



# 多变量自适应 解耦控制及应用

柴天佑 著



科学出版社

国家科学技术学术著作出版基金资助出版

# 多变量自适应解耦控制及应用

柴天佑 著

科学出版社

2001

## 内 容 简 介

本书是目前国内第一本系统介绍多变量自适应解耦控制的专著。大部分内容取材于作者及其学生多年来在这一领域的研究成果。主要内容包括：多变量自适应控制算法、基于极点配置的多变量自适应解耦控制算法、基于广义最小方差的多变量自适应开环解耦控制算法、基于前馈控制的多变量自适应闭环解耦控制算法、基于广义预测的多变量自适应解耦控制算法、多变量 PID 自适应解耦控制算法、针对非线性多变量系统的神经网络解耦控制算法,以及上述相关算法的稳定性和收敛性的分析,并介绍了多变量自适应解耦控制在复杂工业过程中的几个成功应用实例。

本书起点高、覆盖广,基本上反应了该领域的最新研究成果。本书既可作为高等院校自动控制专业以及相关专业的研究生教材,也可作为从事工业过程控制的科技工作者的参考书。

### 图书在版编目(CIP)数据

多变量自适应解耦控制及应用/柴天佑著.-北京:科学出版社,2001  
ISBN 7-03-009061-6

I. 多… II. 柴… III. 多变量-自适应控制-解耦系统 IV. TP271

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2000)第 81894 号

科学出版社 出版

北京东黄城根北街 16 号  
邮政编码:100717

新蕾印刷厂 印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

2001 年 3 月第 一 版 开本: 787×1092 1/16  
2001 年 3 月第一次印刷 印张: 13  
印数: 1—3 000 字数: 295 000

定价:25.00 元

(如有印装质量问题,我社负责调换〈杨中〉)



## 前 言

现代复杂工业过程中,广泛存在着多变量、强耦合、受不确定因素影响、生产条件及工况变化大的问题,从而使基于常规控制策略的控制系统无法投入运行,或运行效果不好,严重地影响生产安全和经济效益。解决上述问题的关键,就在于如何实现工业过程的自适应解耦控制。因此,多变量自适应解耦控制成为近年来控制理论和控制工程界共同关注的热点研究领域。

本书作者首先提出“多变量系统自适应解耦控制”的研究方向,并在该领域进行了长期系统深入的研究,对所提出的自适应解耦控制算法进行了工程化研究,使其成功应用于实际工业过程,并取得了明显的应用成效。鉴于在这一领域国内外尚无专著出版,众多成果只能散见于期刊文献之中,因此决定将这一领域的具有国际先进水平的成果进行系统整理,以填补学术出版方面的空白,满足学术界和工程界的迫切需要。

多变量自适应解耦控制虽然是一门新兴领域,但内容十分丰富,本书力图在有限的篇幅内对这一领域的研究成果作出尽可能详细、全面的介绍。作为预备知识,书中首先介绍了多变量系统的模型、辨识算法及多变量自适应控制算法,随后,系统地介绍了基于极点配置的多变量自适应解耦控制算法、基于广义最小方差的多变量自适应开环解耦控制算法、基于前馈控制的多变量自适应闭环解耦控制算法、基于广义预测的多变量自适应解耦控制算法、多变量 PID 自适应解耦控制算法、针对非线性多变量系统的神经网络解耦控制算法,以及相关算法的稳定性和收敛性的分析,最后介绍了多变量自适应解耦控制在复杂工业过程中的几个成功应用实例。

本书既可以作为高等院校自动控制专业以及相关专业的研究生教材,也可供从事工业过程控制的科技工作者参考。

本书的出版得到了国家科学技术著作出版基金的资助,作者表示衷心的感谢。本书介绍的研究成果得到了国家自然科学基金、国家“863”/CIMS 高技术计划的支持,还得到了东北大学自动化研究中心以及作者的学生岳恒博士、白焰教授、张振山博士、余文博士、王纲教授、毛可智博士、秦晓凡硕士等的支持,作者的学生、东北大学自动化研究中心的岳恒博士、王昕博士、周晓杰讲师等参加了本书的整理和校对工作,在此作者一并致谢。

限于作者水平,书中缺点和错误在所难免,殷切希望广大读者批评指正。

# 目 录

<b>第一章 绪论</b> .....	1
1.1 多变量自适应解耦控制的研究对象和特点 .....	1
1.2 多变量自适应解耦控制的主要类型 .....	2
1.3 多变量自适应解耦控制的理论问题 .....	3
1.3.1 全局收敛性 .....	3
1.3.2 鲁棒性 .....	3
1.3.3 其他的理论问题 .....	4
1.4 多变量自适应解耦控制技术的应用概况 .....	4
<b>第二章 多变量自适应控制算法</b> .....	5
2.1 引言 .....	5
2.2 多变量动态系统的模型 .....	5
2.2.1 确定性多变量自回归滑动平均模型 .....	5
2.2.2 随机多变量 CARMA 模型 .....	6
2.2.3 带有可测干扰的多变量 ARMA 模型 .....	7
2.3 多变量系统的参数估计 .....	7
2.3.1 递推最小二乘法 .....	8
2.3.2 递推修正最小二乘法 .....	12
2.3.3 随机梯度法 .....	20
2.4 多变量自校正调节器.....	24
2.4.1 多变量最小方差调节律 .....	24
2.4.2 自校正最小方差调节器 .....	26
2.4.3 仿真 .....	27
2.5 多变量自校正控制器.....	30
2.5.1 广义最小方差控制器 .....	30
2.5.2 自校正控制器 .....	34
2.5.3 仿真 .....	37
2.6 多变量极点配置自校正控制器.....	38
2.6.1 极点配置控制器 .....	38
2.6.2 直接自校正控制算法 .....	40
2.6.3 仿真 .....	41
2.7 具有极点配置的多变量广义自校正控制器.....	42
2.7.1 具有极点配置的广义最小方差控制器 .....	42
2.7.2 直接自校正控制算法 .....	44

2.7.3	全局收敛性分析 .....	45
2.8	多变量自校正前馈控制器.....	46
2.8.1	基于广义最小方差策略的前馈控制器 .....	46
2.8.2	自校正控制算法 .....	48
2.8.3	全局收敛性和参数估计的强相容性分析 .....	49
2.8.4	仿真 .....	53
2.9	多变量自校正 PID 控制器 .....	55
2.9.1	多变量 PID 控制器设计 .....	55
2.9.2	自校正 PID 控制算法 .....	57
2.9.3	全局收敛性分析 .....	57
2.9.4	仿真 .....	57
2.10	小结 .....	59
<b>第三章</b>	<b>基于极点配置的多变量自适应解耦控制算法 .....</b>	<b>60</b>
3.1	引言.....	60
3.2	极点配置自适应解耦控制算法.....	60
3.2.1	极点配置解耦控制器设计.....	60
3.2.2	自适应解耦算法 .....	63
3.2.3	全局收敛性分析 .....	65
3.3	具有极点配置的广义最小方差自适应解耦控制算法.....	66
3.3.1	广义最小方差解耦控制器设计 .....	67
3.3.2	自适应解耦算法 .....	72
3.3.3	仿真 .....	73
3.4	小结.....	74
<b>第四章</b>	<b>基于广义最小方差控制的多变量自适应开环解耦控制算法 .....</b>	<b>75</b>
4.1	引言.....	75
4.2	基于广义最小方差的多变量自适应开环解耦控制算法.....	75
4.2.1	广义最小方差解耦控制器设计 .....	75
4.2.2	自适应解耦算法 .....	79
4.2.3	全局收敛性分析 .....	80
4.2.4	仿真 .....	86
4.3	小结.....	88
<b>第五章</b>	<b>基于前馈控制的多变量自适应闭环解耦控制算法 .....</b>	<b>89</b>
5.1	引言.....	89
5.2	基于前馈控制的间接自适应闭环解耦控制算法.....	89
5.2.1	广义最小方差解耦控制器设计 .....	89
5.2.2	间接自适应解耦算法 .....	91
5.2.3	全局收敛性分析 .....	93
5.2.4	仿真 .....	95

5.3	基于前馈控制的直接自适应闭环解耦控制算法	96
5.3.1	广义最小方差解耦控制器设计	96
5.3.2	自适应解耦算法	101
5.3.3	全局收敛性分析	103
5.3.4	仿真	110
5.4	小结	112
<b>第六章</b>	<b>基于广义预测控制的多变量自适应解耦控制算法</b>	<b>113</b>
6.1	引言	113
6.2	基于广义预测的多变量自适应解耦控制算法	113
6.2.1	广义预测解耦控制器设计	113
6.2.2	自适应解耦算法	117
6.2.3	仿真	117
6.3	小结	120
<b>第七章</b>	<b>多变量 PID 自适应解耦控制算法</b>	<b>121</b>
7.1	引言	121
7.2	多变量 PID 自适应解耦控制算法	121
7.2.1	多变量 PID 解耦控制器设计	121
7.2.2	自适应解耦算法	124
7.2.3	全局收敛性分析	125
7.2.4	仿真	127
7.3	小结	128
<b>第八章</b>	<b>多变量非线性系统的神经网络自适应解耦控制算法</b>	<b>129</b>
8.1	引言	129
8.2	神经网络简介	130
8.2.1	BP 网络	130
8.2.2	RBF 网络	131
8.3	单变量非线性系统的神经网络自适应前馈控制算法	131
8.3.1	前馈控制器设计	131
8.3.2	神经网络自适应前馈控制算法	146
8.3.3	局部收敛性分析	147
8.3.4	仿真	152
8.4	多变量非线性系统神经网络自适应解耦控制算法	155
8.4.1	解耦控制器设计	155
8.4.2	神经网络自适应解耦控制算法	159
8.4.3	仿真	160
8.5	多变量非线性系统的神经网络广义预测自适应解耦控制算法	162
8.5.1	广义预测解耦控制器设计	162
8.5.2	神经网络广义预测自适应解耦控制算法	164

8.5.3	仿真	166
8.6	多变量非线性系统的神经网络自适应开环解耦控制算法	169
8.7	小结	171
<b>第九章</b>	<b>多变量自适应解耦控制技术在复杂工业过程中的应用举例</b>	<b>172</b>
9.1	引言	172
9.2	多变量自适应解耦控制技术	172
9.3	工业电加热炉的多变量自适应解耦控制	173
9.3.1	工业电加热炉模型	173
9.3.2	工业电加热炉的多变量自适应解耦控制	174
9.3.3	实际控制结果	174
9.4	化工精馏塔的多变量自适应解耦控制	175
9.4.1	化工精馏塔简介	175
9.4.2	精馏塔模型	176
9.4.3	多变量自适应解耦控制算法	176
9.4.4	仿真	176
9.4.5	实际控制效果	176
9.5	钢球磨中储式制粉系统的神经网络解耦控制	178
9.5.1	钢球磨中储式制粉系统简介	179
9.5.2	钢球磨中储式制粉系统的数学模型	180
9.5.3	神经网络解耦补偿器设计	181
9.5.4	工业应用	181
9.6	棒材连轧机立式活套多变量自适应解耦控制	188
9.6.1	立式活套系统模型	188
9.6.2	自适应解耦控制器设计	190
9.6.3	仿真研究与工业应用效果	193
9.7	小结	195
	<b>参考文献</b>	<b>196</b>



# 第一章 绪 论

## 1.1 多变量自适应解耦控制的研究对象和特点

工业生产过程控制中的被控对象往往是多输入多输出系统(MIMO),如冶金工业中的钢坯加热炉的多段炉温,轧机中的厚度与板形;电力工业中发电机组的蒸汽压力与温度;石化工业中的精馏塔顶部产品成份和流量、底部产品成份和流量;国防工业中的风洞稳定段总压和实验段马赫数等,都是需要控制而又是彼此关联的量。多变量系统的控制就是调整被控系统的多个输入作用使系统输出达到某些指定的目标。多变量系统的回路之间存在着耦合,即系统的某一个输入与系统的所有输出相互影响,或者系统的某一个输出受到所有系统输入的影响。因此为了获得满意的控制效果,必须对多变量系统实现解耦控制。对于确定的线性多变量系统可以采取对角矩阵法<sup>[1~5]</sup>、状态变量法<sup>[6~13]</sup>、相对增益分析法<sup>[14~17]</sup>、特征曲线分析法<sup>[18]</sup>等进行解耦控制,也就是通过解耦补偿器的设计,使解耦补偿器与被控对象组成的广义系统的传递函数矩阵是对角矩阵,从而把一个有耦合影响的多变量系统,化成多个无耦合的单变量系统。

在实际工业过程中,常常遇到的多变量系统具有不确定性,也就是系统的某些参数未知或时变,或受到未知的随机干扰。其原因有:现代工业过程的复杂性;系统所处的外部不确定性环境的影响,不确定变化的运行条件等。显然,这样的被控对象的模型是未知的,而现有的多变量解耦控制系统的设计方法都要求被控对象的模型为已知。对于模型未知的多变量系统可以把参数估计和控制系统设计方法结合起来,设计出多变量自校正或自适应控制器<sup>[19~21]</sup>。如果控制系统的设计方法具有解耦设计,那么设计出的自校正或自适应控制器就是多变量自校正解耦控制器或多变量自适应解耦控制器<sup>[22,23]</sup>。其基本结构如图 1.1.1 和图 1.1.2 所示。

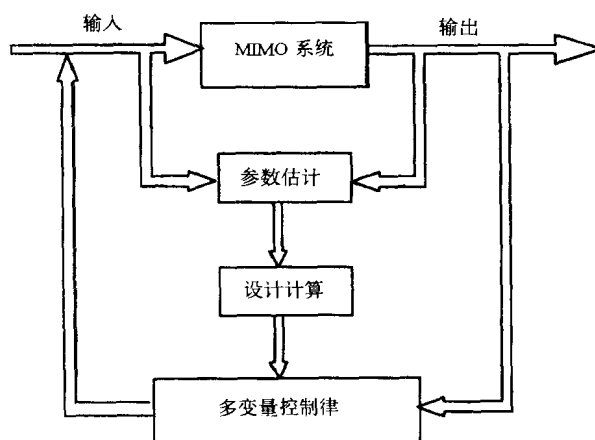


图 1.1.1 多变量自适应控制系统框图

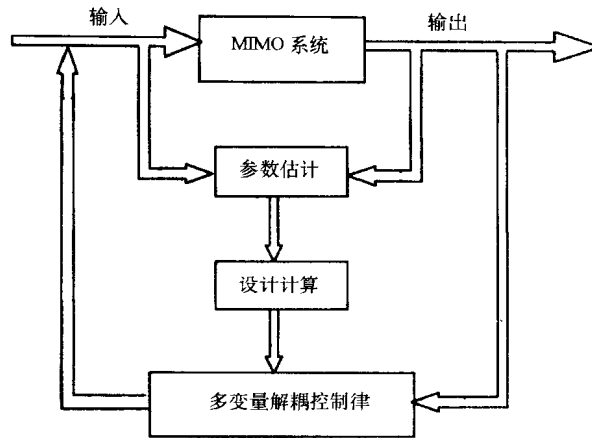


图 1.1.2 多变量自适应解耦控制系统框图

多变量自适应解耦控制的研究始于 20 世纪 80 年代<sup>[22~24]</sup>,很快成为自适应控制和多变量控制的重要研究领域。随着计算机技术的发展,分布式计算机控制系统(DCS)已经广泛地应用于工业过程控制。为了保证生产过程安全可靠地运行,对于不确定性的多变量工业过程,往往考虑成多个单输入单输出的系统,人为地不考虑相互耦合,而 DCS 则采用常规控制理论设计的方法来设计控制系统。这样的控制系统应用于不确定性、强耦合的多变量过程,不是达不到工艺指标的要求,就是难于投入自动运行。工业过程控制的这种实际要求,使工业过程控制的理论家和工程师们开始了各种多变量自适应解耦控制算法的研究<sup>[25~36]</sup>。

多变量自适应控制与单变量自适应控制一样地可分为间接自适应方案(显式自适应)和直接自适应方案(隐式自适应)。间接法就是对被控对象的模型参数进行在线估计,然后用在在线估计的参数值作为参数真值进行控制律设计计算,计算控制律是通过被控对象模型间接得到,因此这种自适应控制算法称为间接自适应控制算法。在某些情况下,可以获得被控对象含有控制律参数的过程模型,这样可以直接在线估计控制律的参数,省去用被控对象模型的参数估计值设计控制律,控制律通过直接估计而得到,因此这种自适应控制算法称为直接自适应控制算法。按照这种分类,多变量自校正调节器<sup>[19]</sup>和多变量自校正控制器<sup>[20]</sup>都属于直接自适应控制算法。文献[24,34~36]提出的多变量自校正解耦控制算法为间接自适应解耦控制算法。文献[22,23,26,27,29,33]提出的多变量自校正解耦控制器为直接自适应解耦控制算法。

## 1.2 多变量自适应解耦控制的主要类型

图 1.1.2 表示了多变量自适应解耦控制系统的一般框图。多变量自适应解耦控制系统的设计从概念上讲是简单的。我们把特定的多变量参数估计方法与任何一个多变量解耦控制律结合,可以提出许多多变量自适应解耦控制算法。当然,有些结合所提出的控制方案是可以实施的,有些结合所提出的控制方案可能完全不能工作或实施。关键是选择合适的参数估计方法和合适的解耦控制律使多变量自适应解耦控制算法简单,便于工程实

施或者具有收敛性和稳定性。某些解耦控制律的设计是针对确定性多变量系统离线进行的,即在控制系统投入运行前就已设计好,一旦控制系统投入运行就不能改变解耦控制律。自适应解耦控制系统的解耦控制律是在线设计的,因此能否选择便于在线实施的解耦控制律是多变量自适应解耦控制的关键。

解耦控制律可以分为开环解耦控制律和闭环解耦控制律。开环解耦控制律是由被控对象的解耦补偿器和控制器组成。解耦补偿器将多变量系统补偿为多个单输入单输出系统,而控制器则将使这些单输入单输出的控制系统达到理想的性能指标,闭环解耦控制律将解耦补偿器和控制器合并起来,统一设计,不仅消除回路间的耦合影响,而且达到所确定的闭环性能指标。

多变量自适应解耦控制算法一般采用的解耦控制律是在多变量自适应控制所采用的控制律的基础上发展起来的。这些常用的控制律是,最小方差调节律、广义最小方差控制律、极点配置控制律,以及最近发展起来的神经网络控制、模糊控制等智能控制策略。采用上述控制律的自适应解耦控制算法<sup>[22~52]</sup>很多,但是从解耦的方式即开环解耦和闭环解耦来分,多变量自适应解耦控制算法则由两大类组成:一类是多变量自适应开环解耦控制算法,一类是多变量自适应闭环解耦控制算法。多变量自适应开环解耦控制算法是将参数估计方法和开环解耦控制律相结合而成,多变量自适应闭环解耦控制算法是将参数估计方法和闭环解耦控制律相结合而成。

### 1.3 多变量自适应解耦控制的理论问题

多变量自适应解耦控制所研究的对象是参数未知的线性多变量系统和随机多变量系统。多变量自适应解耦控制系统同自适应控制系统一样,是一个时变的非线性系统,或时变的非线性随机系统。因此这类系统的分析变得十分困难。为了用多变量自适应解耦控制系统来解决工业过程控制问题,同自适应控制的理论问题一样,控制理论家和工程师感兴趣的主要理论问题是多变量自适应解耦控制系统的全局收敛性和鲁棒性<sup>[24,29,33,53]</sup>。

#### 1.3.1 全局收敛性

多变量自适应解耦控制系统的全局收敛性同自适应控制系统的全局收敛性含义一样,是指自适应系统的稳定性和收敛性。多变量自适应解耦控制系统的稳定性是指,对于被控对象是参数未知的确定性系统,所有的输入和输出有界,对于参数未知的随机系统,所有输入输出均方有界。多变量自适应解耦控制系统的收敛性是指,多变量自适应解耦控制系统的性能收敛到参数已知时设计的控制系统的性能。显然全局收敛性是多变量自适应解耦控制系统能正常工作的前提条件。

#### 1.3.2 鲁棒性

多变量自适应解耦控制系统的鲁棒性同自适应控制系统的鲁棒性一样,是指存在扰动和未建模动态条件下,系统保持其全局收敛性的能力。由于实际系统很难满足设计具有全局收敛性的自适应解耦系统时所需的理想情况下的假定,如一般采用的被控对象模型阶次低于实际系统被控对象的模型阶次,被控对象特性中常附有未计及或很难计及的寄

生高频特性等。此外,系统总是存在输出扰动和测量噪声的影响。这些都可能导致按理想假设条件下设计的全局收敛的自适应解耦控制系统丧失稳定性。因此多变量自适应解耦控制系统的鲁棒性是指多变量自适应解耦控制系统在有界干扰和未建模动态的条件下,所设计的自适应系统仍然具有全局收敛性。如何设计一个具有强鲁棒性的多变量自适应解耦控制系统是当前十分重要的理论课题。

### 1.3.3 其他的理论问题

多变量自适应解耦控制系统的理论问题,远不止上述两个方向。比如,如何改善自适应系统的动态特性,如何简化多变量自适应解耦控制算法,使其简单便于实施,特别是研究便于在自适应情况下实现动态解耦的各种算法,都是有待进一步深入研究、发展和完善的理论课题。

## 1.4 多变量自适应解耦控制技术的应用概况

随着自适应控制理论、方法和技术的深入研究和发​​展以及计算机技术的发展,自适应控制,特别是多变量自适应控制在工业过程中的应用已受到工程界和学术界的广泛关注和重视,并已有不少工业实例。一些商品化的自适应控制器已用来解决工业控制问题。自适应控制思想已渗透到冶金、电力、化工等工业过程的专有控制系统中,形成了商品化的软件,如钢铁工业多架轧机的张力控制、活套控制等软件产品,这些自适应控制软件不仅提高了控制性能,而且有助于提高产品的产量和质量。

近十年来,多变量自适应控制技术在我国的工业生产应用中取得了不少成果<sup>[54]</sup>,如轧辊退火的罩式退火炉多变量自适应控制系统<sup>[55]</sup>,与原有的常规控制系统相比,具有调节精度高、鲁棒性好的优点;造纸厂卡网造纸机的质量和水分的广义预测自校正控制系统<sup>[56]</sup>比原有的常规控制系统的质量和水分控制精度明显提高。

多变量自适应解耦控制也开始应用于工业界,并取得了明显的控制效果。如工业电加热炉上下加热段炉温的多变量自适应解耦控制<sup>[29]</sup>,显著提高了炉温的控制精度;化工精馏塔顶部塔板和底部塔釜的温度的多变量自适应解耦控制<sup>[33]</sup>,显著缩短了过渡过程,提高了产品质量,实现了节能降耗;电力行业中广泛使用的钢球磨中储式制粉系统,采用了神经网络解耦控制技术<sup>[57~59]</sup>,成功地实现了自动控制,解决了该系统长期以来依赖手动控制的问题;大型火力发电机组的机炉协调解耦控制,减少了主蒸汽压力波动,实现了快速升降负荷<sup>[60]</sup>;特殊钢棒材连轧生产线的活套和张力的多变量自适应解耦控制<sup>[61]</sup>,因适应轧件延伸率的时变特性,从而实现了高精度的棒材轧制;在烟叶烘烤系统中进行模糊解耦控制<sup>[62]</sup>,取得了良好的控制效果;文献[63]应用神经网络,实现了核反应堆的解耦控制。本书末将专辟一章介绍我国几个成功应用于工业过程控制中的多变量自适应解耦控制技术的实例。

## 第二章 多变量自适应控制算法

### 2.1 引言

在这一章中,我们首先对确定性多变量动态系统的模型和随机性多变量动态系统的模型做一个简要叙述。这里确定性的含义是指模型能完全描述系统的响应,也就是系统的输出可以精确地预测到,而随机性是指系统的输出预测可以精确到“白噪声”残差(新息)。

我们知道模型响应的确定性质是由一些参数来确定的。工业过程中,有时无法确定系统参数的精确值,这时我们可以采用参数估计来确定这些参数,即可以在适当的实验条件下通过对系统响应的观测来确定这些参数。参数估计方法可以分为在线算法和离线算法两种。离线算法是指在控制系统设计之前,获得所有的输入输出数据,这些数据可以看成是一个完整的信息集合,通过估计算法一次就可以确定系统参数。在线估计算法需要处理序贯数据,按采样周期间隔递推修正参数估计值。由于在自适应控制中直接采用参数在线估计算法,因此我们对多变量系统的在线参数估计算法做简要的介绍。

20世纪80年代单变量自校正调节器<sup>[64]</sup>和自校正控制器<sup>[65]</sup>被推广到多输入多输出系统,产生了多变量自校正调节器<sup>[19]</sup>和多变量自校正控制器<sup>[20]</sup>,各种多变量自适应算法相继提出。本章将介绍针对参数未知的线性确定性多变量系统和参数未知的线性随机多变量系统的各种多变量自适应控制算法,这些多变量自适应控制算法包括:将递推参数估计方法和最小方差调节律、广义最小方差控制律、极点配置控制律、前馈控制律等结合而成的各种多变量自校正或自适应控制算法。我们将较详细地介绍这些多变量自适应控制算法以及他们的全局收敛性。

### 2.2 多变量动态系统的模型

线性多变量有限维系统的模型可以用状态空间模型、差分算子表达式、传递函数矩阵、自回归滑动平均模型来描述。由于采用计算机系统来实现自适应控制方案,因此采用自回归滑动平均模型(ARMA)来描述多变量系统最为方便,本章将采用ARMA模型来描述多变量被控系统。

#### 2.2.1 确定性多变量自回归滑动平均模型

确定性线性多变量系统的现时输出向量可以表达成过去的输出向量和过去的输入向量的线性组合

$$\mathbf{A}_0 \mathbf{y}(t) = - \sum_{j=1}^{n_a} \mathbf{A}_j \mathbf{y}(t-j) + \sum_{j=0}^{n_b} \mathbf{B}_j \mathbf{u}(t-j-k), \quad t \geq 0 \quad (2.2.1)$$

式中,  $\mathbf{A}_0$  为满秩的方阵;  $k$  为时滞;  $\mathbf{y}(t)$  和  $\mathbf{u}(t)$  的维数分别为  $n$  和  $m$ ;  $\mathbf{A}_j$  和  $\mathbf{B}_j$  分别为  $n \times n$

系数矩阵和  $n \times m$  系数矩阵;  $n_a$  和  $n_b$  为系统的阶次。

$y(t)$  的过去值的项称为自回归部分,  $u(t)$  的诸项称为滑动平均部分, 整个模型 (2.2.1) 式则称为确定性的自回归滑动平均模型 (DARMA)。

用  $z^{-1}$  表示后移算子,  $z^{-1}y(t) = y(t-1)$ ,  $t \geq 1$ ,  $z^{-1}y(0) = 0$ , 则模型 (2.2.1) 式可以表示成

$$A(z^{-1})y(t) = B(z^{-1})u(t), \quad t \geq 0 \quad (2.2.2)$$

式中

$$A(z^{-1}) = A_0 + A_1z^{-1} + \cdots + A_{n_a}z^{-n_a}, A_0 \text{ 满秩} \quad (2.2.3)$$

$$B(z^{-1}) = [B_0 + B_1z^{-1} + \cdots + B_{n_b}z^{-n_b}]z^{-k} \quad (2.2.4)$$

一般来说, 对 (2.2.1) 式, 可以在其两边乘上  $A_0^{-1}$  将其标准化, 从而使  $A_0 = I$ , 那么, (2.2.3) 式也可表示为

$$A(z^{-1}) = I + A_1z^{-1} + \cdots + A_{n_a}z^{-n_a} \quad (2.2.5)$$

由 (2.2.2) 式可知,  $T_r(z^{-1}) = A(z^{-1})^{-1}B(z^{-1})$ , 表示模型 (2.2.2) 式的输入输出传递函数矩阵, 假定该传递函数矩阵是严格正则的, 即在每一个输入和输出间存在至少一个单位时滞。我们知道系统 (2.2.2) 式的输出函数能控的充要条件是对于几乎所有的  $z^{-1}$ , 传递函数矩阵的秩等于输出的维数。系统的输出函数能控的含义是指系统的输出可以跟踪给定的期望输出。为此, 我们做如下假设:

**假设 2.2.1** 输入的维数  $m$  等于输出的维数  $n$ , 而且系统传递函数矩阵  $T_r(z^{-1})$  满足

$$\det T_r(z^{-1}) \neq 0, \text{ 对于几乎所有的 } z^{-1}$$

**假设 2.2.2** 传递函数矩阵  $T_r(z^{-1})$  是严格正则的。

**注** 假设 2.2.1 保证输出函数的能控性, 假设 2.2.2 保证在每个输入和输出之间存在的时滞至少大于等于 1。在上述假设下, 一定存在交互矩阵  $T(z)$  满足

$$\lim_{z \rightarrow \infty} T(z)A^{-1}(z^{-1})B(z^{-1}) = K, \quad K \text{ 非奇异} \quad (2.2.6)$$

式中,  $T(z)$  是  $z$  的下三角多项式矩阵<sup>[66]</sup>;  $T(z)$  中的多项式的最高阶次为  $k$ ;  $T(z)$  表示传递函数矩阵的时滞结构。

## 2.2.2 随机多变量 CARMA 模型

随机多变量系统模型类似于确定性多变量系统模型, 但必须考虑随机噪声对系统的干扰。在随机干扰中, 白噪声是最简单的一种, 而实际中我们见得最多的是有色噪声。由谱密度定理我们知道, 有色噪声可以由白噪声通过线性环节来描述。于是设多输入多输出随机系统离散时间线性模型为

$$A(z^{-1})y(t) = B(z^{-1})u(t) + C(z^{-1})\xi(t) \quad (2.2.7)$$

式中,  $u(t)$  和  $y(t)$  是  $n$  维输入和  $n$  维输出向量;  $A(z^{-1}), B(z^{-1})$  是单位后移算子  $z^{-1}$  的多项



式矩阵,定义同(2.2.3)式和(2.2.4)式。 $\xi(t)$ 是系统的驱动噪声,并且满足下列假设条件:

$$E[\xi(t)/F_{t-1}] = 0, \quad \text{a. s.} \quad (2.2.8a)$$

$$\sup E[\|\xi(t)\|^2/F_{t-1}] < \infty, \quad \text{a. s.} \quad (2.2.8b)$$

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \|\xi(t)\|^2 < \infty, \quad \text{a. s.} \quad (2.2.8c)$$

式中, $F_t$ 表示非降子 $\sigma$ -代数族;a. s.表示几乎确定地(almost surely); $C(z^{-1})$ 也是单位后移算子 $z^{-1}$ 的多项式矩阵,代表线性环节。一般我们假定 $C(0)=I$ ,如果不满足这个条件,可以将 $C^{-1}(0)$ 乘入协方差矩阵中,将 $C(0)$ 化为 $C(0)=I$ ;  $C(z^{-1})\xi(t)$ 表示系统受到的随机干扰。

### 2.2.3 带有可测干扰的多变量 ARMA 模型

实际工业过程中,不仅受到随机噪声的影响,而且还经常受到可测干扰的影响。为了更好地研究可测干扰对系统的影响,下面在随机多变量 CARMA 模型的基础上介绍带可测干扰的模型:

$$A(z^{-1})y(t) = B(z^{-1})u(t) + B_2(z^{-1})v(t) + d + C(z^{-1})\xi(t) \quad (2.2.9)$$

式中, $u(t)$ 和 $y(t)$ 是 $n$ 维输入和 $n$ 维输出向量; $\xi(t)$ 是系统的驱动噪声; $A(z^{-1})$ , $B(z^{-1})$ 和 $C(z^{-1})$ 是单位后移算子 $z^{-1}$ 的多项式矩阵,定义同上; $v(t)$ 是可测干扰; $B_2(z^{-1})$ 也是单位后移算子 $z^{-1}$ 的多项式矩阵; $d$ 为系统的 $n$ 维偏差向量。系统结构如图 2.2.1 所示。

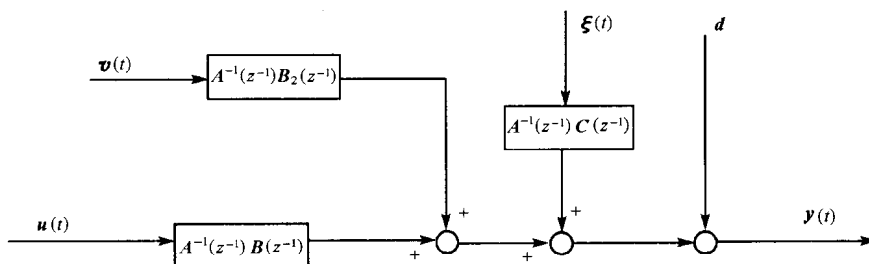


图 2.2.1 带可测干扰的多变量 CARMA 模型

## 2.3 多变量系统的参数估计

多变量自适应控制算法由于采用了参数辨识算法,因而可以对结构已知而参数未知的时不变或慢时变系统进行控制,不同的控制算法与不同的辨识算法相结合可以产生不同的自适应控制算法。下面对本书中用到的辨识算法——递推最小二乘法、递推修正最小二乘法和随机梯度法进行介绍。递推最小二乘法收敛速度快,受噪声的干扰小,在辨识算法中广为采用。但采用递推最小二乘法的自适应控制算法的全局收敛性难于证明,因此,

在具有全局收敛性的自适应控制算法中广泛采用的是递推修正最小二乘法和随机梯度法。

### 2.3.1 递推最小二乘法

考虑用如下多变量随机差分方程描述的  $n$  输入  $n$  输出的多变量随机线性系统：

$$\mathbf{A}(z^{-1})\mathbf{y}(t) = z^{-k}\mathbf{B}(z^{-1})\mathbf{u}(t) + \mathbf{e}(t) \quad (2.3.1)$$

式中,  $k$  为时延;  $\mathbf{u}(t)$  和  $\mathbf{y}(t)$  是  $n$  维输入和  $n$  维输出向量;  $z^{-1}$  代表后移算子;  $\mathbf{e}(t)$  为  $n$  维不可测随机噪声向量; 多项式矩阵  $\mathbf{A}(z^{-1})$  和  $\mathbf{B}(z^{-1})$  都是  $n \times n$  维方阵, 并且具有如下形式:

$$\mathbf{A}(z^{-1}) = \mathbf{I} + \mathbf{A}_1 z^{-1} + \cdots + \mathbf{A}_{n_a} z^{-n_a}$$

$$\mathbf{B}(z^{-1}) = \mathbf{B}_0 + \mathbf{B}_1 z^{-1} + \cdots + \mathbf{B}_{n_b} z^{-n_b}$$

(2.3.1)式等价于

$$\begin{aligned} \mathbf{y}(t) = & -\mathbf{A}_1 \mathbf{y}(t-1) - \cdots - \mathbf{A}_{n_a} \mathbf{y}(t-n_a) \\ & + \mathbf{B}_0 \mathbf{u}(t-k) + \cdots + \mathbf{B}_{n_b} \mathbf{u}(t-k-n_b) + \mathbf{e}(t) \end{aligned}$$

设系统时延  $k$  和系统阶次  $n_a, n_b$  已知。我们的目标是, 根据已知的系统输入输出数据, 对未知的系统参数即组成多项式矩阵  $\mathbf{A}(z^{-1})$  和  $\mathbf{B}(z^{-1})$  的各个多项式的系数进行估计。现分别定义如下的观测数据向量  $\boldsymbol{\varphi}(t)$  和未知参数矩阵  $\boldsymbol{\Theta}$  :

$$\boldsymbol{\varphi}^T(t) = [-\mathbf{y}^T(t-1), \cdots, -\mathbf{y}^T(t-n_a); -\mathbf{u}^T(t-k), \cdots, -\mathbf{u}^T(t-k-n_b)]$$

$$\boldsymbol{\Theta} = [\mathbf{A}_1, \cdots, \mathbf{A}_{n_a}; \mathbf{B}_0, \mathbf{B}_1, \cdots, \mathbf{B}_{n_b}]$$

$$\begin{aligned} &= \begin{bmatrix} a_{11}^1 & a_{12}^1 & \cdots & a_{1n}^1 & a_{11}^2 & \cdots & a_{1n}^2 & a_{11}^0 & b_{12}^0 & \cdots & b_{1n}^0 & b_{11}^1 & \cdots & b_{1n}^1 \\ a_{21}^1 & a_{22}^1 & \cdots & a_{2n}^1 & a_{21}^2 & \cdots & a_{2n}^2 & b_{21}^0 & b_{22}^0 & \cdots & b_{2n}^0 & b_{21}^1 & \cdots & b_{2n}^1 \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{n1}^1 & a_{n2}^1 & \cdots & a_{nn}^1 & a_{n1}^2 & \cdots & a_{nn}^2 & b_{n1}^0 & b_{n2}^0 & \cdots & b_{nn}^0 & b_{n1}^1 & \cdots & b_{nn}^1 \end{bmatrix} \\ &= [\boldsymbol{\theta}_1, \boldsymbol{\theta}_2, \cdots, \boldsymbol{\theta}_n]^T \end{aligned}$$

则系统(2.3.1)式可以表示成如下形式:

$$\mathbf{y}(t) = \boldsymbol{\Theta} \boldsymbol{\varphi}(t) + \mathbf{e}(t)$$

上式的各个分量可表示为

$$y_i(t) = \boldsymbol{\varphi}^T(t) \boldsymbol{\theta}_i + e_i(t); \quad i = 1, 2, \cdots, n \quad (2.3.2)$$

(2.3.2)式具有典型的最小二乘结构, 因此可直接利用单变量系统递推最小二乘法进行参数估计:

$$\begin{cases} \hat{\boldsymbol{\theta}}_i(t+1) = \hat{\boldsymbol{\theta}}_i(t) + \mathbf{K}(t+1)[y_i(t+1) - \boldsymbol{\varphi}^T(t+1) \hat{\boldsymbol{\theta}}_i(t)]; & i = 1, 2, \cdots, n \\ \mathbf{K}(t+1) = \frac{\mathbf{P}(t) \boldsymbol{\varphi}(t+1)}{1 + \boldsymbol{\varphi}^T(t+1) \mathbf{P}(t) \boldsymbol{\varphi}(t+1)} \\ \mathbf{P}(t+1) = [\mathbf{I} - \mathbf{K}(t+1) \boldsymbol{\varphi}^T(t+1)] \mathbf{P}(t) \end{cases}$$

为简明起见,下面对单变量系统的递推最小二乘算法进行推导。多变量系统的递推最小二乘法的推导过程从原理上来讲是一样的,只是符号表达更加复杂。

对于由如下随机差分方程描述的单输入单输出系统:

$$A(z^{-1})y(t) = B(z^{-1})u(t-k) + e(t) \quad (2.3.3)$$

式中,  $k$  为时延;  $u(t)$  和  $y(t)$  是输入和输出变量;  $e(t)$  为不可测随机噪声; 多项式  $A(z^{-1})$  和  $B(z^{-1})$  具有如下形式:

$$A(z^{-1}) = 1 + A_1z^{-1} + \cdots + A_{n_a}z^{-n_a}$$

$$B(z^{-1}) = B_0 + B_1z^{-1} + \cdots + B_{n_b}z^{-n_b}$$

设系统阶次  $n_a, n_b$  和延时  $k$  已知。定义系统的数据向量  $\varphi(t)$  和未知参数向量  $\theta$  分别为

$$\varphi^T(t) = [-y(t-1), -y(t-2), \cdots, -y(t-n_a);$$

$$u(t-k), u(t-k-1), \cdots, u(t-k-n_b)]$$

$$\theta = [a_1, a_2, \cdots, a_{n_a}; b_0, b_1, \cdots, b_{n_b}]^T$$

则系统(2.3.3)可以表示为如下形式:

$$y(t) = \varphi^T(t)\theta + e(t) \quad (2.3.4)$$

记由  $N$  次观测 ( $N \gg n_a + n_b + 1$ ) 数据得到的对未知参数向量  $\theta$  的估计为  $\hat{\theta}$ , 那么, 对于第  $i$  次观测, 实际观测值  $y(i)$  与估计模型计算值  $y_m(i) = \varphi^T(i)\hat{\theta}$  之间的偏差为

$$\begin{aligned} \varepsilon(i) &= y(i) - \varphi^T(i)\hat{\theta} \\ &= \varphi^T(i)(\theta - \hat{\theta}) + e(i) \end{aligned} \quad (2.3.5)$$

$\varepsilon(i)$  称为残差。定义

$$y = \begin{bmatrix} y(1) \\ y(2) \\ \vdots \\ y(N) \end{bmatrix}, \quad \Psi = \begin{bmatrix} \varphi^T(1) \\ \varphi^T(2) \\ \vdots \\ \varphi^T(N) \end{bmatrix}, \quad e = \begin{bmatrix} e(1) \\ e(2) \\ \vdots \\ e(N) \end{bmatrix}, \quad \varepsilon = \begin{bmatrix} \varepsilon(1) \\ \varepsilon(2) \\ \vdots \\ \varepsilon(N) \end{bmatrix}$$

则(2.3.4)式可以表示为

$$y = \Psi\theta + e$$

而(2.3.5)式可以表示为

$$\varepsilon = y - \Psi\hat{\theta} = \Psi(\theta - \hat{\theta}) + e$$

上式表明, 残差  $\varepsilon$  取决于参数拟合误差  $(\theta - \hat{\theta})$  和过程噪声  $e$ 。

引入如下的最小二乘目标函数:

$$J = \varepsilon^T \varepsilon = (y - \Psi\hat{\theta})^T (y - \Psi\hat{\theta}) \quad (2.3.6)$$

我们的目标就是求取使得(2.3.6)式达到极小的  $\hat{\theta}$ , 该值称为未知参数向量  $\theta$  的最小二乘估计, 记为  $\hat{\theta}_{LS}$ 。上述最小二乘问题的解由下面的定理给出。