颗粒分级与洗涤；④用途广泛，可完成液体澄清、料浆浓缩、固体颗粒分级、分类与洗涤、液体除气与除砂以及非互溶液体的分离等。在工业技术日新月异的今天，水力旋流器也正在逐步发展为具有中高技术意义上的分离装备^[3]。

1.2 旋转流体运动的基本知识^[4]

1.2.1 旋转流体运动的基本方程

在绕垂直轴旋转运动的流体中，在半径 r 点处取一方形流管（如图1-1），其宽为 dr ，厚为 dz 。如图1-1b在同一平面上可应用伯努利方程得

$$H = \frac{p}{\gamma} + \frac{u^2}{2g} \quad (1-1)$$

式中， H 为总水头， p 为半径 r 处的压力， u 为半径 r 处的圆周速度， γ 为流体密度。

将（1-1）式对半径 r 微分后得

$$\frac{dH}{dr} = \frac{1}{\gamma} \frac{dp}{dr} + \frac{u}{g} \frac{du}{dr} \quad (1-2)$$

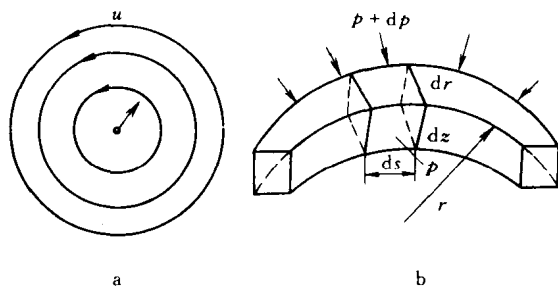


图 1-1 旋转流运动
a. 旋转流；b. 流管

由式 (1-2) 看出, 在旋转的流体中沿径向的总水头的变化率, 是与径向的压力和速度变化率有直接关系的。

对图 1-1b 中所取的微小立方体的体积为 $drdzds$, 在半径 r 方向上作用于该微小体积上所有外力之和等于零 (因无加速度), 而重力在此方向无分量, 于是作用在该微元体上的压力和离心力平衡。其平衡方程式为:

$$pdsdz - (p+dp) dsdz + \frac{\gamma}{g} drdzds \frac{u^2}{r} = 0 \quad (1-3)$$

整理后得:

$$\frac{dp}{dr} = \frac{\gamma}{g} \frac{u^2}{r} \quad (1-4)$$

将式 (1-4) 代入式 (1-2) 得:

$$\frac{dH}{dr} = \frac{u}{g} \frac{du}{dr} + \frac{1}{g} \frac{u^2}{r} \quad (1-5)$$

或写为:

$$dH = \frac{u}{g} dr \left(\frac{du}{dr} + \frac{u}{r} \right) \quad (1-6)$$

式 (1-6) 就是旋转流体运动的微分方程, 它反映了旋转流体运动中能量变化的关系, 它是一个基本方程。在不同的条件下可分别得出不同的旋转运动规律。

1.2.2 自由涡运动与强制涡运动

1.2.2.1 自由涡运动 自由涡是外部没有能量补给时流体的圆周运动, 这时总能头无增无减, 即 H 为常数, 也就是 $dH=0$ 。由旋转流体运动基本方程式 (1-6) 得

$$\frac{du}{dr} + \frac{u}{r} = 0 \quad (1-7)$$

或

$$\frac{du}{u} + \frac{dr}{r} = 0$$

积分得:

$$\ln ur = \text{const.}$$

即

$$ur = C \text{ (常数)} \quad (1-8)$$

式 (1-8) 说明在自由涡中圆周速度与半径的乘积为一常数, 速度与半径成反比例变化, 也就是说, 在自由涡运动中流体质点的速度与半径按双曲线规律变化, 如图 1-2 所示。

在自由涡中可以应用伯努利方程来分析流体压力的分布规律。我们来看看自由涡等压面的形状。令 $\frac{p}{\gamma} = \text{const.}$, 伯努利方程为:

$$\frac{u^2}{2g} + z = H - \frac{p}{\gamma} = H_0 \text{ (} H_0 \text{ 为定值)} \quad (1-9)$$

将自由涡中速度分布规律 $u = \frac{C}{r}$ 代入式 (1-9) 得:

$$H_0 - z = \frac{C^2}{2gr^2} \quad (1-10)$$

将式 (1-10) 的坐标原点上移 H_0 , 得:

$$-z = \frac{C^2}{2gr^2}$$

或

$$-zr^2 = \frac{C^2}{2g} \quad (1-11)$$

式 (1-11) 即为自由涡等压面方程, 其中轴向距离 z 及径向距离 r 均为变量, 因此等压面为一双曲线。自由涡的自由表面是按此双曲线回转而产生的一种双曲线体的表面。

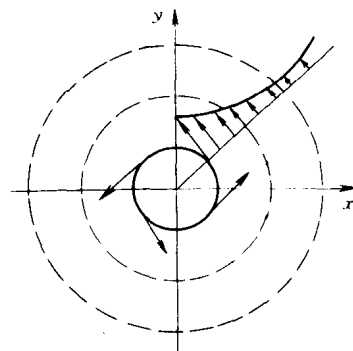


图 1-2 自由涡速度分布

1.2.2.2 强制涡运动 强制涡运动是旋转容器中流体与容器以同一角速度旋转时的运动, 此时流体与刚体旋转运动类似, 其圆周切线速度等于旋转角速度与旋转半径的乘积, 其速度分布如图 1-3 所示。强制涡的速度分布公式为:

$$u = \omega r \quad (1-12)$$

$$\frac{du}{dr} = \omega \quad (1-13)$$

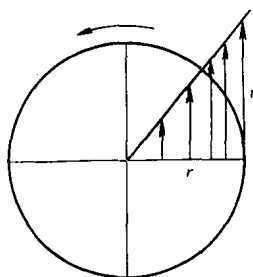


图 1-3 强制涡速度分布

即

式中, u 为圆周切线速度, ω 为旋转角速度, r 为旋转半径。

将式 (1-10) 和式 (1-11) 代入旋转流体运动基本方程 (1-6) 中得:

$$dH = \frac{(2\omega^2 r dr)}{g} \quad (1-14)$$

积分得:

$$H = \frac{\omega^2 r^2}{g} + C \quad (1-15)$$

根据边界条件确定积分常数 C , 即可得强制涡的能量变化规律。强制涡的自由面形状是旋转的二次抛物面。

1.2.3 组合涡运动

这里所说的组合涡运动是指由自由涡和强制涡组合成的运动。水力旋流器和旋风分离器中流体的运动, 以及大气中旋风与龙卷风的运动等, 都是属于组合涡运动, 中心是强制涡运动的涡核, 涡核以外是自由涡运动。这种组合涡运动中的自由涡由于受到中心强制涡的制约, 其速度分布往往不再符合 $ur=C$, 而是满足:

$$ur^n = C \quad (1-16)$$

式中指数 $n=0.5 \sim 0.9$, 这种运动称为准自由涡运动。由式 (1-16) 可以看出, 当 $n=1$ 时, 流体的运动是自由涡运动, 当 $n=-1$ 时流体的运动是强制涡运动, 由此看来, 自由涡与强制涡是流体旋转运动的两种极端情况。

水力旋流器内组合涡的速度分布如图 1-4 所示^[5]。对于理想流体, 自由涡区速度满足 $ur=C$ 。实际上, 由于流体的粘性 (内摩擦作用), 自由涡区呈准自由涡运动状态。当 $n=0.5$ 时,

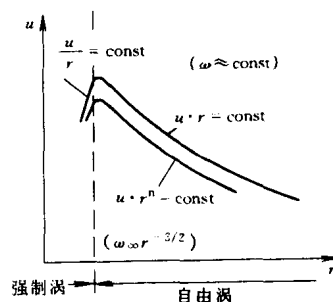


图 1-4 组合涡的速度分布

流体角速度与半径的 $(-3/2)$ 次方成比例。

1.3 固液两相流的基本知识

1.3.1 主要物理性质

1.3.1.1 密度 固液两相流的密度是指单位体积固液混合物所具有的质量,以 ρ_m 表示,其单位为 kg/m^3 。通常可根据两相流的流量来计算其密度,用如下公式计算:

$$\rho_m = \frac{\rho Q + \rho_s Q_s}{Q_m} \quad (1-17)$$

式中 ρ_m ——固液两相流密度;

ρ, ρ_s ——水和固相物的密度;

Q, Q_s ——水与固相物的体积流量;

Q_m ——固液两相流的体积流量, $Q_m = Q + Q_s$ 。

1.3.1.2 浓度 固液两相流的浓度通常有四种表示方法:一是单位时间流过的固体体积与固液两相流的体积之比,称为体积浓度;二是单位时间流过的固体体积与水的体积之比,称为体积固液比或体积稠度;三是单位时间流过的固体质量与固液两相流的质量之比,称为质量浓度;四是单位时间流过的固体质量与水的质量之比,称为质量固液比或质量稠度。分别用下列4式表示:

$$\text{体积浓度} \quad c_v = \frac{Q_s}{Q_m} \quad (1-18)$$

$$\text{体积固液比} \quad c_v' = \frac{Q_s}{Q} \quad (1-19)$$

$$\text{质量浓度} \quad c_m = \frac{\rho_s Q_s}{\rho_m Q_m} = \frac{G_s}{G_m} \quad (1-20)$$

$$\text{质量固液比} \quad c_m' = \frac{\rho_s Q_s}{\rho Q} = \frac{G_s}{G} \quad (1-21)$$

式中, G, G_s, G_m 分别代表水、固相物及固液两相流的质量流量。

固液两相流的密度与上述四种形式的浓度之间均存在一定的换算关系,可用下列4组公式表示。

(1) 密度与体积浓度的换算关系

$$\rho_m = c_v (\rho_s - \rho) + \rho \quad (1-22)$$

$$c_v = \frac{\rho_m - \rho}{\rho_s - \rho} \quad (1-23)$$

(2) 密度与体积固液比的换算关系

$$\rho_m = \frac{\rho + \rho_s c_v'}{1 + c_v'} \quad (1-24)$$

$$c_v' = \frac{\rho_m - \rho}{\rho_s - \rho_m} \quad (1-25)$$

(3) 密度与质量浓度的换算关系

$$\rho_m = \frac{\rho \rho_s}{\rho_s - c_m (\rho_s - \rho)} \quad (1-26)$$

$$c_m = \frac{\rho_s (\rho_m - \rho)}{\rho_m (\rho_s - \rho)} \quad (1-27)$$

(4) 密度与质量固液比的换算关系

$$\rho_m = \frac{\rho_s \rho (1 + c_m')}{\rho_s + c_m' \rho} \quad (1-28)$$

$$c_m' = \frac{\rho_s (\rho_m - \rho)}{\rho (\rho_s - \rho_m)} \quad (1-29)$$

1.3.1.3 粘度 在纯液相流体中加入固相细颗粒形成固液两相流后,两相流内部便存在非常巨大的固液相界面,在这相界面上,由于分子力的作用,固体颗粒要吸附水分子,从而在其表面构成一层水化薄膜(吸附水),水化膜中的液体分子所受力很大,致使薄膜层中液体的粘度要比普通水的大得多;加之固液两相流流动时的摩擦作用除发生在液体与液体之间,还发生在固体与固体之间,故固液两相流的粘度要大于纯液相流体的粘度。

当固相颗粒很细,其粒径小于 $1\mu\text{m}$ 时,两相流呈纯浆体,相当于一种新的均质流体,两相流的粘度要比纯液相流体的粘度大,而且其粘度随固相浓度的增大而增大。

当固相颗粒较粗,其粒径小于 0.2mm 时,由于固相颗粒本身是不能变形的,同时又存在着水化薄膜,这就使两相流的性质介于液体和固体之间。这种两相流的粘性与均质流体的粘性不同,它不符合牛顿粘性定律。关于两相流的摩擦定律,最常用的是宾汉定律^[4]。宾汉定律认为,两相流的总摩擦应力 τ 为:

$$\tau = \mu \frac{du}{dy} + \tau_0 \quad (1-30)$$

式中 μ ——两相流的绝对粘性系数;

$\frac{du}{dy}$ ——两相流断面上的流速梯度;

τ_0 ——起始切应力(静切应力)。

将上式两边除以 $\frac{du}{dy}$, 并整理可得:

$$\mu_e = \frac{\tau}{du/dy} = \mu + \frac{\tau_0}{du/dy} \quad (1-31)$$

式中 μ_e 代表两相流中应力与应变的比值,它相当于粘性系数,一般称为两相流的有效粘度。

从式(1-30)与式(1-31)可知,当静切应力 $\tau_0 = 0$ 时,这类两相流的内摩擦定律与均质流体的牛顿定律相同,两相流的有效粘度 μ_e 等于它的牛顿粘性系数 μ ,而且是一个与流速无关的常数。当静切应力 $\tau_0 > 0$ 时,这类两相流的内摩擦定律不符合牛顿定律,其有效粘度 μ_e 大于牛顿粘度 μ ,而且对于一定的两相流, μ_e 不是一个固定的常数,它将随流速的增大而减小。因此,两相流的有效粘度不能作为说明其内摩擦力性质的指标。

求解两相流的粘度一直被视为一个难题。下面介绍两个关于均匀球形颗粒两相流的粘度公式^[4],这种两相流通常具有牛顿流体的特性。这类两相流实际上很少见,但它很重要,因为其粘度代表非牛顿流体两相流粘度的最小值。

(1) 稀两相流 爱因斯坦从理论上确定出的含少量固体的稀两相流粘度的公式为:

$$\mu_m/\mu = 1 + 2.5\phi \quad (1-32)$$

式中 μ_m ——两相流的粘度;

μ ——纯液相流体的粘度;

ϕ ——固相颗粒的体积浓度, 以小数表示。

式 (1-32) 适用于刚性球粒两相流的层流, 球形颗粒大于分子的尺寸, 颗粒体积浓度 ϕ 小于 0.01, 颗粒间没有相互作用。

(2) 稠两相流 较稠两相流粘度必须考虑颗粒间可能发生的各种类型的相互作用。托马斯分析整理大量资料后, 提出的稠两相流的粘度公式为:

$$\mu_m/\mu = 1 + 2.5\phi + 10.05\phi^2 + A\exp(B\phi) \quad (1-33)$$

式中 A 和 B 为可调整的常数, 通常取为 $A=0.00273$, $B=16.6$ 。

1.3.2 两相流伯努利方程

两相流中势能、压力能与动能间相互转换关系, 仍然应符合能量守恒定律。用类似于推导单相流体伯努利方程的方法, 可得出两相流的伯努利方程, 其形式为:

$$z_1 + \frac{p_1}{\rho_m g} + a_{m1} \frac{v_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\rho_m g} + a_{m2} \frac{v_2^2}{2g} + H_{1-2} \quad (1-34)$$

式中 ρ_m ——两相流体的密度;

v_1, v_2 ——1 及 2 截面上两相流的平均流速;

a_{m1}, a_{m2} ——1 及 2 截面上动能修正系数, 取近似值为 1;

H_{1-2} ——由截面 1 到截面 2 的距离内两相流的能量损失。

其余符号同单相流体伯努利方程。

式 (1-34) 中各项的能量是以“米两相流体柱高”来表示的, 为了将其变为常用的“米水柱高”, 可将式中各项乘以 ρ_m/ρ , 于是得到以水柱高 (或水头) 表示能量的两相流伯努利方程为:

$$\frac{\rho_m}{\rho} \left(z_1 + \frac{p_1}{\rho_m g} + \frac{v_1^2}{2g} \right) = \frac{\rho_m}{\rho} \left(z_2 + \frac{p_2}{\rho_m g} + \frac{v_2^2}{2g} \right) + h_{1-2} \quad (1-35)$$

式中, h_{1-2} 为由截面 1 到截面 2 的距离内两相流的损失水头, 米水柱高 ($1\text{mH}_2\text{O}=9806.65\text{Pa}$); ρ 为水的密度。

式 (1-35) 是两相流中能量转换的基本方程, 其应用条件除了单相流伯努利方程的应用条件以外, 还要考虑颗粒大小的影响。当颗粒粒度较小、固相颗粒运动速度与流体的速度相同时, 两相流的伯努利方程就与均质流体的伯努利方程一样; 当颗粒粒度较大、颗粒的速度与流体的速度不相同时, 两相流的动能修正系数 a_m 不等于 1, 但在一般情况下, 动能这一项在总能量中所占的比例很小, 所以采用 $a_m \approx 1$ 带来的误差很小, 故一般仍可按 $a_m \approx 1$ 计算。

1.4 离心力场中固相颗粒在液体中的沉降

1.4.1 自由沉降

悬浮液的固相浓度较低时, 固相颗粒间的距离较大, 相互间的作用及影响极微, 尺寸和

密度不同的颗粒各自以自己不同的速度沉降，这时的固相颗粒处于自由沉降状态。与重力沉降不同之处在于，重力沉降的终速度是恒速，而离心沉降则是：①颗粒沿径向沉降；②离心沉降速度随着颗粒位置半径的增大而不断增大。

在离心力场中，固相颗粒沿径向受到惯性离心力的作用

$$F_c = \frac{\pi d^3}{6} \rho_s \omega^2 r \quad (1-36)$$

式中 F_c ——颗粒所受惯性离心力；

d ——（球形）颗粒粒径；

ρ_s ——固相颗粒密度；

ω ——液相回转角速度；

r ——颗粒所在处回转半径。

由于惯性离心力沿径向传递的结果，使作回转运动的流体介质内沿径向上有压力梯度存在，此压力梯度由离心加速度决定。

$$\frac{dp}{dr} = \rho \omega^2 r \quad (1-37)$$

式中 ρ ——流体介质密度。

显然，此项压力梯度始终是沿回转半径方向向外增大。在流体介质中同介质一道做回转运动的固相颗粒，则会由于此径向压力梯度的存在而受到一向心浮力^[6]（因为浮力的实质便是物体两侧表面所受静压强不同所致）。如果颗粒粒度很小，则在该粒度范围内，压力梯度可视为定值，则向心浮力 F_B 的大小可写为：

$$F_B = \frac{\pi d^3}{6} \rho \omega^2 r \quad (1-38)$$

颗粒在离心力场中沿径向运动时还受流体介质阻力的作用，表示为：

$$F_D = \xi \frac{A \rho v^2}{2} \quad (1-39)$$

式中 F_D ——流体介质阻力；

A ——颗粒在其径向运动方向上的投影面积，也称为颗粒的帆面面积，对于直径为 d 的球形颗粒， $A = \pi d^2 / 4$ ；

v ——颗粒与流体介质间的径向相对速度；

ξ ——阻力系数，是颗粒在流体介质中的雷诺数（ $Re = dv\rho/\mu$ ， μ 为介质粘度）的函数。若颗粒与介质间的相对运动为层流状态（ $Re < 1$ ，近似地 $Re < 5.8$ ）时， $\xi = 24/Re$ ；若为过渡状态（ $30 < Re < 500$ ，近似地 $5.8 < Re < 500$ ）时， $\xi = 10/\sqrt{Re}$ ；若为湍流状态（ $1000 < Re < 5000$ ，近似地 $500 < Re < 200000$ ）时， $\xi = 0.44$ ^[7]。

于是，球形颗粒在离心力场中沿径向的沉降运动方程由牛顿第二定律可得：

$$\frac{\pi d^3}{6} (\rho_s - \rho) \omega^2 r - \xi \frac{\pi d^2 \rho v^2}{8} = m \frac{dv}{dt} \quad (1-40)$$

式中 m ——颗粒的质量。