



面 向 21 世 纪 课 程 教 材  
Textbook Series for 21st Century

# 理 论 力 学

第二版

刘延柱 杨海兴 朱本华 编著



高 等 教 育 出 版 社  
HIGHER EDUCATION PRESS

面向 21 世 纪 课 程 教 材  
Textbook Series for 21st Century

# 理 论 力 学

## 第二版

刘延柱 杨海兴 朱本华 编著



高 等 教 育 出 版 社

HIGHER EDUCATION PRESS

### 图书在版编目(CIP)数据

理论力学/刘延柱,杨海兴,朱本华编著. —2 版. —北京:高等教育出版社,2001  
面向 21 世纪课程教材  
ISBN 7 - 04 - 009410 - X

I . 理… II . ①刘… ②杨… ③朱… III . 理论力学—高等学校—教材 IV . 031

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2001)第 031192 号

责任编辑 黄毅 封面设计 张楠 责任绘图 朱静  
版式设计 马静如 责任校对 康晓燕 责任印制 宋克学

理论力学 第二版

刘延柱 杨海兴 朱本华 编著

---

出版发行 高等教育出版社

社址 北京市东城区沙滩后街 55 号 邮政编码 100009

电话 010 - 64054588 传真 010 - 64014048

网址 <http://www.hep.edu.cn>

<http://www.hep.com.cn>

经 销 新华书店北京发行所

印 刷 中国科学院印刷厂

版 次 1991 年 4 月第 1 版

2001 年 7 月第 2 版

开 本 787 × 960 1/16

印 次 2001 年 7 月第 1 次印刷

印 张 29.25

定 价 24.50 元

---

本书如有缺页、倒页、脱页等质量问题,请到所购图书销售部门联系调换。

版权所有 侵权必究



面向 21 世纪课程教材



普通高等教育“九五”  
国家级重点教材

## 内 容 简 介

本书为教育部“高等教育面向 21 世纪教学内容和课程体系改革计划”的研究成果，是面向 21 世纪课程教材和教育部工科“九五”规划教材，同时也是普通高等教育“九五”国家级重点教材。本书的基础为 1991 年出版的由国家教委工程力学专业教学指导委员会审定的《理论力学》教材。本书对原教材作了较大的修改，在保持教材原有特点的同时，使教材的适用面扩大到一般工科专业本科生的理论力学课程。

本书对传统的理论力学体系作了较大改进，以适应现代科学技术发展的需要。如提高起点、加强分析法和建立运动微分方程的训练、注意使用矢量和矩阵等数学工具以适应计算机的使用要求等。全书共分为五篇。第一篇静力学包括：力和力矩，约束，力系的简化和平衡；第二篇运动学包括：刚体的基本运动、平面运动和定点转动，点的复合运动，分析运动学；第三篇矢量动力学包括：惯性系和非惯性系中的质点动力学，动量、动量矩和动能定理；第四篇分析力学基础包括：虚位移原理，动力学普遍方程和拉格朗日方程；第五篇动力学专题包括：振动，碰撞和刚体定点转动。全书共配有 60 道思考题、180 道例题、460 道习题和答案。

本书可作为高等学校工科本科工程力学、机械、航空航天、土建和水利等专业的多学时理论力学课程的教材。少学时理论力学课程可只选讲前三篇内容。本书也可供有关的工程技术人员参考。

本书配有习题解答光盘，供教师使用。需要者，请与高等教育出版社力学机械编辑室联系。

# 序 言

本书为理论力学课程的教材,适用于工程力学专业和一般工科专业。

理论力学是工科专业本科生必修的专业基础课程,是各门后续力学课程的理论基础,也是一门体系完整的独立学科。随着科学技术日新月异的发展,作为基础学科的理论力学,其体系和内容也必须相应地进行调整。从这个愿望出发,在编写本教材时著者力图在以下几个方面作一些改进:

(1) 提高起点,删减与物理学的某些重复部分。对基本概念的叙述力求简练和准确。

(2) 考虑到计算机应用的普及,注意使用矢量、张量、矩阵等数学工具以适应计算机的使用要求。

(3) 针对工程中求解动力学问题的实际要求,重视对运动过程的分析,而不仅限于分析特定瞬时或特定位置的运动。因此,适当加强建立和处理运动微分方程的训练。

(4) 由于分析力学方法在近代计算力学中日益显示出重要性,因此增加分析力学方法在教材中的比重,以训练学生综合运用矢量力学和分析力学两种方法解决问题的能力。

(5) 适当增加一些加深和扩展内容,作为本课程与现代科技的接口。这部分内容可供教师选讲,也可供学生利用教材自学提高,扩充知识面。

本书的初稿于 1987 年完成,1988 年 7 月国家教委工程力学专业教材委员会推荐为工程力学专业的理论力学教材,初版本于 1991 年 6 月出版。根据几年来使用初版本的教学经验和改进意见,在修订再版过程中对教材内容作了较大修改。即在保持教材原有特点的同时,进一步使内容更为精练,增加了例题和思考题,对习题也作了一些调整,以加强启发性和独立思考能力的培养,有利于自学和课堂讨论。著者希望修订本不仅适合于工程力学专业,而且也能满足一般工科专业本科生多学时理论力学课程的教学要求。

本书包括静力学、运动学、矢量动力学、分析力学基础,以及若干动力学专题,如振动、碰撞和刚体定点运动等。本教材的续编《高等动力学》为理论力学的继续、补充和提高,另册出版。内容包括分析力学、运动稳定性、有心力场中的运动、刚体动力学及多体系统动力学等。两本教材相对独立。一般工科多学时理论力学课程可只使用本教材。工程力学专业本科生可在后续的高等动力学课程

中了解和掌握更深入的理论力学知识。少学时理论力学课程可只选讲本教材的前三篇内容。

书中使用的物理量的名称和符号均遵照国家标准的规定。重点内容和首次出现的名词术语用黑体表示,思考题用楷体表示。

在教材编写和修订过程中得到了各方面的鼓励和支持。在此谨向参加教材初审的童秉纲和周恒院士、张锡成、赵经文和王宏钰教授,为初版本审稿的程迺巽和贾书惠教授,为修订本审稿的贾书惠和梅凤翔教授,以及参加研讨会的各兄弟院校的理论力学前辈和同行表示衷心的感谢。戈新生教授和薛纭副教授协助书稿的校对工作,在此也一并致谢。

限于水平,错误与不妥之处望读者不吝指正。

编著者

2000年岁末于上海交通大学

# 主要符号表

$a$	加速度	$J_z$	刚体对 $z$ 轴的转动惯量
$a_n$	法向加速度	$J_{xy}$	刚体对 $x, y$ 轴的惯性积
$a_t$	切向加速度	$J_o$	刚体对点 $O$ 的惯量张量
$a_s$	绝对加速度	$J_o^{(0)}$	刚体对点 $O$ 的惯量矩阵
$a_r$	相对加速度	$J_c$	刚体对质心的惯量张量
$a_c$	牵连加速度	$k$	弹簧刚度系数
$a_d$	科氏加速度	$k_z$	$z$ 轴的基矢量
$A$	面积, 主转动惯量, 自由振动振幅	$K$	刚度矩阵
$A_{pq}$	方向余弦矩阵	$l$	长度
$B$	主转动惯量	$L$	拉格朗日函数
$C$	质心, 主转动惯量, 积分路径	$L_o$	刚体对点 $O$ 的动量矩
$e$	恢复系数	$L_c$	刚体对质心的动量矩
$e_t$	切线基矢量	$m$	质量
$e_n$	法线基矢量	$M_z$	对 $z$ 轴的矩
$e_b$	副法线基矢量	$M$	力偶矩, 主矩, 质量矩阵
$E$	总机械能	$M_o$	对点 $O$ 的矩
$f$	自由度数目, 动摩擦因数	$M_o^z$	惯性力的主矩, 陀螺力矩
$f_s$	静摩擦因数	$n$	质点数目, 阻尼系数, 自旋角速度
$F$	力, 主矢	$O$	参考坐标系的原点
$F_p$	主力, 反推力	$O_e$	地球中心
$F_n$	法向约束力	$p$	转动瞬轴基矢量, 动量
$F_t$	牵连惯性力	$P$	质点, 功率
$F_c$	科氏惯性力	$q$	载荷集度, 广义坐标
$F^*$	达朗贝尔惯性力, 惯性力主矢	$Q$	广义力, 品质因数
$F^{(0)}$	力的坐标列阵	$r$	半径
$g$	重力加速度	$r$	矢径
$h$	高度	$r^{(0)}$	矢径的坐标列阵
$i$	$x$ 轴的基矢量	$\tilde{r}^{(0)}$	矢径的非对称坐标方阵
$I$	冲量	$r_0$	点 $O$ 的矢径
$\tilde{I}$	广义冲量	$r_c$	质心的矢径
$j$	$y$ 轴的基矢量	$R$	半径

$s$	弧坐标,频率比	$\Delta$	变更符号
$t$	时间	$\zeta$	阻尼比
$T$	动能,周期	$\eta$	减缩系数
$T_r$	相对运动动能	$\vartheta$	角度坐标
$U$	势力函数	$\kappa$	曲率
$v$	速度	$\lambda$	本征值,转动惯量比
$v_a$	绝对速度	$\Lambda$	对数减缩
$v_r$	相对速度	$\nu$	进动角速度,陀螺的章动频率
$v_c$	牵连速度	$\rho$	密度,曲率半径
$v_c$	质心速度	$\rho_c$	相对矢径
$V$	势能,体积	$\Pi$	质心的相对矢径
$V^*$	离心力场势能	$\varphi$	平面
$W$	力的功	$\phi$	角度坐标
$W$	重力	$\psi$	摩擦角,纬度角
$x, y, z$	直角坐标	$\omega_0$	角度坐标
$\alpha$	角度坐标	$\omega$	固有角频率
$\alpha$	角加速度	$\omega_a$	角速度
$\beta$	角度坐标,放大因子	$\omega_r$	绝对角速度
$\delta$	滚阻系数	$\omega_e$	相对角速度
$\delta$	变分符号		牵连角速度

## 作者简介



**刘延柱** 1936年生。1959年毕业于清华大学工程力学研究班。1960至1962年进修于莫斯科大学。1962至1973年任教于清华大学。现任上海交通大学教授、博士生导师、工程力学研究所所长、中国力学学会理事。研究领域为陀螺力学、多体动力学、航天器姿态动力学、非线性动力学等。著有《陀螺力学》、《多刚体系统动力学》、《理论力学》、《航天器姿态动力学》、《振动力学》、《高等动力学》、《非线性动力学》等，其中《多刚体系统动力学》和《理论力学》获教育部优秀教材二等奖，《振动力学》获中国高校科学技术奖自然科学奖(教材类)一等奖。



**杨海兴** 1946年生。1970年毕业于清华大学工程物理系。1982年于上海交通大学获硕士学位，同年任教于上海交通大学。现任上海交通大学教授，成人教育学院院长。著有《理论力学》，获教育部优秀教材二等奖。研究领域为刚体动力学、运动稳定性等。



**朱本华** 1951年生。1978年毕业于上海交通大学船舶制造系。1984至1985年进修于同济大学固体力学助教班。1978年任教于上海交通大学。现任上海交通大学副教授、工程力学系副主任、中国力学学会科普委员会委员。研究领域为基础力学。

# 目 录

绪论 .....	( 1 )
§ 0.1 理论力学的研究对象 .....	( 1 )
§ 0.2 理论力学的研究方法 .....	( 2 )
§ 0.3 经典力学的基本概念 .....	( 4 )

## 第一篇 静 力 学

<b>第一章 力和力矩 .....</b>	( 9 )
§ 1.1 力的性质 .....	( 9 )
§ 1.2 力矢量的坐标表示 .....	( 11 )
§ 1.3 力对点的矩 .....	( 11 )
§ 1.4 力对轴的矩 .....	( 14 )
习题 .....	( 16 )
<b>第二章 力系的简化 .....</b>	( 18 )
§ 2.1 汇交力系 .....	( 18 )
§ 2.2 平行力系 .....	( 20 )
§ 2.3 力偶及力偶系 .....	( 25 )
§ 2.4 空间一般力系 .....	( 27 )
习题 .....	( 33 )
<b>第三章 约束 .....</b>	( 38 )
§ 3.1 约束、约束力和主动力 .....	( 38 )
§ 3.2 约束的基本类型 .....	( 40 )
§ 3.3 受约束物体的受力分析 .....	( 44 )
习题 .....	( 46 )
<b>第四章 力系的平衡 .....</b>	( 49 )
§ 4.1 力系的平衡方程 .....	( 49 )
§ 4.2 静定和超静定 .....	( 58 )
§ 4.3 刚体系的平衡问题 .....	( 62 )
§ 4.4 考虑摩擦的平衡问题 .....	( 71 )
习题 .....	( 80 )

## 第二篇 运 动 学

<b>第五章 点的运动 .....</b>	( 96 )
-----------------------	--------

§ 5.1 点的位置 .....	(96)
§ 5.2 点的速度 .....	(100)
§ 5.3 点的加速度 .....	(103)
习题 .....	(107)
<b>第六章 刚体的基本运动和点的复合运动 .....</b>	<b>(110)</b>
§ 6.1 刚体的平移和定轴转动 .....	(110)
§ 6.2 点在平移参考系中运动的合成 .....	(115)
§ 6.3 点在转动参考系中运动的合成 .....	(119)
习题 .....	(124)
<b>第七章 刚体的平面运动 .....</b>	<b>(130)</b>
§ 7.1 刚体平面运动的分解 .....	(130)
§ 7.2 刚性截面内点的速度和加速度 .....	(133)
§ 7.3 刚体绕平行轴转动的合成 .....	(141)
§ 7.4 点在平面运动参考系中的复合运动 .....	(145)
习题 .....	(147)
<b>第八章 刚体的定点运动 .....</b>	<b>(153)</b>
§ 8.1 刚体的有限转动 .....	(153)
§ 8.2 刚体的瞬时转动 .....	(157)
§ 8.3 刚体绕汇交轴转动的合成 .....	(159)
§ 8.4 刚体的一般运动 .....	(164)
习题 .....	(166)
<b>第九章 分析运动学 .....</b>	<b>(169)</b>
§ 9.1 质点系的约束和自由度 .....	(169)
§ 9.2 刚体系的约束和自由度 .....	(172)
§ 9.3 解决运动学问题的分析法 .....	(174)
习题 .....	(179)

### 第三篇 矢量动力学

<b>第十章 质点动力学 .....</b>	<b>(187)</b>
§ 10.1 惯性参考系中的质点动力学 .....	(187)
§ 10.2 非惯性参考系中的质点动力学 .....	(192)
§ 10.3 质点系的运动微分方程 .....	(197)
习题 .....	(198)
<b>第十一章 动量定理 .....</b>	<b>(203)</b>
§ 11.1 动量定理 .....	(203)
§ 11.2 质心运动定理 .....	(206)
§ 11.3 变质量系统的质心运动定理 .....	(210)
习题 .....	(213)

<b>第十二章 动量矩定理</b>	.....	(218)
§ 12.1 矩心为定点的动量矩定理	.....	(218)
§ 12.2 刚体的定轴转动微分方程	.....	(221)
§ 12.3 矩心为质心的动量矩定理	.....	(224)
§ 12.4 矩心为动点的动量矩定理	.....	(229)
§ 12.5 刚体的平面运动微分方程	.....	(235)
习题	.....	(239)
<b>第十三章 动能定理</b>	.....	(247)
§ 13.1 动能	.....	(247)
§ 13.2 力的功	.....	(249)
§ 13.3 势力场和势能	.....	(254)
§ 13.4 动能定理	.....	(256)
§ 13.5 非惯性参考系中的动能定理	.....	(261)
§ 13.6 动力学普遍定理的综合应用	.....	(264)
习题	.....	(266)
<b>第十四章 达朗贝尔原理</b>	.....	(271)
§ 14.1 达朗贝尔惯性力与达朗贝尔原理	.....	(271)
§ 14.2 达朗贝尔惯性力系的简化	.....	(272)
§ 14.3 动静法	.....	(273)
习题	.....	(277)

#### 第四篇 分析力学基础

<b>第十五章 分析静力学</b>	.....	(283)
§ 15.1 虚位移和虚速度	.....	(283)
§ 15.2 虚位移原理	.....	(289)
§ 15.3 势力场中质点系的平衡条件及稳定性	.....	(296)
习题	.....	(301)
<b>第十六章 分析动力学</b>	.....	(307)
§ 16.1 动力学普遍方程	.....	(307)
§ 16.2 拉格朗日方程	.....	(312)
§ 16.3 拉格朗日方程的初积分	.....	(318)
习题	.....	(323)

#### 第五篇 动力学专题

<b>第十七章 振动</b>	.....	(328)
§ 17.1 平衡位置附近的微振动	.....	(328)
§ 17.2 单自由度系统的自由振动	.....	(330)

---

§ 17.3 相平面方法 .....	(336)
§ 17.4 单自由度系统的受迫振动 .....	(339)
§ 17.5 两自由度系统的振动 .....	(344)
习题 .....	(350)
<b>第十八章 碰撞 .....</b>	<b>(355)</b>
§ 18.1 碰撞的特征和基本假定 .....	(355)
§ 18.2 研究碰撞的矢量力学方法 .....	(357)
§ 18.3 研究碰撞的分析力学方法 .....	(361)
§ 18.4 物体之间的相互碰撞 .....	(366)
习题 .....	(374)
<b>第十九章 刚体定点转动 .....</b>	<b>(379)</b>
§ 19.1 刚体的质量几何 .....	(379)
§ 19.2 刚体的动力学方程 .....	(385)
§ 19.3 转动刚体的动约束力 .....	(390)
§ 19.4 轴对称刚体的定点转动 .....	(395)
§ 19.5 陀螺近似理论 .....	(399)
习题 .....	(403)
<b>附录 A 矢量和并矢 .....</b>	<b>(408)</b>
<b>附录 B 等时变分 .....</b>	<b>(414)</b>
<b>附录 C 典型约束和约束力 .....</b>	<b>(416)</b>
<b>附录 D 简单均质几何体的重心和转动惯量 .....</b>	<b>(418)</b>
<b>主要参考书目 .....</b>	<b>(421)</b>
<b>习题答案 .....</b>	<b>(422)</b>
<b>索引 .....</b>	<b>(441)</b>
<b>Synopsis .....</b>	<b>(447)</b>
<b>Contents .....</b>	<b>(448)</b>
<b>作者简介 .....</b>	<b>(453)</b>

# 绪 论

## § 0.1 理论力学的研究对象

力学是研究客观物质机械运动规律的科学。机械运动是指物质在空间和时间中的位置变化。固体的移动和变形、气体和液体的流动都属于机械运动。机械运动是自然界最普遍的运动。大至宇宙,小至基本粒子,无处不存在这种机械运动。即使是物质更高级的运动形态,如物理、化学、乃至生命活动,也含有机械运动在内。对各种不同形态的机械运动的研究产生了不同的力学分支学科。理论力学研究机械运动的最普遍和最基本的规律,它是各门力学学科的基础。近代工程技术,如土木工程、机械工程、航空航天工程等都是在力学理论指导下发展起来的,因此理论力学也是这些与机械运动密切相关的工程技术学科的基础。

理论力学起源于物理学的一个独立分支,但它的内容已大大超过了物理学的内容。理论力学不仅要求建立与力学有关的各种基本概念和理论,而且要求能运用理论知识对于从实际问题中抽象出来的力学模型进行分析和计算。所谓力学模型就是对自然界和工程技术中复杂的实际研究对象的合理简化。当所研究物体的运动范围远远超过它本身的几何尺度时,它的形状对运动的影响极微小,可以将物体简化为只有质量而没有体积的几何点,称为质点。一般情况下任何物体都可以看作是由许多质点组成的系统,称为质点系。对于那些在运动中变形极小,或虽有变形但不影响其整体运动的物体,可以完全不考虑其变形而认为组成物体的各个质点之间保持距离不变。这种不变形的特殊质点系称为刚体。由许多刚体组成的系统称为刚体系。理论力学的研究对象仅限于离散的质点、质点系、刚体和刚体系,统称为离散系统。在分析固体的变形或流体的流动规律时,必须建立另一种力学模型,即物质在空间连续分布的连续介质。虽然对连续介质的研究属于后续的其它力学课程的任务,但理论力学所研究的普遍性规律也适用于连续介质。

对实际物体抽象为何种力学模型,取决于问题的性质。如计算人造卫星绕地球运行的轨道运动时,由于卫星的尺度远远小于轨道半径,可以将卫星简化为质点。但在讨论卫星绕质心转动的姿态运动时,必须将卫星抽象为刚体。对于

带有挠性太阳帆板的卫星,还必须抽象为刚体和弹性体组成的更复杂的模型。

理论力学所研究的力学规律仅限于经典力学范畴。它的研究对象被限制为由大量分子组成,且运动速度远远小于光速( $3 \times 10^8$  m/s)的宏观物体。绝大多数工程实际问题都属于这个范畴。一般认为,经典力学是以牛顿定律为基础建立起来的力学理论,它的结论不适用于原子、电子等微观粒子的运动<sup>①</sup>,或速度接近于光速的物体运动。后两种运动属于量子力学和相对论的研究对象。

理论力学的内容由三部分组成:静力学、运动学和动力学。静力学研究力系的简化,以及物体在力系作用下的平衡规律。运动学从几何学的观点研究物体的运动。动力学则研究物体的运动与作用于物体的力之间的关系。静力学中所讨论的静止和平衡是运动的一种特殊形态。因此,也可以认为静力学是动力学的一种特殊情形。不过由于工程技术发展的需要,静力学已积累了丰富的内容而成为一个相对独立的组成部分。

## § 0.2 理论力学的研究方法

与一切科学相同,对力学基本规律的研究起源于对实际现象的观察和归纳。人类在生产活动中很早就开始积累经验并逐渐形成初步的力学知识。我国的墨翟(公元前 465—376)在《墨经》中已经对力和重心的概念作了最早的解释<sup>②</sup>。古希腊的亚里士多德(Aristotel, 公元前 384—322)和阿基米德(Arhimed, 公元前 287—212)总结了杠杆原理和浮力原理。经过人类对力学的认识不断深化的漫长过程,伽利略(Galileo, G., 1564—1642)正确地认识了物体的惯性和加速度概念,提出了运动相对性原理。开普勒(Kepler, J., 1571—1630)在对大量天文观测资料的分析中总结出行星的运动规律。在他们的认识基础上,1687 年牛顿(Newton, I., 1642—1727)在《自然哲学的数学原理》一书中提出了制约物质宏观机械运动的基本规律,即万有引力定律和动力学基本定律,从而奠定了后人称为牛顿力学的基础。1670 年牛顿和莱布尼茨(Leibniz, G. W., 1646—1716)创立了研究力学规律的数学方法——微积分。此后力学的研究才有可能从归纳性科学转变为演绎性,即以牛顿定律为基本出发点,利用数学推理得出结论以解释或预测实际现象,并经受实践的检验。因此力学和数学之间有着密切的联系。人类在实践活动中对牛顿力学基本原理的无数次检验证实,对于速度远远小于光速的宏观物体的运动,牛顿定律具有高度正确性。1846 年根据牛顿定律推算结果的预测

① 牛顿定律不适用。但动量守恒、动量矩守恒和能量守恒的自然规律依然成立。

② 《墨经》中的“力,形之所以奋也”可解释为:力是物体产生加速度的原因,与牛顿定律一致。

而发现海王星实际存在的事实,不仅有力地证实牛顿定律的正确性,而且展示出理论在指导实际方面的巨大力量和前景<sup>①</sup>。牛顿定律在经典力学中的奠基地位被牢固树立以后,力学才得以发展成为一门科学。鉴于牛顿力学中所讨论的许多力学概念如速度、加速度、角速度、角加速度、力和力矩等都是以矢量形式出现的物理量,因此也可将牛顿力学称为矢量力学。

如上所述,牛顿力学是根据天体运动的大量观测资料归纳产生的力学理论。与生产活动中的物体相比较,天体的运动更接近于理想化的自由质点。在18世纪,随着机器生产的迅速发展,要求对刚体和受约束机械系统的运动进行分析。在这方面,牛顿力学继续取得进展,如欧拉(Euler, L., 1707—1783)建立了刚体的运动微分方程,达朗贝尔(d'Alembert, J. le R., 1717—1783)建立了与牛顿第二定律等效的达朗贝尔原理。达朗贝尔原理将约束归结为力的作用,提供了解决约束质点系动力学问题的一般方法。但由于未知的约束力使运动微分方程的未知变量急剧增加,因此用矢量力学方法讨论受约束物体的运动仍显得十分不便。在此历史背景下,1788年拉格朗日(Lagrange, J. L., 1736—1813)对力学提出了全新的叙述方式。他以虚位移原理和达朗贝尔原理作为力学的演绎基础,建立受约束系统的动力学普遍方程,并进而导出拉格朗日方程,从而产生了与牛顿力学并驾齐驱的新力学体系,称为拉格朗日力学。这种体系的特点是引进标量形式的广义坐标、能量和功,采用纯粹的分析方法使力学建立在统一的数学基础之上,而完全摆脱以矢量为特征的几何方法。因此也称为分析力学,以区别于牛顿的矢量力学。分析力学是经典力学的另一组成部分,用分析力学方法研究受约束机械系统可以避免系统内理想约束力的出现,从而在很大程度上克服了矢量力学面临的困难。

在分析力学的发展过程中,出现过对力学基本原理的不同表达方式。其中力学的变分原理占有重要地位。变分原理与牛顿力学或拉格朗日力学建立运动微分方程求解的思维方式完全不同。它不直接叙述运动的基本规律,而是将真实发生的运动与可能发生的运动加以比较,并提供能将真实运动从可能运动中甄别出来的准则。在各种变分原理中,哈密顿(Hamilton, W. R., 1805—1865)提出的原理最具有代表性。通常将哈密顿原理以及由哈密顿导出的正则方程称为哈密顿力学。拉格朗日力学和哈密顿力学都是分析力学的组成部分,其基本原理不仅适用于离散机械系统,而且也适用于更广泛的领域,如连续介质系统、机电耦合系统、控制系统和微观物质系统等。因此对量子力学和统计力学的发展

<sup>①</sup> 1846年勒维耶(Leverrier, U. J. J.)应用牛顿的万有引力定律和动力学基本定律推算出,太阳系中除七大行星以外,还应该有另一颗行星才能使计算结果与天文观测数据相符合。随后不久,伽勒(Galle, J. G.)果然在勒维耶预测的方位观测到了海王星,从而有力地证明了牛顿力学基本原理的正确性。