

高等学校教材

系统辨识与建模

东北电力学院 张玉铎 编

22



高等学校教材



系统辨识与建模

东北电力学院 张玉铎 编

内 容 提 要

本书阐述了建立热工控制对象数学模型的两类方法——理论建模和试验建模（系统辨识）方法。理论建模主要阐述建立锅炉汽轮机主要组成环节及其整体数学模型的原理和方法，试验建模主要阐述了相关辨识法和最小二乘参数辨识法。对最小二乘类各种方法进行了较详细的阐述。最后阐述了闭环辨识和辨识应用中的一些实际问题。

本书为生产过程自动化专业本科生教材，也可供从事热工过程自动化工作的工程技术人员参考。

高 等 学 校 教 材
系 统 辨 识 与 建 模
东北电力学院 张玉铎 编

水利电力出版社出版

（北京三里河路6号）

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售
北京市地矿局印刷厂印刷

787×1092毫米 16开 9.25印张 218千字
1995年11月第一版 1995年11月北京第一次印刷
印数 0001—1070册

ISBN 7-120-02396-9/TP·90

定价 7.70元

前 言

本书根据电力部动力类教学指导委员会 1993~1995 年高校教材出版计划编写的。

根据教学指导委员会的编写要求,本书内容包括了建立热工控制对象数学模型的两类方法:理论建模和试验建模方法。全书共分六章,第一章阐述建立数学模型的目的和方法;第二章阐述火电厂热工控制对象——锅炉汽轮机组各主要组成环节及其整体数学模型的理论建模方法;第三章阐述相关辨识法和用于辨识测试信号伪随机码的产生方法和性质;第四、五两章阐述最小二乘参数辨识法原理及最小二乘类的各种辨识方法;第六章阐述闭环辨识及辨识应用中的一些实际问题。由于篇幅所限,本书未能将其他各种辨识方法包括在内。虽然理论建模和系统辨识的目的都是建立被控对象的数学模型,但两者分别属于不同的学科,在教学中可进行适当的选择。

在编写过程中,编者力求内容阐述循序渐进、深入浅出、精简扼要,以利于教学。

本书由东北电力学院张玉铎编写。由东南大学顾晓栋教授主审。他仔细地审阅了书稿并提出了许多宝贵的意见和建议,在此谨表示衷心的感谢。

由于编者水平有限,书中缺点和错误在所难免,诚望使用本书的师生及读者批评指正。

编 者

1994.8 于吉林

目 录

前 言

第一章 绪论	1
第一节 基本概念	1
第二节 理论建模方法	2
第三节 试验建模方法	2
第四节 数学模型的描述方法	4
习题	7
第二章 用理论建模方法建立热工控制对象数学模型	8
第一节 概述	8
第二节 炉膛的数学模型	10
第三节 汽包压力和水位的数学模型	13
第四节 单相受热管的数学模型	20
第五节 中间再热汽轮机的数学模型	28
第六节 单元机组的数学模型	38
第七节 电动变速给水泵的数学模型	40
习题	45
第三章 相关辨识法	46
第一节 概述	46
第二节 相关辨识法的基本原理	46
第三节 伪随机序列的产生及其性质	49
第四节 用 M 序列辨识线性系统	57
第五节 用 M 序列辨识线性系统的步骤	62
第六节 用相关辨识法辨识线性多变量系统	66
习题	68
第四章 最小二乘参数辨识基本原理	69
第一节 概述	69
第二节 最小二乘法 (LS) 的基本原理	69
第三节 最小二乘法参数估计值的统计性质	74
第四节 最小二乘递推算法 (RLS)	78
第五节 依模型阶次的最小二乘递推算法	85
习题	87
第五章 最小二乘参数辨识方法	89
第一节 概述	89
第二节 适应算法	89

第三节	广义最小二乘法 (GLS)	98
第四节	辅助变量法 (IV)	103
第五节	增广最小二乘法 (ELS)	110
第六节	二步法 (COR-LS)	112
第七节	多级最小二乘法 (MLS)	118
第八节	各类最小二乘辨识方法的性能比较	122
第九节	工业对象辨识实例	123
	习题	126
第六章	闭环辨识和辨识中的一些实际问题	127
第一节	概述	127
第二节	闭环系统可辨识性概念	127
第三节	闭环辨识方法及可辨识性条件	130
第四节	模型阶的辨识	137
第五节	系统辨识中的一些实际问题	140
	习题	144
	大型作业	145
	附录	148
	参考文献	150

第一章 绪 论

第一节 基 本 概 念

系统（通常也称为过程）的含义非常广泛，在本书中是指工业生产系统。例如，锅炉设备、换热器、汽轮发电机组等的生产过程。不过，本书不是深入探讨这些过程的工艺机理，而是研究如何建立这些系统的数学模型。系统的数学模型是反映过程本身各有关变量之间本质关系的一组数学描述，它可能是代数方程、差分方程、微分方程或者是几何曲线。过程数学模型表征了该系统输入和输出之间的关系，建立数学模型（简称建模）就是确立这种关系。显然，实际过程中哪些关系是本质的，哪些关系是非本质的，这要根据所研究问题的要求而定。所以，对于同一系统而言，可能建立起不同类型和特点的数学模型，换句话说，对于某系统而言，其数学模型不是唯一的。

数学模型有各种各样不同的分类方法：动态的还是静态的；线性的还是非线性的；确定性的还是随机性的；连续的还是离散的；定常的还是时变的；集中参数的还是分布参数的；时域的还是频域的……。究竟采用哪一种分类方法，取决于研究数学模型的目的、要求和被研究系统的特性或工作条件。

建立数学模型的目的归纳起来有以下几个方面：

(1) 用于控制系统的设计研究。控制系统设计、调节器参数的最佳整定都是以被控对象动态特性（数学模型）为依据的。在实现最优控制时，更需充分了解对象动态特性，以便在预定的性能指标约束下选择最优的控制作用。

(2) 用于指导工艺设备的设计。通过对数学模型的分析 and 仿真研究，可以确定影响设备（被控对象）动态特性（数学模型）的各个因素，根据控制系统的要求对工艺设备的设计制造提出具体的要求和建议，使之具有良好的控制性能。

(3) 用于仿真研究。仿真是研究设计控制系统的重要方法，而仿真只有在已知数学模型的前提下才能实现。另外，有了数学模型之后，可以使仿真计算机成为培训仿真设备。例如，可以制成火电厂培训仿真设备，用来全面、安全地对运行人员进行训练。另外，一些对设备具有破坏性、危险性的试验，只能在仿真条件下进行。例如，单元机组承受冲击负荷能力的试验，对设备具有破坏性，在真实设备上进行试验是危险的，而在建立其数学模型之后，用仿真方法进行试验研究就很方便了。

(4) 用于过程的预报和诊断。过程参数变化趋势预报的基础是数学模型。有了数学模型之后，可以利用已有的历史数据计算出参数变化的趋势，用于指导运行操作和控制。同时，对于设备可能出现的缺陷和故障，也可用数学模型来分析、诊断，以便进行及时处理。

第二节 理论建模方法

对于一个过程而言,建立其数学模型的方法有理论建模方法和试验建模方法两大类。

理论建模就是根据所研究过程的内部机理,经过分析研究,建立起其数学表达式(数学模型)。由于这种建立模型的方法是根据设备的参数和结构进行的,故在设计阶段就可以建立数学模型,这对新设备的研究和设计具有重要意义,这也是理论建模方法的优点之一。

建立数学模型时,首先要确定欲建立模型的类型,然后建立有关参数的数学关系式。对于简单的生产过程(系统)或对象,通过对其工作机理的分析,应用一些基本定律可建立起原始的基本方程式。如应用质量守恒定律、能量守恒定律、牛顿定律、克希霍夫定律等,可以找到过程(系统)输出量、输入量和其他变量(参数)间的关系。但是,对于许多复杂的过程,由于对其中一些内部机理了解得还不太清楚,不可能严格、准确地利用基本定律建立各变量间的关系。在这种情况下,通常要作一些必要的假设和简化。例如,把复杂的设备分成若干简单的区段,先求各区段模型,然后叠加起来。对于某些非线性系统,假设变量只在小范围内变化,即可近似地按线性系统处理。但是,这样做会降低数学模型精度。

理论建模一般可以按以下步骤进行:

- (1) 确定所建模型的类型,确定模型的输出量和输入量;
- (2) 根据所研究对象的内部机理和建模目的(用途),在不影响模型精度前提下,进行必要的假设和简化;
- (3) 根据有关基本定律列写出原始基本方程;
- (4) 消去中间变量,得到只包括输入量和输出量的方程式,即数学模型;
- (5) 对模型进行检验,这可在生产实践中进行。

第三节 试验建模方法

试验建模是在实际的生产设备上通过试验手段获得数学模型的,这种建模方法称为过程(系统)辨识。图 1-1 是一个单输入、单输出系统辨识示意图。为了获得数学模型,可输入各种信号,测试系统的响应,对各种输入、输出数据进行处理后获得模型。

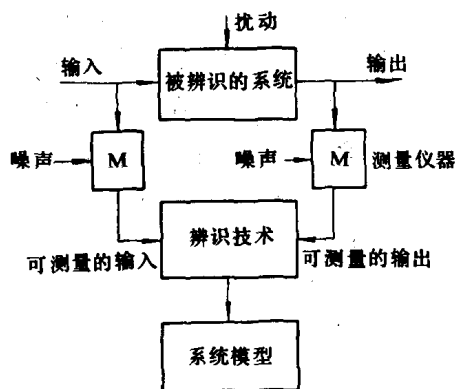


图 1-1 系统辨识示意图

输入各种信号,测试系统的响应,对各种输入、输出数据进行处理后获得模型。

根据事先对欲辨识系统了解的程度(称为先验知识或验前知识),系统辨识可分为两类:完全辨识和部分辨识。对系统一无所知辨识问题称为黑箱问题,此时必须对系统作出某些假定,才能获得数学模型;对系统的某些特性已有所了解,即具有一定的先验知识,这类系统辨识问题称为灰箱问题。在工程实践中遇到的辨识问

题往往属于灰箱问题，这时人们对于系统结构和特性已有许多了解，往往可以确定模型的形式（结构），只要辨识模型中的参数就能获得数学模型，这样就把问题简化为参数辨识问题了。

关于系统辨识的含义，早在 1962 年 Zacleh 曾作如下定义：“根据系统的输入和输出，在指定的一类系统中确定一个和被辨识系统等价的系统”。这个定义中提出了三个必须确定的问题：第一是“指定的一类系统”，这就是说，必须先确定所辨识系统属于什么样的类型，是线性的还是非线性的，是时变的还是定常的……；第二是“输入和输出信号”，通常输入信号是正弦、阶跃、脉冲、伪随机信号等，在这些典型输入信号条件下，系统的特性只需根据输出信号就可确定了；第三是“等价”，严格讲对于所有可能的输入信号，两个系统的输入输出关系完全相同时，这两个系统才是等价的。实际上这个等价要求往往是达不到的，在工程实践中希望简化模型结构，通常只能做到近似等价。

用系统辨识方法建模时，其步骤如图 1-2 所示。

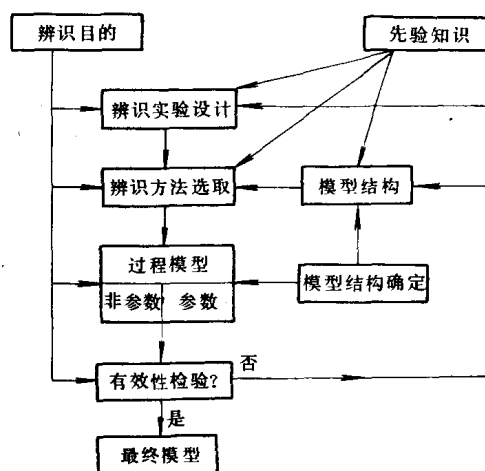


图 1-2 系统辨识的步骤

1. 辨识目的和先验知识

当辨识目的不同时，对模型的精度和类型要求有所区别，即对同一系统可能建立不同的数学模型。例如，当模型用于定值控制时，对模型精度的要求可以低一些；若用于趋势预报，则对模型精度要求高一些。

先验知识是指事先对被辨识系统的了解程度有多少。例如，过程非线性程度、参数是否时变、时间常数大致的范围、截止频率大约是多少、是否存在迟延、静态放大倍数大小等。这些对实验设计、模型结构、辨识方法选取都有指导作用。

2. 辨识实验设计

辨识实验设计的内容主要包括：输入和输出信号的选择；采用何种输入信号；输入信号幅值大小；采样速度；数据长度（辨识时间）；开环还是闭环辨识；离线辨识还是在线辨识。

3. 模型结构的确定

根据辨识目的及先验知识，先假定一个模型的类型，包括模型的结构和参数的多少。应知，这个事先假定的模型不一定是最终的模型，它完全可能在模型检验过程中被修改。

4. 参数估计

在假设模型结构的基础上，根据实验数据，利用各类辨识算法确定模型的各个参数。这项工作是系统辨识的主要工作内容。

5. 模型检验

将所得到的模型与真实系统进行对比试验,观察其特性是否符合要求。若相差过大,则需对辨识实验设计、模型结构等进行修改,然后再辨识出新的模型。

第四节 数学模型的描述方法

在建立数学模型时,首先遇到的问题是过程数学模型采用什么样的描述方法。由于实际的工业过程机理非常复杂,在建模过程中只能采用近似的描述方法。按照不同的建模目的,可以采用不同的描述方法。这些内容在有关控制理论的课程中均已涉及,故本节只说明主要的有关结论。

一、输入输出模型

这种模型是以过程输入输出关系来描述过程的动态特性的,又称为外部描述。按时间变量是连续采样的还是分段采样的不同,可分为连续的和离散的两类。

连续型输入输出模型表达式是线性常系数微分方程,如

$$\begin{aligned} \frac{d^n y(t)}{dt^n} + a_1 \frac{d^{n-1} y(t)}{dt^{n-1}} + \cdots + a_{n-1} \frac{dy(t)}{dt} + a_n y(t) \\ = b_1 \frac{d^{n-1} u(t)}{dt^{n-1}} + \cdots + b_{n-1} \frac{du(t)}{dt} + b_n u(t) \end{aligned} \quad (1-4-1)$$

式中: $a_1, \dots, a_n, b_1, \dots, b_n$ 为模型的结构参数; $y(t), u(t)$ 为输出、输入变量。

用传递函数表示时,上式变为

$$\begin{aligned} G(s) &= \frac{Y(s)}{U(s)} \\ &= \frac{b_1 s^{n-1} + \cdots + b_{n-1} s + b_n}{s^n + a_1 s^{n-1} + \cdots + a_{n-1} s + a_n} \end{aligned} \quad (1-4-2)$$

系统输入输出与单位脉冲响应 $g(t)$ 的关系是

$$y(t) = \int_0^\infty g(\tau) u(t - \tau) d\tau \quad (1-4-3)$$

离散型输入输出模型表达式是差分方程,如

$$\begin{aligned} y(k) + a_1 y(k-1) + \cdots + a_n y(k-n) = b_1 u(k-1) + \cdots \\ + b_n u(k-n) \end{aligned} \quad (1-4-4)$$

或写成下面形式:

$$y(k) + \sum_{i=1}^n a_i y(k-i) = \sum_{i=1}^n b_i u(k-i) \quad (1-4-5)$$

引进运算子 z , 定义

$$z^{-1} y(k) = y(k-1)$$

并引进多项式:

$$A(z^{-1}) = 1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2} + \cdots + a_n z^{-n}$$

$$B(z^{-1}) = b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2} + \cdots + b_n z^{-n}$$

则式 (1-4-4) 可写成如下形式:

$$A(z^{-1})y(k) = B(z^{-1})u(k) \quad (1-4-6)$$

对式 (1-4-4) 在零初始条件下进行 z 变换, 可得脉冲传递函数

$$\begin{aligned} G(z) &= \frac{Y(z)}{U(z)} \\ &= \frac{b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2} + \cdots + b_n z^{-n}}{1 + a_1 z^{-1} + \cdots + a_n z^{-n}} \\ &= \frac{B(z^{-1})}{A(z^{-1})} \end{aligned} \quad (1-4-7)$$

离散时输入输出和单位脉冲响应的关系是:

$$y(k) = \Delta t \sum_{i=0}^{\infty} g(i)u(k-i) \quad (1-4-8)$$

式中: Δt 是采样周期。

二、状态空间模型

这类模型是用状态方程描述过程内部和外部关系的。线性定常系统状态空间模型是:

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= Ax(t) + bu(t) \\ y(t) &= Cx(t) \end{aligned} \quad (1-4-9)$$

式中: $x(t)$ 为状态变量(向量); $y(t)$, $u(t)$ 为输出量和输入量; A, b, C 为系统矩阵、输入矩阵、输出矩阵。对应的传递函数阵为

$$G(s) = C(sI - Ab)^{-1} \quad (1-4-10)$$

对式 (1-4-9) 中状态变量进行线性变换后, 可得到可控和可观规范型状态方程。

离散型状态空间模型为

$$\begin{aligned} x(k+1) &= Ax(k) + bu(k) \\ y(k) &= Cx(k) \end{aligned} \quad (1-4-11)$$

对应的脉冲传递函数为

$$G(z^{-1}) = C(zI - A)^{-1}b \quad (1-4-12)$$

三、随机模型

在上述讨论中, 输入输出中均未考虑噪声干扰, 模型称之为确定性模型。实际上, 对于一个系统而言, 凡是外界对该系统的作用都可看作系统输入。输入可分为几种不同的情况: 按要求输入系统的控制作用; 不可控、但可准确描述的一些扰动作用; 既不能加以控制、又无法准确描述的输入, 称之为干扰(噪声)。如果干扰是随机性的, 则称之为随机干扰(噪声), 例如, 放大器中电子噪声形成的夹杂在有效信号中的噪声干扰。由于噪声的存在, 实际上所得到的模型数据均被噪声所污染, 从而引起不同程度的失真。所以, 必须用随机模型来描述系统动态特性。所谓随机模型, 就是在确定性模型基础上以叠加方式考虑噪声影响的数学模型。实际系统中, 噪声的来源是很多的, 但在数学模型中均用一个等效的噪声来表示。

对于式 (1-4-7) 所示确定性模型, 用 $\omega(k)$ 代表过程噪声, 则过程输出变量为

$$y(k) = \frac{B(z^{-1})}{A(z^{-1})}m(k) + \frac{1}{A(z^{-1})}\omega(k) \quad (1-4-13)$$

式中: $m(k)$ 为确定性系统的输入量。

在测量系统的输入量时, 包含了输入侧的测量噪声 $s(k)$, 故输入量实测值 $u(k)$ 为

$$u(k) = m(k) + s(k) \quad (1-4-14)$$

在测量系统的输出量时, 包含了输出侧的测量噪声 $w(k)$, 故输出量实测值 $Z(k)$ 为

$$Z(k) = y(k) + w(k) \quad (1-4-15)$$

由式 (1-4-13) ~ 式 (1-4-15) 可得随机模型表达式为

$$Z(k) = \frac{B(z^{-1})}{A(z^{-1})} u(k) + e(k) \quad (1-4-16)$$

$$e(k) = w(k) + \frac{1}{A(z^{-1})} \omega(k) - \frac{B(z^{-1})}{A(z^{-1})} s(k) \quad (1-4-17)$$

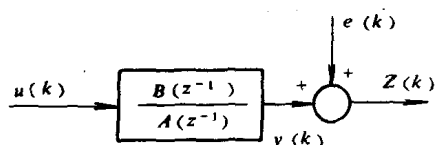


图 1-3 随机模型方框图

上式关系可用图 1-3 表示。其中噪声 $e(k)$ 包含了 $\omega(k)$ 、 $s(k)$ 、 $w(k)$, 它们各有自己的来源, 即或它们都是白噪声, 但是噪声 $e(k)$ 也是有色噪声, 即噪声序列中每一时刻的噪声和另一时刻的噪声是相关的, 这将为辨识工作带来许多困难。可以证明, 在一定条件下, 采用一个所谓成形滤波器, 有色噪声 $e(k)$ 可用白噪声 $v(k)$ 来描述, 其脉冲传递函数为

$$N(z^{-1}) = \frac{e(k)}{v(k)} = \frac{D(z^{-1})}{C(z^{-1})} \quad (1-4-18)$$

上式称为噪声模型, 也可表示为

$$C(z^{-1})e(k) = D(z^{-1})v(k) \quad (1-4-19)$$

式中: $v(k)$ 为白噪声; $C(z^{-1}) = 1 + c_1 z^{-1} + \dots + c_n z^{-n}$; $D(z^{-1}) = 1 + d_1 z^{-1} + \dots + d_n z^{-n}$ 。

这时随机模型的结构如图 1-4 所示。

在辨识时遇到的模型都是随机性的, 常用的有以下几种形式:

(1) 线性回归模型:

$$A(z^{-1})Z(k) = B(z^{-1})u(k) + e(k) \quad (1-4-20)$$

(2) 最小二乘模型:

$$A(z^{-1})Z(k) = B(z^{-1})u(k) + u(k) \quad (1-4-21)$$

(3) CARMA (受控自回归滑动平均模型) 模型:

$$A(z^{-1})Z(k) = B(z^{-1})u(k) + D(z^{-1})v(k) \quad (1-4-22)$$

(4) DA 模型 (Dynamic Adjustment Model):

$$A(z^{-1})Z(k) = B(z^{-1})u(k) + \frac{1}{C(z^{-1})}v(k) \quad (1-4-23)$$

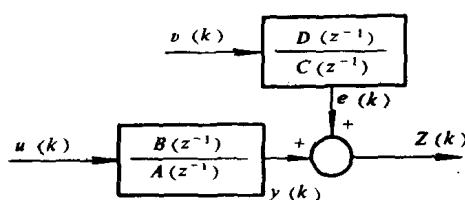


图 1-4 随机模型的一般结构

式中: $e(k)$ 为有色噪声; $v(k)$ 为白色噪声。

习 题

- 1-1 说明数学模型的意义和用途。
- 1-2 根据辨识定义,说明辨识的原理。
- 1-3 结合你所熟习的工业对象,设计其辨识模型的步骤。

第二章 用理论建模方法建立热工控制对象数学模型

第一节 概 述

这一章主要讨论如何应用理论建模方法建立热工控制对象的数学模型。本书中所谓热工控制对象，主要是指电站锅炉和汽轮机。众所周知，电站锅炉和汽轮机是目前最复杂的热工控制对象之一，本章不可能讨论其所有部件的数学模型建立方法，只能以某些典型部件为实例，介绍理论建模方法应用于热工控制对象时，其分析、解决问题的方法。

电站热工控制对象数学模型具有以下特点：

(1) 复杂的工作过程。锅炉和汽轮机在运行时，由煤的燃烧到产生蒸汽，进而推动汽轮机转子旋转，同时存在着多种化学和物理变化过程，各种过程之间存在着交叉的影响，这为建模造成许多困难。为此，在建模之前通常都要进行一些假设，忽略掉一些次要因素，然后再建立原始基本方程式。例如，炉水加药在锅内产生的化学反应不影响锅炉的动态特性，在建模时可不予考虑；炉内燃烧过程与工质温度、压力变化相比，其变化过程进行得非常快，可以忽略其动态过程，认为是在瞬间完成的，可用静态模型（代数方程）表示。另外，汽水分离、汽水两相流、煤粉空气两相流等问题，其静态模型的建立还存在许多问题，在建立与其有关的动态模型时只能用简化假设的办法解决。

(2) 多变量和多回路。锅炉的输入量很多，如燃料量、空气量、给水量、减温水量、排污量、再循环烟气量等。输出量也很多，如汽水工质各处的温度和压力、蒸汽流量等。上述各变量之间互相交叉影响，故回路是一个非常复杂的多变量多回路系统。

(3) 分布参数。所谓分布参数模型，是指其各个参数不仅是时间的函数，而且还是空间的函数。这种模型需要用偏微分方程来描述，在建立和应用过程中都有许多不方便之处。锅炉设备占有很大空间，各处参数均不相同，具有典型的分布参数特点。通常都是把整个通道分成若干区段，进行适当简化之后按集中参数模型处理。

(4) 非线性。由于锅炉中的工质参数在不同状态下差别很大，各信号之间不满足叠加原理，故具有明显的非线性特点。例如，水蒸气的热力学参数（温度、压力、焓等）之间的关系是非线性的，为此，只能采用在小范围内的变化，按线性化系统处理。

(5) 速度不同的各种动态过程交织在一起。在锅炉和汽轮机内部，各种动态过程进行的速度相差很大。例如汽轮机功率变化和锅炉温度、压力的变化相比，前者要比后者快得多；在汽水流动过程中，压力和流量变化很快，而温度和焓的变化则慢得多。这种快慢相差很大的混合过程称之为“病态”过程，在建模时要分别进行处理。例如，在研究焓-温通道时，认为压力、流量变化是瞬间完成的；反之，在研究压力-流量通道时，认为温度和焓在短期内是不变的。

由于上述特点的存在,企图用一个微分方程组建立整个锅炉和汽轮机的数学模型是不可能的。下面对建模中的两个主要问题进行必要的说明。

一、复杂对象环节的划分

从理论上讲,一个复杂的对象中的环节划分愈细,模型愈接近实际,但要建立的微分方程也愈多,势必会造成计算过程中累积误差增大,也增加了求解的困难。所以,划分环节时要对上述各种因素综合考虑,结合实际设备的情况进行。通常情况下,热负荷接近的受热面划分为一个环节,比较大的非受热部件(如联箱)可单独作为一个环节。在划分环节时还要考虑输入输出信号应在环节分界处,如减温器应作为一个单独的环节。

二、非线性环节的线性化

对于非线性环节,通常假设在稳态工作点附近偏离很小,即研究小扰动时的情况,并实现线性化处理。

设输入 x 与输出 y 之间有如下非线性函数关系:

$$y = f(x) \quad (2-1-1)$$

设稳态工作点为 (x_0, y_0) , 上式在 (x_0, y_0) 点展开成泰勒级数:

$$y = f(x_0) + \left. \frac{df}{dx} \right|_{x=x_0} (x - x_0) + \frac{1}{2!} \left. \frac{d^2f}{dx^2} \right|_{x=x_0} (x - x_0)^2 + \dots \quad (2-1-2)$$

若 x 在小范围内变化,则可忽略 $(x - x_0)$ 的高次项,可得

$$y \approx f(x_0) + \left. \frac{df}{dx} \right|_{x=x_0} (x - x_0) = y_0 + k\Delta x \quad (2-1-3)$$

或者写成增量形式:

$$\Delta y \approx k\Delta x \quad (2-1-4)$$

各种多变量非线性方程的处理办法是相似的。以两个输入变量的非线性方程为例,在稳态工作点附近的线性化模型为

$$y - y_0 \approx k_1(x_1 - x_{10}) + k_2(x_2 - x_{20})$$

或

$$\Delta y = k_1\Delta x_1 + k_2\Delta x_2 \quad (2-1-5)$$

式中: $y = f(x_1, x_2)$; $y_0 = f(x_{10}, x_{20})$; $k_1 = \left. \frac{\partial f}{\partial x_1} \right|_{x_1=x_{10}, x_2=x_{20}}$; $k_2 = \left. \frac{\partial f}{\partial x_2} \right|_{x_1=x_{10}, x_2=x_{20}}$

各种非线性微分方程的线性化方法也是相似的。设非线性微分方程为

$$f(y, \dot{y}, \ddot{y}, x, \dot{x}) = \varphi(v, \dot{v}) \quad (2-1-6)$$

式中: y 、 x 、 v 分别为环节的输出、输入和扰动信号。设 $y = y_0$, $x = x_0$, $v = v_0$ 为稳态工作点, 即有

$$f(y_0, 0, 0, x_0, 0) = \varphi(v_0, 0) \quad (2-1-7)$$

按小扰动观点, y_0 、 x_0 、 v_0 点展开为泰勒级数, 并略去 Δy 、 $\Delta \dot{y}$ 、 $\Delta \ddot{y}$ 、 Δx 、 $\Delta \dot{x}$ 、 Δv 、

$\Delta \dot{v}$ 的高阶项后, 得到

$$\begin{aligned} & f(y_0, 0, 0, x_0, 0) + \left. \frac{\partial f}{\partial y} \right|_0 \Delta y + \left. \frac{\partial f}{\partial y} \right|_0 \Delta \dot{y} + \left. \frac{\partial f}{\partial y} \right|_0 \Delta \ddot{y} + \left. \frac{\partial f}{\partial x} \right|_0 \Delta x + \left. \frac{\partial f}{\partial x} \right|_0 \Delta \dot{x} \\ & = \varphi(v_0, 0) + \left. \frac{\partial \varphi}{\partial v} \right|_0 \Delta v + \left. \frac{\partial \varphi}{\partial v} \right|_0 \Delta \dot{v} \end{aligned} \quad (2-1-8)$$

式中: 角标 0 为 $\frac{\partial f}{\partial y}$ 、 $\frac{\partial f}{\partial x}$ 、 $\frac{\partial \varphi}{\partial v}$ 在 $y=y_0$ 、 $x=x_0$ 、 $v=v_0$ 的值, 考虑到式 (2-1-7) 后, 式 (2-1-8) 变为

$$\left. \frac{\partial f}{\partial y} \right|_0 \Delta y + \left. \frac{\partial f}{\partial y} \right|_0 \Delta \dot{y} + \left. \frac{\partial f}{\partial y} \right|_0 \Delta \ddot{y} + \left. \frac{\partial f}{\partial x} \right|_0 \Delta x + \left. \frac{\partial f}{\partial x} \right|_0 \Delta \dot{x} = \left. \frac{\partial \varphi}{\partial v} \right|_0 \Delta v + \left. \frac{\partial \varphi}{\partial v} \right|_0 \Delta \dot{v} \quad (2-1-9)$$

$$\begin{aligned} \text{或} \quad & \left. \frac{\partial f}{\partial y} \right|_0 \Delta \ddot{y} + \left. \frac{\partial f}{\partial y} \right|_0 \Delta \dot{y} + \left. \frac{\partial f}{\partial y} \right|_0 \Delta y \\ & = \left. \frac{\partial f}{\partial x} \right|_0 \Delta \dot{x} + \left. \frac{\partial f}{\partial x} \right|_0 \Delta x + \left. \frac{\partial \varphi}{\partial v} \right|_0 \Delta \dot{v} + \left. \frac{\partial \varphi}{\partial v} \right|_0 \Delta v \end{aligned} \quad (2-1-9a)$$

式 (2-1-9)、式 (2-1-9a) 称为线性化增量方程。

第二节 炉膛的数学模型

炉膛内的燃烧过程进行得很快, 尤其是急剧的放热阶段, 几乎是瞬间完成的。因此, 当把炉膛作为一个整体来研究时, 由于烟气侧的动态过程比工质侧快得多, 通常可以忽略烟气侧动态过程对工质侧的影响, 可将烟气侧动态特性按静态处理, 即用代数方程描述各变量间的关系。但是, 当单独研究烟气侧动态特性时, 则应用动态模型的观点进行研究, 由于烟气侧动态过程比工质侧快得多, 可以认为在烟气侧动态过程中工质侧状态近似不变, 即忽略其对烟气侧的影响, 这样烟气侧与工质侧之间的作用是单向性的。

炉膛中进行着复杂的空气动力学、物理和化学过程, 表征炉膛工况的各种参数是时间和空间的函数, 所以炉膛实际上是一个分布参数模型。但是, 在通常情况下都是按集中参数模型处理的。这时模型的输入量是进入炉膛的燃料量 B 、进入炉膛的空气流量 D_K 、进入炉膛的空气温度 t_K 以及炉膛出口烟气流 D_y 。模型的输出量是炉膛出口烟气温度 t_y 、水冷壁吸热量 Q 和炉膛压力 p_l 。上述各输入、输出量中, 燃料量、空气温度与炉膛出口烟气温度、水冷壁吸热量之间的关系比较复杂, 也比较重要, 故下面仅推导它们之间的数学模型。

在建立炉膛数学模型过程中, 作以下几点假设:

- (1) 炉膛是一个集中参数模型, 即认为火焰和各受热面状态在空间上是均匀分布的;
- (2) 火焰向水冷壁传递的热量全部通过辐射方式实现;
- (3) 忽略炉膛向周围环境的散热损失;
- (4) 因为烟气密度 ρ_y 很小, 认为其是常数, 即忽略烟气质量变化;
- (5) 水冷壁金属温度 t_j 近似等于工质饱和温度 t_{bh} , 且为常数;

(6) 炉膛中过量空气系数 α 为常数。

根据炉膛内部运行机理, 可以列出下列原始基本方程:

热量平衡方程:

$$V_L c_y \frac{dt_y}{d\tau} = B Q_d^y \eta + D_k c_k t_k - D_y c_y t_y - Q_f \quad (2-2-1)$$

式中: V_L 为炉膛中烟气容积; c_y 为烟气比热; B 为进入炉膛燃料量; Q_d^y 为燃料低位发热量; η 为炉内燃烧效率; D_k 、 c_k 、 t_k 为进入炉膛空气的流量、比热和温度; D_y 、 c_y 、 t_y 为流出炉膛烟气的流量、比热和温度; Q_f 为炉膛辐射受热面吸收的辐射热量。

炉膛辐射传热量方程:

$$Q_f = K_f (T_y^4 - T_{hb}^4) \quad (2-2-2)$$

式中: K_f 为辐射传热系数; T_{hb} 为水冷壁灰壁层的热力学温度。

水冷壁灰壁层热平衡方程:

$$Q_f - Q = m_{hb} c_{hb} \frac{dt_{hb}}{d\tau} \quad (2-2-3)$$

式中: Q 为经灰壁层传给水冷壁的热量; m_{hb} 、 c_{hb} 、 t_{hb} 为灰壁层的质量、比热和温度。

水冷壁与灰壁层之间的换热方程:

$$Q = \frac{A_f}{\epsilon} (t_{hb} - t_j) \quad (2-2-4)$$

式中: ϵ 为灰壁层热阻的折合系数; A_f 为灰壁层与水冷壁之间传热面积; t_j 为水冷壁金属温度。

方程 (2-2-1) ~ 方程 (2-2-4) 是描述炉膛数学模型的四个基本方程。为简化方便起见, 首先将四个方程线性化, 并写成增量方程形式, 可得

$$V_L c_y \frac{d\Delta t_y}{d\tau} = Q_d^y \eta \Delta B + D_k c_k \Delta t_k - D_y c_y \Delta t_y - \Delta Q_f \quad (2-2-1a)$$

$$\Delta Q_f = 4K_f T_{y0}^3 \Delta t_y - 4K_f T_{hb0}^3 \Delta t_{hb} \quad (2-2-2a)$$

$$\Delta Q_f - \Delta Q = m_{hb} c_{hb} \frac{d\Delta t_{hb}}{d\tau} \quad (2-2-3a)$$

$$\Delta Q = \frac{A_f}{\epsilon} \Delta t_{hb} \quad (2-2-4a)$$

式中: 角标 0 为稳态工作点值。

将式 (2-2-2a) 代入式 (2-2-1a) 中, 经整理后, 可得

$$\tau_y \frac{d\Delta t_y}{d\tau} + \Delta t_y = \alpha_1 \Delta B + \alpha_2 \Delta t_k + \alpha_3 \Delta t_{hb} \quad (2-2-5)$$

$$\text{式中 } \tau_y = \frac{V_L c_y}{D_y c_y + 4K_f T_{y0}^3}; \alpha_1 = \frac{Q_d^y \eta}{D_y c_y + 4K_f T_{y0}^3}; \alpha_2 = \frac{D_k c_k}{D_y c_y + 4K_f T_{y0}^3}; \alpha_3 = \frac{4K_f T_{hb0}^3}{D_y c_y + 4K_f T_{y0}^3}$$