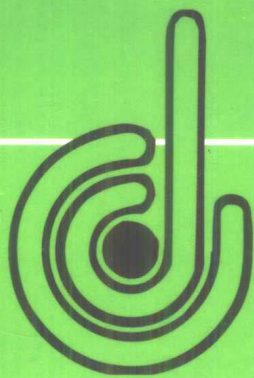


高等学校财经类专业核心课程
《经济数学基础》教学参考丛书

第三分册

概率统计学习指导

主 编 周概容
副主编 单立波



南开大学出版社

高等学校财经类专业核心课程
《经济数学基础》教学参考丛书

第三分册

概率统计学习指导

主 编 周概容
副主编 单立波

南开大学出版社

内 容 提 要

本书是受国家教委委托编写的高等学校财经类专业核心课程《经济数学基础》教学参考丛书之一。按照全国统一教学大纲和指定教材编写。内容包括随机事件与概率、随机变量的分布和数字特征、随机向量、抽样分布、统计估计、假设检验和回归分析共七章。每章又包括内容提要、典型例题分析、教材习题选解或提示、自我检测题和自检题答案。全书选材针对性较强,能起到指导学生学习《经济数学基础》的作用。

本书可供高等学校财经类专业本、专科师生及自学考试考生使用。

图书在版编目(CIP)数据

概率统计学习指导. 第3分册/周概容主编. —天津:
南开大学出版社, 1997. 9(2000. 9 重印)

(高等学校财经类专业核心课程《经济数学基础》教
学参考丛书)

ISBN 7-310-00993-2

I. 概... II. 周... III. ①概率论-高等学校-教学
参考资料②数理统计-高等学校-教学参考资料
IV. 021

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2000)第 34059 号

出版发行 南开大学出版社

地址:天津市南开区卫津路 94 号

邮编:300071 电话:(022)23508542

出版人 张世甲

承 印 天津宝坻第二印刷厂印刷

经 销 全国各地新华书店

版 次 1997 年 9 月第 1 版

印 次 2000 年 9 月第 3 次印刷

开 本 850mm×1168mm 1/32

印 张 13.375

字 数 333 千字

印 数 8001—11000

定 价 16.80 元

《经济数学基础》教学参考丛书编委会

主 编 龚德恩

副主编 范培华 胡显佑

周概容 朱幼文

编 委 (以姓氏笔画为序)

朱幼文 刘序球 张广梵

单立波 范培华 周概容

胡显佑 龚德恩 彭勇行

熊 烈

出版说明

受国家教委委托,中国人民大学和北京大学曾共同承担“高等学校财经类专业核心课程”之一的“经济数学基础”的“教学大纲”和“教材”的编写工作。经国家教委高等教育司审定后,“教学大纲”和“教材”分别于1990年和1992年由四川人民出版社正式出版。为了保证“教学大纲”的顺利实施和有利于“教材”的教与学,为了提高“经济数学基础”这门核心课程的教学质量,国家教委继续委托中国人民大学和北京大学,组织全国部分财经院校的数学教师,编写《经济数学基础》教学参考丛书(以下简称《丛书》)。经两校与部分财经院校协商,并经国家教委高等教育司批准,成立了以龚德恩为主编,范培华、胡显佑、周概容、朱幼文为副主编的《丛书》编委会。编委会于1992年底提出了编写《微积分学习指导》、《线性代数学习指导》、《概率统计学习指导》、《经济数学基础习题课讲义》、《经济数学基础习题集》和《经济数学基础教学参考文选》等六本参考书的《丛书》编写计划,并将编写任务分配给全国二十余所院校。经过承担《丛书》编写任务的各院校数学教师的共同努力,“学习指导”三本书已经顺利完稿,即将由南开大学出版社出版。“习题课讲义”和“习题集”的书稿已基本完成,正在统稿过程之中,而“教学参考文选”则因各种原因,未能编写,只好有待将来再行补救了。

参加编写《微积分学习指导》的教师是:刘祖佑(第一、二章),郑万伏、周长菊(第三、四章),周道林(第五、六章),罗先照、王稳遐(第七章),童丽珍(第八章),周继高(第九、十章)。由龚德恩任主编,刘序球、张广梵任副主编。书稿收齐后,由龚德恩进行初审、初

纂,再由刘序球、周道林进行二审、二纂,最后由张广梵、龚德恩进行三审、三纂,并定稿。

参加编写《线性代数学习指导》的教师是:刘文龙(第一、二章),王隼(第三章),王新民(第四章),胡显佑(第五章),徐智政(第六章)。由胡显佑任主编、王新民任副主编。书稿由胡显佑、王新民总纂、定稿。

参加编写《概率统计学习指导》的教师是:王好民(第一章),单立波(第二章),张建华和周概容(第三—七章)。周概容任主编,单立波任副主编,负责书稿的总纂和定稿。

三本《学习指导》均按“教学大纲”的要求和“教材”的体例进行编写。为了使《学习指导》真正起到指导学生学习《经济数学基础》的作用,收到应有效果,各参编教师均作了很大努力。他们在编写过程中除参阅了部分国内有关书籍外,主要是总结个人和其他教师在教学过程中的实践经验,针对性比较强。我们希望这三本《学习指导》的先行出版,对提高《经济数学基础》这门核心课程的教学质量,能起到应有的作用。

由于我们缺乏组织编写教学参考丛书的经验,也由于参编教师人数较多,又分散在全国各地,给统稿、定稿带来不少困难。各书主编和副主编在总纂、定稿时,尽了最大努力,但书中出现不当或错误之处,仍然在所难免,热忱欢迎广大读者不吝指正。

《经济数学基础》教学参考丛书编委会

目 录

第一章 随机事件与概率	(1)
一 内容提要.....	(1)
1. 事件及其关系和运算	(1)
2. 事件的概率	(3)
3. 事件概率的计算	(6)
二 典型例题分析.....	(9)
1. 事件及其关系和运算	(9)
2. 概率的直接计算	(11)
3. 概率的推算	(18)
三 教材习题选解或提示	(27)
四 自我检测题	(39)
五 自检题答案或提示	(44)
第二章 随机变量的分布和数字特征	(46)
一 内容提要	(46)
1. 随机变量及其分布	(46)
2. 随机变量函数的分布	(50)
3. 随机变量的数字特征	(51)
4. 重要概率分布	(54)
二 典型例题分析	(65)
1. 随机变量及其分布	(65)
2. 随机变量的数字特征	(83)
3. 重要概率分布	(89)

三	教材习题选解或提示	(98)
四	自我检测题	(109)
五	自检题答案或提示	(112)
第三章	随机向量	(113)
一	内容提要	(113)
1.	随机向量的概率分布	(113)
2.	随机向量的数字特征	(118)
3.	常用联合概率分布	(121)
4.	中心极限定理	(127)
5.	大数定律	(131)
二	典型例题分析	(133)
1.	联合分布与联合数字特征	(133)
2.	中心极限定理	(162)
3.	大数定律	(173)
三	教材习题选解或提示	(174)
四	自我检测题	(193)
五	自检题答案或提示	(201)
第四章	抽样分布	(207)
一	内容提要	(208)
1.	总体、样本和统计量	(208)
2.	统计推断的基本问题	(210)
3.	抽样分布	(210)
二	典型例题分析	(214)
1.	样本的分布和经验分布函数	(214)
2.	正态总体抽样分布	(219)
3.	其他抽样分布和极限抽样分布	(223)
三	教材习题选解或提示	(227)
四	自我检测题	(233)

五	自检题答案或提示	(236)
第五章	统计估计	(238)
一	内容提要	(238)
1.	统计估计问题	(238)
2.	参数的点估计	(240)
3.	参数的区间估计	(245)
二	典型例题分析	(255)
1.	统计估计问题	(255)
2.	参数的点估计	(255)
3.	参数的区间估计	(270)
三	教材习题选解或提示	(281)
四	自我检测题	(287)
五	自检题答案或提示	(295)
第六章	假设检验	(298)
一	内容提要	(298)
1.	假设检验的基本概念和原理	(298)
2.	正态总体参数的假设检验	(301)
3.	* 比率的假设检验	(305)
4.	* 非参数检验	(308)
二	典型例题分析	(309)
1.	假设检验的基本概念和原理	(309)
2.	正态总体参数的假设检验	(315)
3.	* 比率的比较	(323)
4.	* 非参数检验	(326)
三	教材习题选解或提示	(328)
四	自我检测题	(342)
五	自检题答案或提示	(347)
第七章	回归分析	(349)

一 内容提要	(349)
1. 变量间的关系	(349)
2. 一元线性回归	(351)
3. * 多元线性回归	(361)
4. * 非线性回归	(366)
二 典型例题分析	(366)
1. 一元线性回归	(366)
2. 多元线性回归	(377)
3. 非线性回归	(389)
三 教材习题选解或提示	(395)
四 自我检测题	(399)
五 自检题答案或提示	(405)
 常用统计数值表	 (407)
附表 1 标准正态分布函数 $\Phi(x)$ 值表	(407)
附表 2 标准正态分布双侧分位数 u_α	(408)
附表 3 正态总体修正样本标准差 S_{n-1} 的数学期望 $M_{n-1} = \mathbf{E}S_{n-1}/\sigma$	(409)
附表 4 正态总体样本极差 R_n 的数学 期望 $d_n = \mathbf{E}R_n/\sigma$	(409)
附表 5 χ^2 分布上侧分位数 $\chi^2_{v,\alpha}$	(410)
附表 6 t 分布双侧分位数 $t_{v,\alpha}$	(412)
附表 7 F 分布上侧分位数 $F_\alpha(f_1, f_2)$	(413)
 参考书目	 (418)

第一章 随机事件与概率

这一章讲概率统计的基本概念——事件及其概率和事件概率的计算,其基本内容可以归纳为:(1)事件及其关系和运算;(2)事件概率的概念;(3)事件概率的计算.

一 内容提要

1. 事件及其关系和运算

随机现象的表现或状态、随机试验的结果,统称为事件,分为必然事件、不可能事件和随机事件;事件之间可以定义与集合之间类似的关系和运算.

(1)**随机试验**. 现象分为可以确切预测的**必然现象**,和不能确切预测的**随机现象**. 试验分为事先可以确知其结果的确定性试验,和不能确切预言其结果的**随机试验**. 对随机现象的观测可以视为随机试验,简称“试验”(〔1〕§ 1.1;〔3〕第二章 § 1.2).

(2)**事件**. 随机试验的结果称做**事件**,分为:**必然事件**——每次试验都一定出现的结果,记作 Ω ;**不可能事件**——任何一次试验都不会出现的结果,记作 $\emptyset$;**随机事件**——在每次试验中既可能出现也可能不出现的结果,简称事件,通常用前几个拉丁字母 A, B, C …或 $\{\dots\}$ 表示,其中大括号中用文字或式子说明事件的内容.

试验最基本的结局 ω 称**基本事件**或**样本点**; 一切 ω 的集合 $\Omega = \{\omega\}$ 称做**基本事件空间**或**样本空间**. 全集 Ω 可视为必然事件, 任一事件 A 可以视为 Ω 的子集; 空集 $\emptyset$ 可视为不可能事件. 假如试验出现结局 ω , 则当 $\omega \in A$ 时认为事件 A 出现.

(3)**事件关系和运算**. 事件的关系: 包含、相等和不相容性; 事件的运算: 和(并)、差、交(积)、逆; 事件运算的性质: 交换律、结合律、分配律、对偶律.

1) **包含**. $A \subset B$ 表示“若 A 出现, 则 B 也出现”, 称做“ B 包含 A ”或“ A 导致 B ”.

2) **相等**. $A = B$ 表示二事件 A 和 B 要么同时出现, 要么同时不出现.

3) **和(并)**. $A + B$ 或 $A \cup B$, 读做“ A 加 B ”或“ A 与 B 的和(并)”, 表示事件“ A 和 B 至少出现一个”.

$\sum_i A_i$ 或 $\bigcup_i A_i$ 表示事件“诸事件 A_i 中至少出现一个”.

4) **差**. $A - B$ 或 $A \setminus B$, 读做“ A 减 B ”或“ A 与 B 的差”, 表示事件“ A 出现但 B 不出现”.

5) **交(积)**. AB 或 $A \cap B$, 读做“ A 与 B 的交”, 表示事件“ A 和 B 同时出现”.

$A_1 A_2 \cdots$ 或 $\bigcap_i A_i$ 表示事件“诸事件 A_i 同时出现”.

6) **逆**. $\bar{A} = \{A \text{ 不出现}\}$ 称做 A 的**对立事件**或**逆事件**. 显然, A 和 $\bar{A}$ 互为对立事件, $A + \bar{A} = \Omega$, $A \cap \bar{A} = \emptyset$, $\bar{\bar{A}} = A$.

7) **不相容**. 称 A 和 B 不相容, 若 $AB = \emptyset$.

(4)**事件运算的性质**. 事件的运算与集合运算完全类似, 并且满足交换律、结合律、分配律和对偶律.

1) **交换律**. $A + B = B + A$, $AB = BA$.

2) **结合律**. $(A + B) + C = A + (B + C)$; $(AB)C = A(BC)$.

3) **分配律**. $A(B \pm C) = AB \pm AC$.

4)对偶律. $\overline{A+B} = \overline{A} \overline{B}$; $\overline{AB} = \overline{A} + \overline{B}$.

$$\overline{\bigcup_i A_i} = \bigcap_i \overline{A_i}; \overline{\bigcap_i A_i} = \bigcup_i \overline{A_i}.$$

(5)文氏图. 亦称做维恩(Venn)图, 一种示意图, 可以很直观地表示事件的关系和运算. ([1]图 1-1; [2]图 1-2; [3]图 2-1).

2. 事件的概率

概率是事件在试验中出现的可能性的数值度量. 用概率度量事件在试验中出现的可能性, 与用长度度量线段、用面积度量平面图形、用质量度量物质的多少……是类似的, 我们以 $P(A)$ 表示事件 A 的概率.

(1)频率的稳定性. 一种由经验证明了的, 随机现象的统计规律性, 事件在试验中出现可能性可用数值度量的依据.

事件频率 事件在重复试验中出现的次数与试验重复次数的比率. 在一轮 n 次重复试验中, 某一事件 A 出现的频率事先是无法确定的, 这是随机性的表现.

频率的稳定性 随着试验重复次数无限增大, 频率趋于稳定在某个数值附近. 这种性质称做频率的稳定性, 相应的数值(一般是未知的)称做频率的稳定值. 频率的稳定性, 说明事件在试验中出现的可能性可以度量, 即说明概率的存在性.

(2)概率的公理. 由实践总结而来无须逻辑证明的, 概率所应满足的基本条件, 以公理形式提出. 一方面, 由公理可以给出概率的数学定义([1]定义 1.1; [3]定义 2.1; [6]第 28 页; [7]定义 1.7); 另一方面, 由此导出概率的其他性质.

公理一 非负性: 对于任一事件 A , 有 $0 \leq P(A) \leq 1$;

公理二 规范性: 必然事件 Ω 的概率等于 1, $P(\Omega) = 1$, (或不可能事件 $\emptyset$ 的概率等于 0, $P(\emptyset) = 0$);

公理三 可加性: 对于任意有限或可数个事件 $\{A_i\}$, 只要 $A_i A_j = \emptyset (i \neq j)$, 则

$$P(\bigcup_i A_i) = \sum_i P(A_i). \quad (1.1)$$

长度、面积、体积、质量等一类度量都是非负的和可加的,只是不满足规范性.对于概率要求规范性,显然是合理的.

(3)条件概率和独立性. 概率论的基本概念;借助条件概率计算的一些基本公式;独立性——许多概率统计模型的重要前提条件.

1)条件概率. 设 $P(A) > 0$, 则称

$$P(B|A) = \frac{P(AB)}{P(A)} \quad (1.2)$$

为“事件 B 在事件 A 出现条件下的条件概率”,简称“ B 关于 A 的条件概率”.

对于给定的 A , 条件概率满足概率的三条公理,从而具有“无条件”概率的一切性质([1]定义 1.2; [2]第 24 页(5.1)式; [3]定义 2.2).

2)独立事件. 事件相互独立,指的是其中一个(或一些)事件的出现不改变(不影响)其他事件的统计规律性.

二事件独立 称事件 A 和 B 独立,如果

$$P(AB) = P(A)P(B). \quad (1.3)$$

多个事件独立 称事件 $A_1, \dots, A_n (n \geq 2)$ 相互独立,如果对于其中任意 $r (2 \leq r \leq n)$ 个事件 $A_{i_1}, \dots, A_{i_r}$, 有

$$P(A_{i_1} \cdots A_{i_r}) = P(A_{i_1}) \cdots P(A_{i_r}). \quad (1.4)$$

事件两两独立 称事件 $A_1, \dots, A_n (n \geq 2)$ 两两独立,如果对于任意 $i \neq j (1 \leq i, j \leq n)$, 有

$$P(A_i A_j) = P(A_i)P(A_j), \quad (1.5)$$

即任何两个事件都独立.

独立事件性质

1°. 当 $P(A) > 0$ 时, 若 A 和 B 独立, 则 $P(B|A) = P(B)$, 反之亦然;

2°. 若 A 和 B 独立, 则 $\bar{A}$ 和 $\bar{B}$, $\bar{A}$ 和 B , A 和 $\bar{B}$ 都相应地独立, 反之亦然;

3°. 若 $A_1, \dots, A_n$ 独立, 则将其中任意 $r (1 \leq r \leq n)$ 个事件换成其对立事件所得 n 个事件仍独立.

4°. 若 $A_1, \dots, A_n$ 独立, 则其中任意 $r (r \geq 2)$ 个事件也独立.

(4) 概率的性质. 概率的公理是实践证明无须逻辑证明的基本性质. 由概率的三条公理可以导出概率的其他性质.

1°. 不可能事件 $\emptyset$ 的概率 $P(\emptyset) = 0$.

2°. 对立事件的概率

$$P(\bar{A}) = 1 - P(A). \quad (1.6)$$

3°. 加法公式. 对于任意事件 $A, B, C, \dots$, 有

$$P(A+B) = P(A) + P(B) - P(AB); \quad (1.7a)$$

$$\begin{aligned} P(A+B+C) = & P(A) + P(B) + P(C) \\ & - P(AB) - P(AC) - P(BC) \\ & + P(ABC). \end{aligned} \quad (1.7b)$$

4°. 减法公式. 对于任意 A 和 B , 有

$$P(A-B) = P(A) - P(AB); \quad (1.8a)$$

特别, 若 $A \supset B$, 则 $P(A) \geq P(B)$, 且

$$P(A-B) = P(A) - P(B). \quad (1.8b)$$

5°. 乘法公式. 设 $P(A) > 0$, 则

$$P(AB) = P(B|A)P(A); \quad (1.9a)$$

设 $P(A_1 \cdots A_{n-1}) > 0$, 则

$$\begin{aligned} & P(A_1 A_2 \cdots A_{n-1} A_n) \\ &= P(A_1) P(A_2 | A_1) \cdots P(A_n | A_1 A_2 \cdots A_{n-1}). \end{aligned} \quad (1.9b)$$

6°. 全概率公式. 设事件组 $H_1, H_2, \dots$ 满足条件^①: 1) $H_i H_j = \emptyset (i \neq j)$; 2) $\bigcup_i H_i = \Omega$, 则对于任一事件 A , 有

$$P(A) = \sum_i P(AH_i) = \sum_i P(H_i) P(A | H_i), \quad (1.10)$$

其中第二个和式要求 $P(H_i) > 0$.

7°. 贝叶斯公式. 在 6° 的条件下, 有

$$P(H_k | A) = \frac{P(H_k) P(A | H_k)}{\sum_i P(H_i) P(A | H_i)}. \quad (1.11)$$

贝叶斯公式又称做**验后(或后验)概率公式**、**逆概率公式**(〔1〕定理 1.2;〔2〕第 33 页;〔3〕(2.23)式).

3. 事件概率的计算

确定事件概率的方法有, (1)直接计算(包括古典型和几何型概率); (2)用频率估计概率; (3)利用概率的性质和基本公式进行推算.

(1) 概率的直接计算. 在两种特别的情形下, 利用试验结局的等可能性和均衡性, 可以直接计算概率, 即古典型和几何型概率.

1) 古典型概率. 这是历史上出现最早的一种求概率的模型, 故称古典型.

1°. 计算公式. 假设满足条件: (a) 试验总共有 N 个基本事件(结局); (b) 各基本事件(结局)是等可能的. 那么,

^① 满足此条件的(有限或可数个事件的)事件组, 称做完全事件组.

$$P(A) = \frac{A \text{ 所含基本事件个数}}{\text{基本事件总数}} = \frac{M}{N}, \quad (1.12)$$

其中 M 又称做有利于(导致)事件 A 的基本事件个数([1](1.10)式; [2]第6页定义; [3](2.8)式).

2°. 排列组合的基本公式. 利用(1.12)式求 M 和 N 时常要用到排列组合的一些基本公式(详见[3]第二章 § 5.1). 假设 $\Omega = \{\omega_1, \dots, \omega_N\}$ 含 N 个元素.

排列 a) 全排列: 将 N 个元素按一定顺序排列, 共有 $N!$ 种不同排法; b) 选排列: 从 N 个元素中任选 n 个进行排列, 共有

$$P_N^n = N(N-1)\cdots(N-n+1) \quad (1.13)$$

种不同的排法.

组合 a) 分两组: 将 N 个元素分为两组, 使其中一组含 n 个元素另一组含 $N-n$ 个元素, 不同分法(组合)的总数为

$$C_N^n = \frac{N!}{n!(N-n)!} = \frac{N(N-1)\cdots(N-n+1)}{n!}. \quad (1.14)$$

b) 分 r ($r \geq 2$) 组: 将 N 个元素分为 r 组, 使各组分别含 $n_1, n_2, \dots, n_r$ 个元素, 其中 $n_i \geq 0, n_1 + n_2 + \dots + n_r = N$, 不同分法(组合)的总数为

$$C_N^{n_1, \dots, n_r} = \frac{N!}{n_1! n_2! \cdots n_r!}. \quad (1.15)$$

3°. 简单随机抽样. 假设 $\Omega = \{\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_N\}$ 含 N 个元素. 从 Ω 中随机抽取 n 个元素, 假如每个元素被抽到的可能性相同, 则称抽样为简单随机抽样, 分为还原和非还原、有序和无序.

还原抽样——每次抽取一个元素, 并在抽取下一元素前将其放回 Ω (假设元素一切特征不变).

非还原抽样——凡是抽出的元素均不再放回 Ω .

有序抽样——不但考虑抽到哪个元素, 而且考虑元素出现次序的抽样.