●高等学校教材

信号与线性系统分析

第三版

吴大正 主编 杨林耀 张永瑞 编

高等教育出版社

第三版前言

《信号与线性系统分析》一书自1986年出版以来已逾十年。根据国家教育委员会1995年颁布的高等工业学校《信号与系统课程教学基本要求》(以下简称基本要求),并结合编者在教学实践中的体会和读者的意见,我们对原书进行了全面的修订。

第三版保留了原书连续与离散并行,先时域后变换域的体系结构和论述清楚、便于教学的特点,根据基本要求对部分章节作了适当的调整、增删。这次修订的主要工作是:

(1) 根据拓宽学生知识面、增强适应性的要求和不同专业的需要,加强了系统模型的概念,削减了电网络分析的内容,增加了一些非电类系统的例、习题,加强了双边z变换。全书从整体上强化了系统方程(微分、差分方程)、图(方框图、信号流图)与系统函数之间的内在联系,以及它们与时域响应、频域响应的关系。

(2) 在近十年的教学实践中,对教学内容和方法不断改进,摸索出一些便于学生理解和掌握的具体讲法,选编了不少既简单又能说明问题的例、习题,这次修订都已反映到教材中。本版重新编写了全书的大部分章、节,并力求概念明确、重点突出、层次清晰、便于阅读和自学。全书注重通过举例阐述具体的分析计算方法,并指明不同条件下灵活运用的措施,注意正文与例题、习题的密切配合,以利于读者更好地理解和掌握基本概念和基本分析方法。

本书配合正文选编了不同层次的习题,题量较多,可酌情选用。书末附有参考答案。索引按主题词汉语拼音顺序排列,以便查阅。

本书由吴大正主编和统稿,杨林耀编写一、二、三、四、八章,张永瑞编写五、六、七章。

全书承清华大学郑君里教授、曹建中教授仔细审阅并提出了许多宝贵意见,谨致以衷心的感谢。

限于编者水平,书中定有不少疏漏和差错,敬请读者赐教。来信请寄西安电子科技大学12系(邮编710071)。

编　者

1997年5月

第二版前言

本书是根据1980年6月高等学校工科电工教材编审委员会扩大会议审订的《信号与系统教学大纲(草案)》编写的。在吴大正主编的《信号与线性网络分析》一书的基础上,依据教学大纲的要求,删去了谐振电路、双口网络、传输线(它们已列入有关课程的教学大纲),并对信号与线性系统分析的内容进行了必要的修改和补充,更名为《信号与线性系统分析》。全书内容包括:信号与系统、连续系统的时域分析、离散系统的时域分析、连续系统的频域分析、连续系统的复频域分析、离散系统的 z 域分析、系统函数和状态变量分析等共八章。

随着大规模集成电路、计算机的迅速发展,数字技术已渗透到科学技术的各个领域。为了适应新的发展变化,目前,信号、电路与系统的研究重点普遍注意转向离散的、数字的方面。本书在编写时循着逐步更新的精神,在保持教学大纲内容和要求的基础上,对内容体系作了某些改变的尝试。将连续系统与离散系统并列进行研究。考虑到当前的实际情况,在具体安排上,仍分章先讨论连续的再讨论离散的,系统函数和状态变量分析两章则连续系统与离散系统一起讨论。这样,把系统(连续的和离散的)看作一个整体,从分析方法的角度,按时域分析、变换域分析和状态变量分析的次序划分章节,强调了连续系统与离散系统的共性,也突出了它们各自的特点。这将有利于基本概念和基本方法的理解与掌握。

信号与系统理论的发展愈来愈多地运用了现代数学的概念和方法。本书在基本理论和方法的阐述上,把物理问题与其数学表述和论证密切地结合起来,注意引入现代数学的概念,使这些理论和方法有较为坚实的数学基础,这对于深入准确地理解本书内容和进一步研究信号与系统理论都是有益的。此外,为了叙述和阅读的方便,将傅里叶级数、线性常微分方程和差分方程等数学内容也作了简要地叙述。将矩阵(主要是特征矩阵和矩阵函数)列为附录。对有些数学内容叙述的比较详细,这对于读者可能是方便的,但不必都作为课堂讲授内容。在使用本教材时,对于各章的顺序、内容的取舍等,请根据实际情况确定,不要受本书的约束。

为使读者能较好地理解基本概念和分析方法,精选了不少例题和习题。习题数量较多,请酌情选用,书末附有部分习题答案仅供参考。书中标有 * 号的段落,不属于基本要求,可供参考。

本书由吴大正主编,张永瑞、杨林耀、燕庆明同志参加了编写工作。在编写过程中,电路教研室的同志给予了许多支持和帮助。

芮坤生教授指导了本书的编写,提出了许多宝贵意见,并审阅了书稿。许多兄弟院校的老师提出了许多宝贵意见,在此一并表示衷心的谢意。我们还要感谢同学们和未见过面的读者,他们有意无意地给了我们许多启示,使我们从内容安排到具体叙述方法上都有所改进。

由于编者水平有限,定有不少错误和不妥之处,敬请读者赐教。

编　者

1985年3月于西北电讯工程学院

目　录

第一章　信号与系统

本章介绍信号与系统的概念以及它们的分类方法，并讨论了 LTI 系统的特性和分析方法。深入地研究了阶跃函数、冲激函数及其特性，它们在 LTI 系统分析中占有十分重要的地位。

§1.1　绪　　言

在近代，人们在自然科学（如物理、化学、生物等）以及工程、经济、社会等许多领域中，广泛地引用"系统"的概念、理论和方法，并根据各学科自身的规律，建立相应的数学模型，研究各自的问题。一般认为，系统是指由若干相互关联、互相作用的事物按一定规律组合而成的具有特定功能的整体。系统可具有不同的属性和规模。

通信系统的任务是传输消息（如语言、文字、图像、数据、指令等）。为了便于传输，先由转换设备将所传消息按一定规则变换为相对应的信号（如电信号、光信号，它们通常是随时间变化的电流、电压或光强等），经过适当的信道（即信号传输的通道，如传输线、电缆、空间、光纤、光缆等）将信号传送到接收方，再转换为声音、文字、图像等。通信设备中的滤波器是一个简单系统，而由同步卫星和地面站组成的卫星通信是一个庞大的复合系统，它不仅包括为完成通信任务的通信系统，还包括保障卫星正常运行的各类子系统。

工业部门常采用微机控制的过程控制系统，用以随时检测、调节或控制工艺流程的各种参数（温度、压力、流量等），保证设备正常运转，生产合格产品。

工商部门将产品的产量（或进货量）与库存、销售速率等的关系看作是经济系统，以研究如何根据市场销售的状况调节生产（或进货）速度，使产品既不脱销又不积压，节省资金提高效益。

生态学家将生物种群（如细菌、害虫、鱼类等）数量与有关制约因素（如药物、捕捞等）之间的关系看作是生态系统，用以研究药物效能、生物资源开发以及不同种群相互依存、相互竞争的关系等。

在分析属性各异的各类系统时，常常抽去具体系统物理的或社会的含义而把它抽象化为理想化的模型，将系统中运动、变化的各种量（电压、电流、光强、力、位移、生物数量等）统称为信号，宏观地研究信号作用于系统的运动变化规律，揭示系统的一般性能，而不关心它内部的各种细节。

信号的概念与系统的概念是紧密相连的。信号在系统中按一定规律运动、变化，系统在输入信号的驱动下对它进行"加工"、"处理"并发送输出信号，如图1.1-1所示。输入信号常称为激励，输出信号常称为响应。

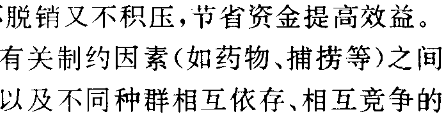


图 1.1-1　信号与系统

在电子系统中，系统通常是电子线路，信号通常是随时间变化的电压或电流（有时可能是电荷或磁通）。从数学观点而言，这类信号是独立变量 t 的函数 $f(t)$。在光学成像系统（如照像机）中，系统由透镜组成，信号是分布于空间各点的灰度，它是二维空间坐标 x、y 的函数 $f(x, y)$。如果图像信号

是运动的，则可表示为空间坐标 x，y 和时间 t 的函数 $f(x, y, t)$ 等等。信号是一个独立变量的函数时，称为一维信号，如信号是 n 个独立变量的函数，就称为 n 维信号。本书只讨论一维信号。

信号理论和系统理论涉及范围广泛，内容十分丰富。信号理论包括：信号分析、信号处理和信号综合；系统理论包括系统分析和系统综合。信号分析主要讨论信号的表示、信号的性质等；系统分析主要研究对于给定的系统（它也是信号的变换器或处理器），它在输入信号（激励）的作用下产生的输出信号（响应）。信号分析与系统分析关系紧密又各有侧重，前者侧重于信号的解析表示、性质、特征等，后者则着眼于系统的特性、功能等。

一般而言，信号分析和系统分析是信号处理、信号综合及系统综合的共同理论基础。本书主要研究信号分析和系统分析的基本概念和基本分析方法，以便为读者进一步学习、研究有关网络理论、通信理论、控制理论、信号处理和信号检测理论等打下基础。

§1.2 信　　号

信号常可表示为时间函数（或序列），该函数的图像称为信号的波形。在讨论信号的有关问题时，“信号”与“函数（或序列）”两个词常互相通用。

如果信号可以用一个确定的时间函数（或序列）表示，就称其为确定信号（或规则信号）。当给定某一时刻值时，这种信号有确定的数值。

实际上，由于种种原因，在信号传输过程中存在着某些“不确定性”或“不可预知性”。譬如，在通信系统中，收信者在收到所传送的消息之前，对信息源所发出的消息总是不可能完全知道的，否则通信就没有意义了。此外，信号在传输和处理的各个环节中不可避免地要受到各种干扰和噪声的影响，使信号失真（畸变），而这些干扰和噪声的情况总是不可能完全知道的。这类“不确定性”或“不可预知性”统称为随机性。因此，严格来说，在实践中经常遇到的信号一般都是随机信号。研究随机信号要用概率、统计的观点和方法。虽然如此，研究确定信号仍是十分重要的，这是因为它是一种理想化的模型，不仅适用于工程应用，也是研究随机信号的重要基础。本书只讨论确定信号。

一、连续信号和离散信号

根据信号定义域的特点可分为连续时间信号和离散时间信号。

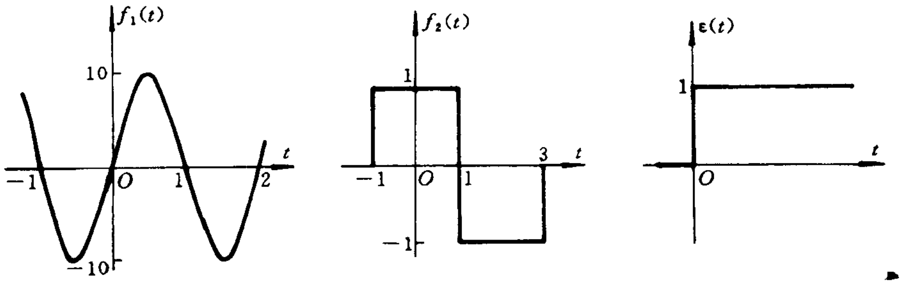
连续时间信号

在连续时间范围内（$-\infty < t < \infty$）有定义的信号称为连续时间信号，简称连续信号。这里“连续”是指函数的定义域——时间（或其它量）是连续的，至于信号的值域可以是连续的，也可以不是。图 1.2-1(a)中的信号

$$f_1(t) = 10\sin(\pi t), \quad -\infty < t < \infty$$

其定义域$(-\infty, \infty)$* 和值域$[-10, 10]$都是连续的。图 1.2-1(b)的信号

* 不含边界点 t_1 和 t_2 的区间 $t_1 < t < t_2$ 称为开区间，简记为(t_1, t_2)；包括边界点的区间 $t_1 \leqslant t \leqslant t_2$ 称为闭区间，简记为$[t_1, t_2]$。



(a) (b) (c)

图 1.2-1 连续时间信号

$$f_2(t)=\begin{cases}0, & t<-1\\ 1, & -1<t<1\\ -1, & 1<t<3\\ 0, & t>3\end{cases} \tag{1.2-1}$$

其定义域$(-\infty,\infty)$是连续的，但其函数值只取-1、0、1三个离散的数值。

信号 $f_2(t)$在 $t=-1$、$t=1$ 和 $t=3$ 处有间断点，一般可不定义间断点处的函数值，如式(1.2-1)所示。为了使函数定义更加完整，此处规定，若函数 $f(t)$在 $t=t_0$ 处有间断点，则函数在该点的值等于其左极限 $f(t_{0_-})$与右极限 $f(t_{0_+})$之和的$\frac{1}{2}$，即

$$f(t_0)=\frac{1}{2}[f(t_{0_-})+f(t_{0_+})] \tag{1.2-2}$$

式中 $f(t_{0_-})\xlongequal{\text{def}}\lim\limits_{\varepsilon\to 0}f(t_0-\varepsilon)$*，$f(t_{0+})\xlongequal{\text{def}}\lim\limits_{\varepsilon\to 0}f(t_0+\varepsilon)$。这样，信号在定义域$(-\infty,\infty)$均有确定的函数值。图 1.2-1(c)所示的单位阶跃函数定义为

$$\varepsilon(t)\xlongequal{\text{def}}\begin{cases}0, & t<0\\ \frac{1}{2}, & t=0\\ 1, & t>0\end{cases} \tag{1.2-3}$$

离散时间信号

仅在一些离散的瞬间才有定义的信号称为离散时间信号，简称离散信号。这里“离散”是指信号的定义域——时间(或其它量)是离散的，它只取某些规定的值。如果信号的自变量是时间 t，那么离散信号是定义在一些离散时刻 $t_k(k=0,\pm 1,\pm 2,\cdots)$ 的信号，在其余时间，不予定义。时刻 t_k 与 t_{k+1}之间的间隔 $T_k=t_{k+1}-t_k$ 可以是常数，也可以随 k 而变化。本书只讨论 T_k 等于常数的情况。若令相继时刻 t_{k+1} 与 t_k 之间的间隔为 T，则离散信号只在均匀离散时刻 $t=\cdots,-2T,-T,0,T,2T,\cdots$ 时有定义，它可表示为$f(kT)$。为了简便，不妨把$f(kT)$简记为$f(k)$。

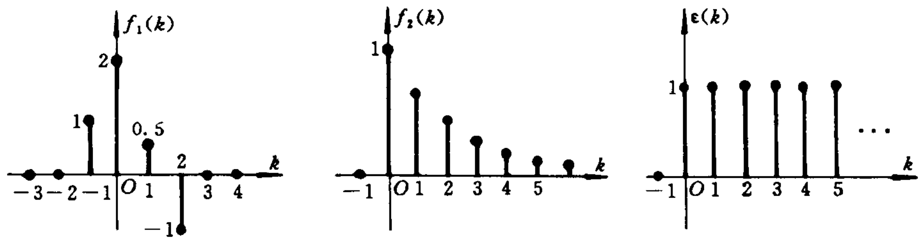
* 符号$\xlongequal{\text{def}}$ … 可读作“定义为…”或“按定义等于…”。

这样的离散信号也常称为序列。

序列 $f(k)$ 的数学表示式可以写成闭合形式，也可逐个列出 $f(k)$ 的值。通常把对应某序号 m 的序列值称为第 m 个样点的“样值”。图 1.2-2(a)的信号为

$$f_1(k)=\begin{cases}0, & k<-1\\ 1, & k=-1\\ 2, & k=0\\ 0.5, & k=1\\ -1, & k=2\\ 0, & k\geqslant 3\end{cases}$$

列出了各样点的值。图 1.2-2(b)所示为单边指数序列，以闭合形式表示为：



(a) (b) (c)

图 1.2-2 离散时间信号

$$f_2(k)=\begin{cases}0, & k<0\\ e^{-\alpha k}, & k\geqslant 0,\ \alpha>0\end{cases} \tag{1.2-4}$$

对于不同的 α，其值域[0, 1]是连续的。与连续信号 $\varepsilon(t)$ 相对应，离散时间信号

$$\varepsilon(k)=\begin{cases}0, & k<0\\ 1, & k\geqslant 0\end{cases} \tag{1.2-5}$$

称为单位阶跃序列，如图 1.2-2(c)所示，其值域只取 0、1 两个数值。

如上所述，信号的自变量（时间或其它量）的取值可以是连续的或离散的，信号的幅值（函数值或序列值）也可以是连续的或离散的。时间和幅值均为连续的信号称为模拟信号，时间和幅值均为离散的信号，称为数字信号。在实际应用中，连续信号与模拟信号两个词常常不予区分，离散信号与数字信号两个词也常互相通用。

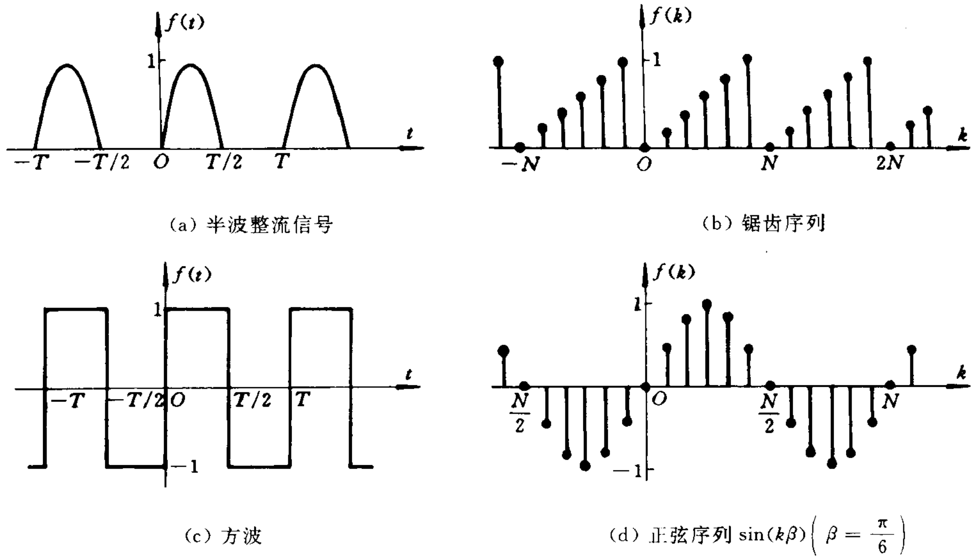
二、周期信号和非周期信号

周期信号是定义在$(-\infty,\ \infty)$区间，每隔一定时间 T（或整数 N），按相同规律重复变化的信号，如图 1.2-3 所示。连续周期信号可表示为

$$f(t)=f(t+mT),\ m=0,\ \pm 1,\ \pm 2,\ \cdots \tag{1.2-6}$$

离散周期信号可表示为

$$f(k) = f(k + mN),\ m = 0,\ \pm 1,\ \pm 2,\ \cdots \tag{1.2-7}$$



(a) 半波整流信号

(b) 锯齿序列

(c) 方波

(d) 正弦序列 $\sin(k\beta)\left(\beta = \frac{\pi}{6}\right)$

图 1.2-3　周期信号

满足以上关系式的最小 T（或 N）值称为该信号的重复周期，简称周期。只要给出周期信号在任一周期内的函数式或波形，便可确知它在任一时刻的值。不具有周期性的信号称为非周期信号。

对于正弦序列（或余弦序列）

$$\begin{aligned} f(k) &= \sin(\beta k) = \sin(\beta k + 2m\pi) \\ &= \sin\left[\beta\left(k + m\,\frac{2\pi}{\beta}\right)\right] \\ &= \sin[\beta(k + mN)], \qquad m = 0,\ \pm 1,\ \pm 2,\ \cdots \end{aligned}$$

式中 β 称为正弦序列的数字角频率（或角频率）。由上式可见，仅当$\frac{2\pi}{\beta}$为整数时，正弦序列才具有周期 $N = \frac{2\pi}{\beta}$。图 1.2-3(d)画出了 $\beta = \frac{\pi}{6}$，周期 $N = 12$ 的情形，它每经过 12 个单位循环一次。当$\frac{2\pi}{\beta}$为有理数时$\left(例如\frac{2\pi}{\beta} = \frac{N}{M},\ N,\ M 为无公因子的整数\right)$，正弦序列仍具有周期性，但其周期 $N = M\,\frac{2\pi}{\beta}$。当 $\frac{2\pi}{\beta}$ 为无理数时，该序列不具有周期性，但其样值的包络线仍为正弦函数。

三、实信号和复信号

物理可实现的信号常常是时间 t（或 k）的实函数（或序列），其在各时刻的函数（或序列）值为实数，例如，单边指数信号、正弦信号$\left(正弦与余弦信号二者相位相差\frac{\pi}{2}，统称为正弦信号\right)$等，称它们为实信号。

函数（或序列）值为复数的信号称为复信号，最常用的是复指数信号。连续时间的复指数信号

可表示为

$$f(t) = e^{st}, \quad -\infty < t < \infty \tag{1.2-8}$$

式中复变量 $s = \sigma + j\omega$，σ 是 s 的实部，记作 $\mathrm{Re}[s]$，ω 是 s 的虚部，记作 $\mathrm{Im}[s]$。根据欧拉公式，上式可展开为

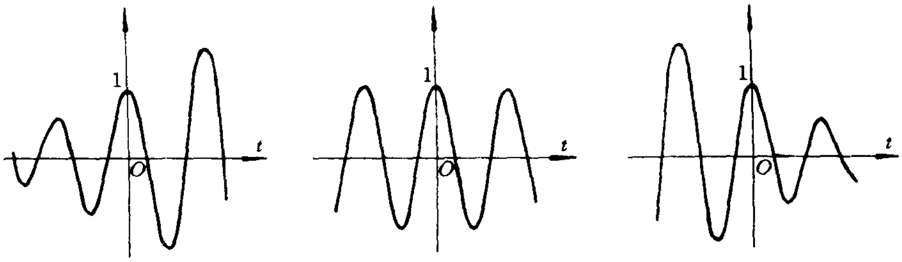
$$f(t) = e^{(\sigma + j\omega)t} = e^{\sigma t}\cos(\omega t) + je^{\sigma t}\sin(\omega t) \tag{1.2-9}$$

可见，一个复指数信号可分解为实、虚两部分，即

$$\mathrm{Re}[f(t)] = e^{\sigma t}\cos(\omega t) \tag{1.2-10a}$$

$$\mathrm{Im}[f(t)] = e^{\sigma t}\sin(\omega t) \tag{1.2-10b}$$

两者均为实信号，而且是频率相同振幅随时间变化的正(余)弦振荡。s 的实部 σ 表征了该信号振幅随时间变化的状况，其虚部 ω 表征了其振荡角频率。若 $\sigma > 0$，它们是增幅振荡；若 $\sigma < 0$，则是衰减振荡；当 $\sigma = 0$ 时，是等幅振荡。图 1.2-4 画出了 σ 三种不同取值时，实部信号 $\mathrm{Re}[f(t)]$的波形。信号 $\mathrm{Im}[f(t)]$的波形与 $\mathrm{Re}[f(t)]$的波形相似，只是相位相差$\frac{\pi}{2}$。当 $\omega = 0$ 时，复指数信号就成为实指数信号 $e^{\sigma t}$。如果 $\sigma = \omega = 0$，则 $f(t) = 1$，这时就成为直流信号。可见，复指数信号概括了许多常用信号。复指数信号的重要特性之一是它对时间的导数和积分仍然是复指数信号。



(a) $\sigma > 0$　　(b) $\sigma = 0$　　(c) $\sigma < 0$

图 1.2-4　复指数函数的实部 $e^{\sigma t}\cos(\omega t)$

离散时间的复指数序列可表示为

$$f(k) = e^{(\alpha + j\beta)k} = e^{\alpha k}e^{j\beta k} = a^k e^{j\beta k} \tag{1.2-11}$$

式中 $a = e^{\alpha}$。上式可展开为

$$f(k) = a^k\cos(\beta k) + ja^k\sin(\beta k) \tag{1.2-12}$$

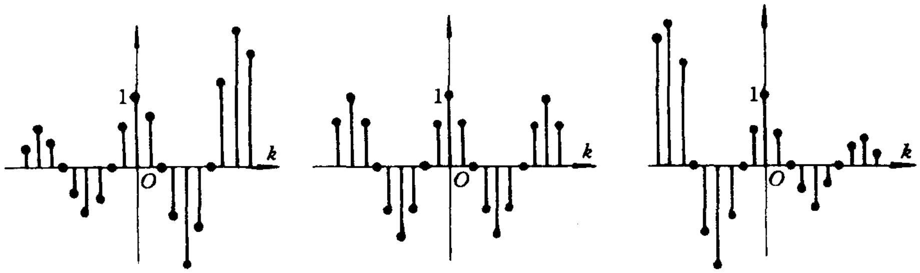
其实部、虚部分别为

$$\mathrm{Re}[f(k)] = a^k\cos(\beta k) \tag{1.2-13a}$$

$$\mathrm{Im}[f(k)] = a^k\sin(\beta k) \tag{1.2-13b}$$

可见，复指数序列的实部和虚部均为幅值随 k 变化的正(余)弦序列。式中 $a(a = e^{\alpha})$ 反映了信号振幅随 k 变化的状况，而 β 是振荡角频率。若 $a > 1(\alpha > 0)$，它们是幅值增长的正(余)弦序列；

若 $a<1(\alpha<0)$，则是衰减的正(余)弦序列；当 $a=1(\alpha=0)$ 是等幅正(余)弦序列。图 1.2-5 画出了 a 的三种不同取值时，复指数序列实部的波形，其中 $\beta=\frac{\pi}{4}$。若 $\beta=0$，它就成为实指数序列 a^k(或 $e^{\alpha k}$)。



(a) $a>1$　　(b) $a=1$　　(c) $a<1$

图 1.2-5　复指数序列的实部 $a^k\cos(\beta k)$ $\left(\beta=\frac{\pi}{4}\right)$

四、能量信号和功率信号

为了知道信号能量或功率的特性，常常研究信号(电流或电压)在单位电阻上的能量或功率，亦称为归一化能量或功率。信号 $f(t)$ 在单位电阻上的瞬时功率为 $|f(t)|^2$，在区间 $-a<t<a$ 的能量为

$$\int_{-a}^{a}|f(t)|^2\mathrm{d}t$$

在区间 $-a<t<a$ 的平均功率为

$$\frac{1}{2a}\int_{-a}^{a}|f(t)|^2\mathrm{d}t$$

信号能量定义为在区间 $(-\infty,\infty)$ 信号 $f(t)$ 的能量，用字母 E 表示，即

$$E\xlongequal{\text{def}}\lim_{a\to\infty}\int_{-a}^{a}|f(t)|^2\mathrm{d}t \tag{1.2-14}$$

信号功率定义为在区间 $(-\infty,\infty)$ 信号 $f(t)$ 的平均功率，用 P 表示，即

$$P\xlongequal{\text{def}}\lim_{a\to\infty}\frac{1}{2a}\int_{-a}^{a}|f(t)|^2\mathrm{d}t \tag{1.2-15}$$

若信号 $f(t)$ 的能量有界(即 $0<E<\infty$，这时 $P=0$)则称其为能量有限信号，简称为能量信号。若信号 $f(t)$ 的功率有界(即 $0<P<\infty$，这时 $E=\infty$)则称其为功率有限信号，简称功率信号。仅在有限时间区间不为零的信号是能量信号，譬如图 1.2-1(b)中的 $f_2(t)$、单个矩形脉冲等，这些信号的平均功率为零，因此只能从能量的角度去考察。周期信号、阶跃信号是功率信号，它们的能量为无限，只能从功率的角度去考察。

离散信号有时也需要讨论能量，序列 $f(k)$ 的能量定义为

$$E \xlongequal{\text{def}} \sum_{k=-\infty}^{\infty} |f(k)|^2 \tag{1.2-16}$$

§1.3 信号的基本运算

在系统分析中，常遇到信号（连续的或离散的）的某些基本运算——加、乘、平移、反转和尺度变换等。

一、加法和乘法

信号 $f_1(\cdot)$* 与 $f_2(\cdot)$之和（瞬时和）是指同一瞬时两信号之值对应相加所构成的“和信号”，即

$$f(\cdot) = f_1(\cdot) + f_2(\cdot) \tag{1.3-1}$$

信号 $f_1(\cdot)$与 $f_2(\cdot)$之积是指同一瞬时两信号之值对应相乘所构成的“积信号”，即

$$f(\cdot) = f_1(\cdot) \cdot f_2(\cdot) \tag{1.3-2}$$

例 1.3-1 已知序列

$$f_1(k) = \begin{cases} 2^k, & k < 0 \\ k+1, & k \geqslant 0 \end{cases} ; \qquad f_2(k) = \begin{cases} 0, & k < -2 \\ 2^{-k}, & k \geqslant -2 \end{cases}$$

求 $f_1(k)$与 $f_2(k)$之和，$f_1(k)$与 $f_2(k)$之积。

解 $f_1(k)$与 $f_2(k)$之和为

$$f_1(k) + f_2(k) = \begin{cases} 2^k, & k < -2 \\ 2^k + 2^{-k}, & k = -2, -1 \\ k + 1 + 2^{-k}, & k \geqslant 0 \end{cases}$$

$f_1(k)$与 $f_2(k)$之积为

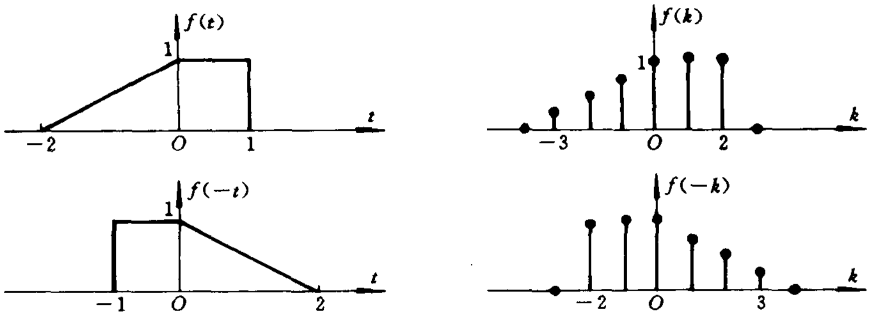
$$f_1(k) \cdot f_2(k) = \begin{cases} 2^k \times 0 \\ 2^k \times 2^{-k} \\ (k+1) \times 2^{-k} \end{cases} = \begin{cases} 0, & k < -2 \\ 1, & k = -2, -1 \\ (k+1)2^{-k}, & k \geqslant 0 \end{cases}$$

二、反转和平移

将信号 $f(t)$或 $f(k)$中的自变量 t（或 k）换为 $-t$（或 $-k$），其几何含义是将信号 $f(\cdot)$以纵坐标为轴反转（或称反折），如图 1.3-1 所示。

平移也称为移位。对于连续信号 $f(t)$，若有常数 $t_0 > 0$，延时信号 $f(t-t_0)$ 是将原信号沿正 t 轴平移 t_0 时间，而 $f(t+t_0)$ 是将原信号向负 t 轴方向移动 t_0 时间，如图 1.3-2(a)所示。对于离散信号 $f(k)$，若有整常数 $k_0 > 0$，延时信号 $f(k-k_0)$ 是将原序列沿正 k 轴移动 k_0 个单位，而

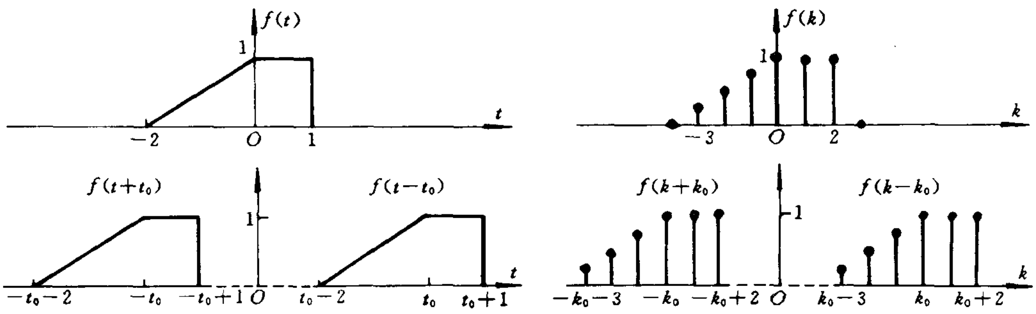
* $f(\cdot)$表示既可以是 $f(t)$，也可以是 $f(k)$。



(a) $f(t)$的反转　　　　(b) $f(k)$的反转

图 1.3-1　信号的反转

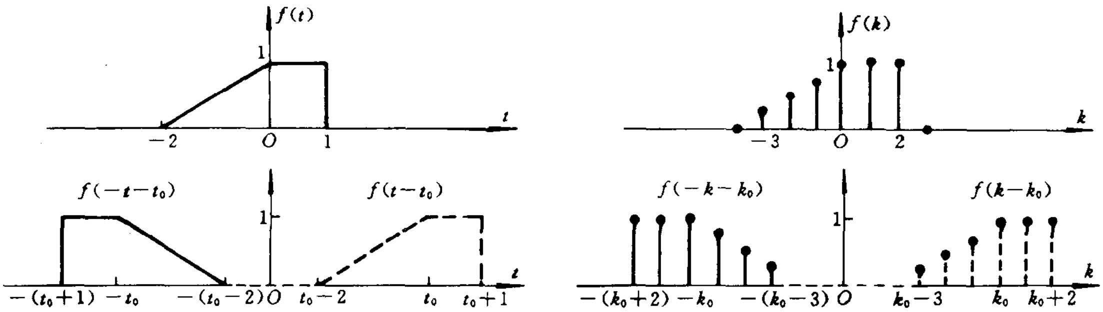
$f(k+k_0)$是将原序列沿负 k 方向移动 k_0 个单位，如图 1.3-2(b)所示。



(a) $f(t)$的平移($t_0>0$)　　　　(b) $f(k)$的平移($k_0>0$)

图 1.3-2　信号的平移

如果将平移与反转相结合，就可得到信号 $f(-t-t_0)$ 和 $f(-k-k_0)$，如图 1.3-3 所示。类似地，也可得到信号 $f(-t+t_0)$ 和 $f(-k+k_0)$。需要注意，为画出这类信号的波形，最好先平移[将 $f(t)$平移为 $f(t\pm t_0)$ 或将 $f(k)$平移为 $f(k\pm k_0)$]，然后再反转(将变量 t 或 k 相应地换为 $-t$或$-k$)。如果反转后再进行平移，由于这时自变量为$-t$(或$-k$)，故平移方向与前述相反。



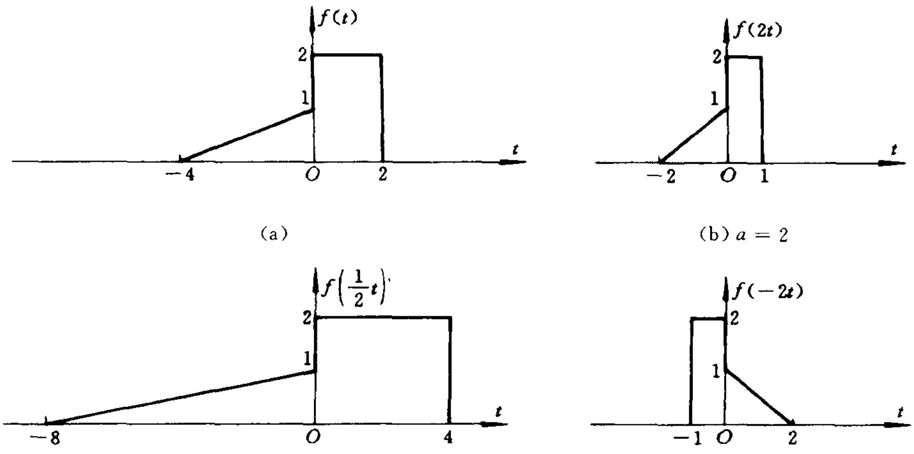
(a)　　　　(b)

图 1.3-3　信号的平移并反转

图 1.3-3(a)所示信号 $f(t)$ 值域的非零区间为 $-2 < t < 1$，因此，信号 $f(-t-t_0)$ 值域的非零区间为 $-2 < -t-t_0 < 1$，即 $-(t_0+1) < t < -(t_0-2)$，如图所示。离散信号也相类似，如图 1.3-3(b)所示。

三、尺度变换(横坐标展缩)

设信号 $f(t)$ 的波形如图 1.3-4(a)所示。如需将信号横坐标的尺寸展宽或压缩(常称为尺度变换)，可用变量 at(a 为非零常数)替代原信号 $f(t)$ 的自变量 t，得到信号 $f(at)$。若 $a>1$，则信号 $f(at)$ 是将原信号 $f(t)$ 以原点($t=0$)为基准，沿横轴压缩到原来的 $\frac{1}{a}$，若 $0<a<1$，则 $f(at)$ 表示将 $f(t)$ 沿横轴展宽至 $\frac{1}{a}$ 倍。图 1.3-4(b)和(c)分别画出了 $f(2t)$ 和 $f\left(\frac{1}{2}t\right)$ 的波形。若 $a<0$，则 $f(at)$ 表示将 $f(t)$ 的波形反转并压缩或展宽至 $\frac{1}{|a|}$。图 1.3-4(d)画出了信号 $f(-2t)$ 的波形。



(a)　(b) $a=2$　(c) $a=\frac{1}{2}$　(d) $a=-2$

图 1.3-4　连续信号的尺度变换

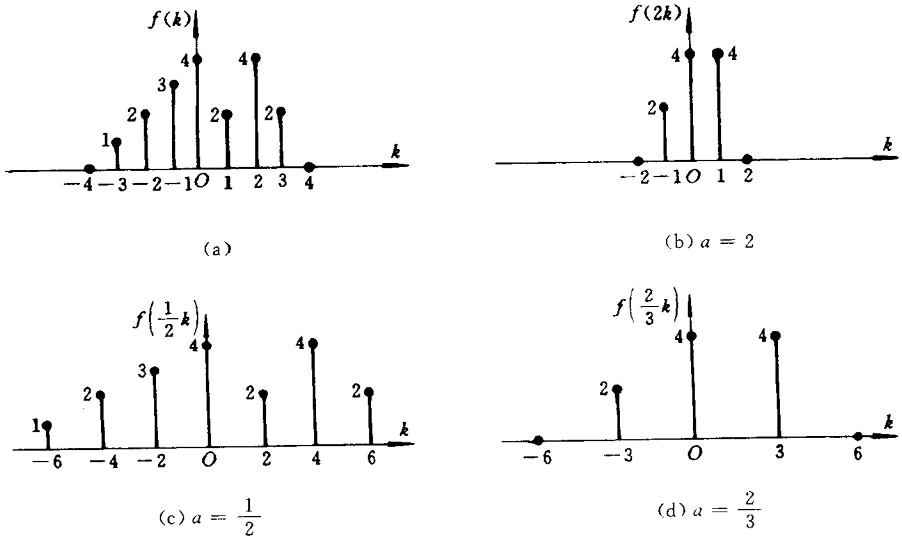
离散信号通常不作展缩运算，这是因为 $f(ak)$ 仅在 ak 为整数时才有定义，而当 $a>1$ 或当 $a<1$，且 $a \neq \frac{1}{m}$ (m 为整数)时，它常常丢失原信号 $f(k)$ 的部分信息。例如图 1.3-5(a)的序列 $f(k)$，当 $a=\frac{1}{2}$ 时，得 $f\left(\frac{1}{2}k\right)$，如图(c)所示。但当 $a=2$ 和 $a=\frac{2}{3}$ 时，其序列如图 1.3-5(b)和(d)所示。由图可见，它们丢失了原信号的部分信息，因而不能看作是 $f(k)$ 的压缩或展宽。

信号 $f(at+b)$ (式中 $a \neq 0$)的波形可以通过对信号 $f(t)$ 的平移、反转(若 $a<0$)和尺度变换获得。

例 1.3-2　信号 $f(t)$ 的波形如图 1.3-6(a)所示，画出信号 $f(-2t+4)$ 的波形。

解　将信号 $f(t)$ 平移，得 $f(t+4)$，如图 1.3-6(b)所示；然后反转，得 $f(-t+4)$，如图(c)；再进行尺度变换，得 $f(-2t+4)$，其波形如图 1.3-6(d)所示。

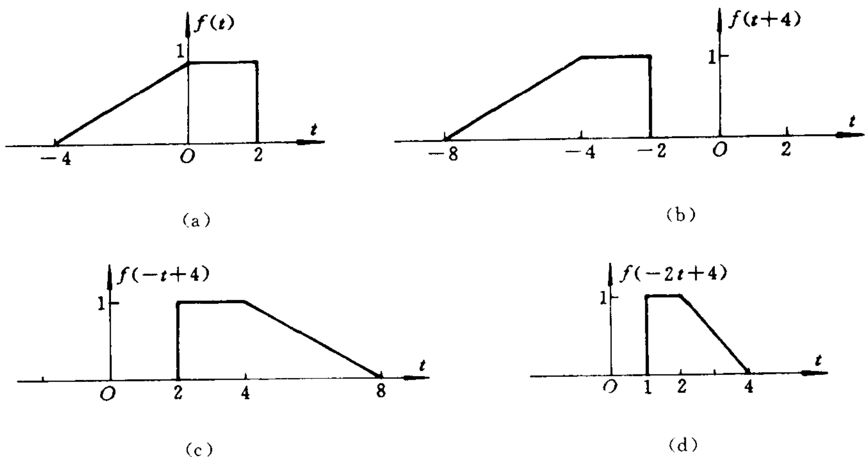
也可以先将信号 $f(t)$ 的波形反转得到 $f(-t)$，然后对信号 $f(-t)$ 平移得到 $f(-t+4)$。需要注意的是，由于信号 $f(-t)$ 的自变量为 $-t$，因而应将 $f(-t)$ 的波形沿正 t 轴方向移动 4 个单



(a) (b) $a=2$ (c) $a=\frac{1}{2}$ (d) $a=\frac{2}{3}$

图 1.3-5 离散信号的尺度变换

位，得图(c)的 $f(-t+4)$，然后再进行尺度变换。



(a) (b) (c) (d)

图 1.3-6 例 1.3-2 图

也可以先求出 $f(-2t+4)$ 的表示式(或其分段的区间)，然后画出其波形。由图 1.3-6(a)可知，$f(t)$可表示为

$$f(t)=\begin{cases}\frac{1}{4}(t+4), & -4<t<0\\ 1, & 0<t<2\\ 0, & t<-4,\ t>2\end{cases}$$

以变量$(-2t+4)$代替原函数 $f(t)$中的变量 t，得