

工程断裂力学

高庆主编

gongcheng
duanlie
lixue

重庆大学出版社

高等学校试用教材

工 程 断 裂 力 学

重 庆 大 学
成都科学技术大学

西南交通大学
四川工业学院

合编

高 庆 主编

重 庆 大 学 出 版 社

工 程 断 裂 力 学

高 庆 主 编

责任编辑 殷学刚

*

重 庆 大 学 出 版 社 出 版

新 华 书 店 重 庆 发 行 所 发 行

重 庆 新 华 印 刷 厂 印 刷

*

开本：787×1092 1/16 印张15.5 字数397千

1986年8月第一版 1986年8月第一次印刷

印数：1—9,100

统一书号：15408·2 定价：2.60元

前 言

断裂力学作为一门新兴学科已在国内外日益受到人们的重视。近几年来，高等工科院校有关专业陆续将断裂力学列为一门必修课程或选修课程。为满足教学需要，我们在自编讲义的基础上编写了《工程断裂力学》这本教材。初稿完成后，经过试用和审稿会审定，又作了修订和补充。

本书阐述了断裂力学的基本概念和定义，推导和论述了有关理论和公式，引用了一些最新的测试规范和方法，并编入了国内外断裂力学方面的一些最新进展情况。为保证学习断裂力学之前能具备弹塑性力学的基础，本书在附录中介绍了弹性力学与塑性力学的基本内容。另外，每章安排有例题和习题，并给出了常用应力强度因子表，以利于学习和应用。

本书在编写中考虑到不同专业的需要，可分别适用于三类情况的教学：未具备弹塑性力学基础知识的按60~70学时讲授（弹塑性力学20~24学时，断裂力学40~46学时）；已具备弹塑性力学基础知识可按40~46学时讲授；如只需了解断裂力学概貌，则可讲授本书第一章及其它有关部分，学时为10~20。

本书共分六章和三个附录。各章分工如下，绪论及第一章由成都科学技术大学龚志钰编写，第二章及附录C由重庆大学李仕莲编写，第三章及第四章由四川工业学院张传兴编写，第五章及附录B由西南交通大学高庆编写，第六章由重庆大学陈泽光编写，附录A由成都科学技术大学蒋国宾编写；全书由高庆担任主编。

本书由孙训方教授全面审阅。四川省力学学会对本书编写给予了支持。重庆大学袁懋昶教授、西南石油学院肖芳淳付教授、兰州铁道学院罗亚付教授以及昆明工学院郭香生老师都对本书提出了宝贵意见。谨此一并致谢。

由于时间仓促，水平有限，内容和安排上可能存在不少缺点和错误，恳望广大读者批评指正。

编者
1985年春

目 录

绪论	(1)
第一章 线弹性断裂力学概述	(3)
§1-1 裂纹及其对强度的影响	(3)
1-1-1 裂纹的分类	(3)
1-1-2 裂纹对材料强度的影响	(4)
§1-2 能量释放率断裂理论	(5)
1-2-1 Griffith理论	(5)
1-2-2 Orowan 理论	(7)
1-2-3 能量释放率及其断裂判据	(7)
§1-3 应力强度因子断裂理论	(10)
1-3-1 裂纹尖端附近处的应力场与位移场	(10)
1-3-2 应力强度因子断裂判据	(13)
§1-4 G 与 K 的关系	(16)
§1-5 裂纹扩展阻力 (R) 曲线的概念	(18)
习题	(20)
第二章 裂纹尖端区域的应力场及应力强度因子	(22)
§2-1 I型裂纹尖端区域的应力场和位移场	(22)
2-1-1 Westergaard 应力函数	(22)
2-1-2 解析函数 $Z_1(z)$ 的确定	(23)
2-1-3 裂纹尖端区域的应力场和位移场	(24)
§2-2 II、III型裂纹尖端区域的应力场和位移场	(26)
2-2-1 II型裂纹尖端区域的应力场和位移场	(26)
2-2-2 III型裂纹尖端区域的应力场和位移场	(27)
§2-3 应力强度因子的确定	(29)
2-3-1 I型裂纹问题的 K 因子	(29)
2-3-2 深埋裂纹与表面裂纹问题	(34)
2-3-3 II、III型裂纹问题的 K 因子	(37)
2-3-4 I、II复合型裂纹的应力强度因子	(37)
§2-4 确定应力强度因子的数值方法	(40)
2-4-1 边界配位法	(40)
2-4-2 有限单元法	(46)
§2-5 确定应力强度因子的实测法	(48)
2-5-1 柔度标定法	(48)
2-5-2 光弹性法	(50)
§2-6 I型裂纹尖端的塑性区及 K 因子的塑性修正	(51)
2-6-1 小范围屈服下裂纹尖端的屈服区	(51)

2-6-2	应力松弛对塑性区的影响	(53)
2-6-3	应力强度因子 K_I 的塑性修正	(55)
	习题	(57)
第三章	平面应变断裂韧度K_{Ic}测试	(60)
§3-1	测定 K_{Ic} 的标准方法	(60)
3-1-1	标准试样的形状及 K_I 表达式	(60)
3-1-2	试样尺寸的要求	(63)
3-1-3	试样裂纹面取向及标记	(66)
3-1-4	测试装置	(67)
3-1-5	测试方法	(68)
3-1-6	试验结果的处理	(68)
3-1-7	试验报告	(74)
3-1-8	计算实例	(74)
§3-2	测定 K_{Ic} 的表面裂纹法	(75)
3-2-1	表面裂纹的 K_I 表达式	(76)
3-2-2	试样尺寸的要求	(76)
3-2-3	测试步骤	(78)
3-2-4	试验结果的处理	(79)
3-2-5	计算实例	(80)
	习题	(81)
第四章	复合型裂纹的脆性断裂理论	(82)
§4-1	复合型裂纹问题概述	(82)
§4-2	最大周向应力理论	(83)
§4-3	能量释放率理论	(85)
§4-4	应变能密度因子理论	(89)
§4-5	工程上应用的近似断裂判据	(94)
	习题	(96)
第五章	弹塑性断裂力学基础	(98)
§5-1	COD理论	(98)
5-1-1	Irwin小范围屈服条件下的COD	(98)
5-1-2	D-B带状屈服区模型的COD	(99)
5-1-3	全面屈服条件下的COD	(102)
5-1-4	COD判据的工程应用	(104)
5-1-5	临界COD的实验测定	(107)
§5-2	J积分理论	(110)
5-2-1	J积分回路定义及其守恒性	(111)
5-2-2	J积分与裂纹尖端应力应变场	(113)
5-2-3	J与G的关系 J与COD的关系	(114)
5-2-4	J积分的形变功率率定义	(117)
5-2-5	J积分的实验标定 临界J积分 J_{Ic}	(120)
5-2-6	J_R 阻力曲线法	(122)
5-2-7	J主导条件	(127)

5-2-8	J 积分的计算及工程估算方法	(128)
5-2-9	J 控制裂纹扩展的条件 裂纹扩展的稳定性	(134)
	习 题	(136)
第六章 疲劳裂纹扩展		(138)
§6-1	疲劳裂纹的形成及其扩展	(138)
6-1-1	疲劳裂纹的形成	(139)
6-1-2	疲劳裂纹扩展	(140)
§6-2	疲劳裂纹扩展速率	(141)
§6-3	影响疲劳裂纹扩展速率的因素	(142)
6-3-1	平均应力 σ_m 的影响	(142)
6-3-2	过载峰的影响	(145)
6-3-3	其它影响因素	(148)
§6-4	疲劳裂纹扩展速率 $\frac{da}{dN}$ 的测试	(149)
§6-5	应变疲劳	(151)
§6-6	应力腐蚀开裂和腐蚀疲劳	(152)
6-6-1	腐蚀与应力腐蚀	(152)
6-6-2	腐蚀疲劳	(152)
§6-7	疲劳裂纹扩展寿命的估算	(153)
	习 题	(157)
附录A 弹性力学基础		(158)
§A-1	弹性力学平面问题的基本方程式	(158)
A-1-1	概述	(158)
A-1-2	平面问题的基本概念	(160)
A-1-3	平衡方程与边界条件	(162)
A-1-4	几何方程与应变协调方程	(165)
A-1-5	物理方程	(167)
A-1-6	平面问题基本方程式的张量约记	(168)
§A-2	平面问题的直角坐标解	(171)
A-2-1	用位移法求解平面问题	(171)
A-2-2	用应力法求解平面问题	(174)
A-2-3	用多项式表示应力函数	(178)
A-2-4	自由端受集中力的悬臂梁	(180)
A-2-5	受均布载荷的简支梁	(183)
§A-3	平面问题的极坐标解	(189)
A-3-1	用极坐标求解平面问题的基本方程式	(189)
A-3-2	轴对称问题	(195)
A-3-3	圆孔孔边应力集中问题	(198)
A-3-4	椭圆孔的应力集中	(201)
A-3-5	Williams应力函数	(202)
§A-4	复变应力函数	(204)
A-4-1	复数与解析函数	(204)

A-4-2 复变应力函数.....	(203)
习 题	(208)
附录B 塑性力学基础	(213)
§B-1 概 述	(213)
B-1-1 任务与研究对象.....	(213)
B-1-2 两种基本实验.....	(213)
B-1-3 弹塑性材料应力-应变曲线的简化模型.....	(214)
§B-2 应力张量与应变张量	(215)
B-2-1 应力张量及其分解.....	(215)
B-2-2 应变张量及其分解.....	(218)
§B-3 屈服条件.....	(218)
B-3-1 应力空间 屈服曲面.....	(219)
B-3-2 常用的屈服条件.....	(220)
§B-4 塑性应力-应变本构关系.....	(222)
B-4-1 Lévy-Mises增量理论	(223)
B-4-2 Prand l-Reuss增量理论.....	(224)
B-4-3 Hencky全量理论.....	(225)
B-4-4 Ильюшин全量理论.....	(225)
附录C 常用应力强度因子表.....	(227)

绪 论

提到断裂，自然就会想到各种工程断裂事故。为了避免断裂事故，人们与之进行了长期的、艰苦的和卓有成效的斗争。起初凭经验，后来发展了理论。在断裂力学出现以前，传统的控制构件不断裂而能够安全工作的理论，称为强度条件或安全设计，其基本思想是保证构件的工作应力不超过材料的许用应力，即

$$\sigma \leq [\sigma]$$

安全设计对确保构件安全工作起了重大作用，至今仍然是必不可少的。但人们在长期的生产实践中，逐步认识到，在某些情况下，“安全设计”设计出的构件并不安全，破断事故仍不断发生，特别对于高强度材料构件，焊接结构，处在低温或腐蚀环境中的结构等，破断事故就更加频繁。例如，1938~1940年比利时阿尔伯运河上几座大桥的破断。1943~1947年美国五千余艘焊接船竟然连续发生了一千多起断裂事故，其中238艘完全毁坏。1949年东俄亥俄煤气公司的圆柱形液态天然气罐爆炸使周围街市变为废墟。五十年代初，美国北极星导弹固体燃料发动机壳体在试验时发生爆炸等等。这些接连不断的工程断裂事故引起了人们的高度警觉，特别是这些事故发生在工作应力低于材料的屈服极限的条件之下，用传统的安全设计观点是无法解释的。实践是检验真理的唯一标准。于是人们开始从根本上去探讨传统的设计思想，认识到它的不足，而且竭力寻求更合理的设计途径。从大量破断事故分析中发现，断裂皆起源于构件有缺陷处。传统的设计思想的一个严重问题是把材料视为无缺陷的均匀连续体，而实际上构件总是存在着形式不同的缺陷，因而实际材料的强度大大低于理论模型的强度。断裂力学恰恰是为了弥补传统设计思想这一严重不足而产生的。

断裂力学是研究有裂纹(缺陷)构件断裂强度的一门学科。或者说是研究含裂纹构件裂纹的平衡、扩展和失稳规律，以保证构件安全工作的一门科学。

在我国的“四化”建设中，新材料、新工艺，新产品将不断涌现。对于一些重要的设备、建筑和产品，在使用期限内，应该力求不出现断裂事故，万无一失地工作。这些问题的解决正是断裂力学的任务。

裂纹(缺陷)是酿成灾难性事故的祸根，是否可以使构件中不存在裂纹呢?这是不可能的，即使有了很先进的冶炼技术和制造工艺，也很难消除构件中的全部缺陷。另外，构件中含有缺陷，也不是都能够发现，因为(1)存在缺陷而被漏检是常有的事；(2)现有的各种探伤手段还不能发现微细裂纹，射线摄影、超声波探伤和磁粉探伤等都具有一定的灵敏度范围，细小裂纹难以探出；(3)即使构件不存在宏观裂纹，材料内部也存在着微观和亚微观裂纹，这类裂纹受到疲劳载荷作用或应力腐蚀作用，也会逐步发展成为宏观裂纹。因此要构件中不存在裂纹是不可能的。另一方面，也不是构件有裂纹就一定发生断裂，许多情况下裂纹对构件的使用是没有多大影响的。科学的态度是应该区分什么是有危险的裂纹，什么是无危险的裂纹，制定出合理的产品质量验收标准。对于有危险的裂纹必须严禁使用，以免造成灾难性事故，而又不能因在使用期内无危险的裂纹的存在对可用的构件报废，造成经济损失。断裂力

学对此提供了判断的科学依据，所以断裂力学在我国“四化”建设中有着重要作用，已日益受到航空、机械、化工、造船、交通和军工等部门的重视。

断裂力学从50年代兴起，现在进展的情况是，一方面在许多领域中解决了大量生产实际问题，特别是解决抗断设计、合理选材、适当的热处理制度和加工工艺、预测构件的疲劳寿命、制定合理的质量验收标准和检修制度以及防止断裂事故等方面的问题；另一方面，它还是一门新兴学科，它的基本理论，测试技术和应用计算方法等还有许多有争议和不成熟之处而正处于发展之中。近年来断裂力学的研究在国内国外都十分活跃。从65年起国际上每四年召开一次国际断裂力学会议，并出版国际断裂力学杂志。我国在68年左右开始断裂力学研究，已召开多次全国性断裂力学学术会议。毫无疑问，随着我国四个现代化的蓬勃开展，断裂力学的研究一定会有更大的进步。

由于研究的观点和出发点不同，断裂力学分为微观断裂力学和宏观断裂力学。微观断裂力学是研究原子位错等晶粒尺度内的断裂过程，根据对这些过程的了解，建立起支配裂纹扩展和断裂的判据。宏观断裂力学是在不涉及材料内部的断裂机理条件下，通过连续介质力学分析和试件的实验作出断裂强度的估算与控制。目前宏观断裂力学已有很大发展，而微观断裂力学尚处于开始阶段。宏观断裂力学又常区分为线弹性断裂力学和弹塑性断裂力学。本书主要讨论宏观断裂力学的基本原理及其工程应用。

线弹性断裂力学研究的对象是线弹性裂纹固体，认为裂纹体内各点的应力和应变的关系都是线性的(遵守Hooke定律)。在金属材料中，严格的线弹性断裂问题几乎不存在，因为裂纹的扩展总伴随着裂纹尖端的塑性变形。但理论和实验都证明，只要塑性区的尺寸远小于裂纹的尺寸，经过适当的修正，用线弹性理论分析不致产生太大的误差。对低韧性高强度钢，对于大断面尺寸的构件及处在低温条件下工作的构件，往往在断裂前裂尖塑性区尺寸是很小的，因此可用线弹性断裂理论进行分析。线弹性断裂力学采用弹性力学分析方法，理论比较严谨，也比较成熟，是断裂力学的基础部分。

对于一般情况下的中低强度钢构件，裂纹尖端区域的塑性区尺寸，在裂纹扩展前或扩展中，往往接近甚至大于裂纹尺寸，这时再用线弹性断裂理论分析裂纹行为就会导致过量的误差，而必须采用弹塑性力学的分析方法，称为弹塑性断裂力学。虽然弹塑性断裂力学在工程应用中具有更大的意义，而且是目前断裂力学的研究中最活跃的领域，但由于在用弹塑性分析方法处理具体问题时存在较大的数学上的困难，所以目前这一领域的研究还不如线弹性断裂力学那样充分。随着科学技术的进步，存在的一些困难也是能够克服的。例如，为了适应工程需要，目前已发展了弹塑性断裂力学的工程分析方法。

第一章 线弹性断裂力学概述

§1-1 裂纹及其对强度的影响

实际构件存在的缺陷是多种多样的,除了裂纹,还可能是冶炼中产生的夹渣、气孔,加工中引起的刀痕、刻槽,焊接中的气泡、未焊透等,在断裂力学中,常把这些缺陷都简化为裂纹,并统称“裂纹”。

1-1-1 裂纹的分类

一 按裂纹的几何特征分类:

按裂纹的几何特征可以分为穿透裂纹、表面裂纹和深埋裂纹(图1-1)。

(a) 穿透裂纹:贯穿构件厚度的裂纹称为穿透裂纹。通常把裂纹延伸到构件厚度一半以上的都视为穿透裂纹,并常作理想尖裂纹处理。即裂纹尖端的曲率半径趋近于零。这种简化是偏于安全的。穿透裂纹可以是直线的、曲线的或其它形状的。

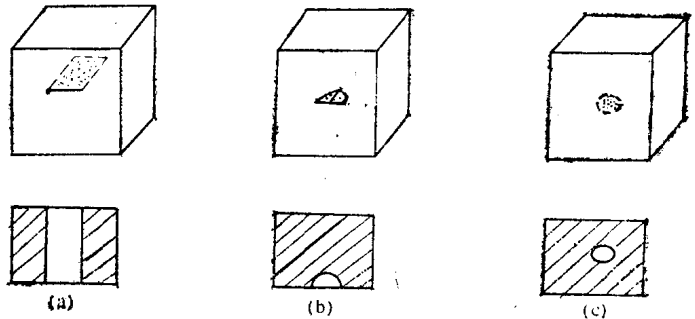


图1-1 裂纹的几何特征分类图

(a) 穿透裂纹; (b) 表面裂纹; (c) 深埋裂纹

(b) 表面裂纹:裂纹位于构件表面,或裂纹深度相对构件厚度比较小就作为表面裂纹处理,

对于表面裂纹常简化为半椭圆形裂纹。

(c) 深埋裂纹:裂纹位于构件内部,常简化为椭圆片状裂纹或圆片裂纹。

二 按裂纹的力学特征分类:

按裂纹的力学特征可以分为张开型裂纹,滑开型裂纹和撕开型裂纹(图1-2)。

(a) 张开型(I型):在与裂纹面正交的拉应力作用下,裂纹面产生张开位移而形成的一种裂纹(位移与裂纹面正交即沿拉应力方向),其裂纹面上的上表面点和下表面点沿 y 方向的位移分量 v 不连续(图1-2a)。

(b) 滑开型(II型):在平行于裂纹面而与裂纹尖端线垂直方向的剪应力作用下,使裂纹面产生沿裂纹面(即沿作用的剪应力方向)的相对滑动而形成的一种裂纹。其裂纹面上的上表面点和下表面点沿 x 方向的位移分量 u 不连续(图1-2b)。

(c) 撕开型(III型):在平行于裂纹面而与裂纹尖端线平行方向的剪应力作用下,使裂纹面产生沿裂纹面外(即沿作用的剪应力方向)的相对滑动而形成的一种裂纹。其裂纹面上的上

表面点和下表面点沿 z 方向的位移分量 w 不连续(图1-2c)。

实际裂纹体中的裂纹可能是两种或两种以上基本型的组合，称为复合型裂纹。这三类裂纹基本型式中，以张开型(I型)最常见、最危险和技术上最重要，是我们研究的重点。

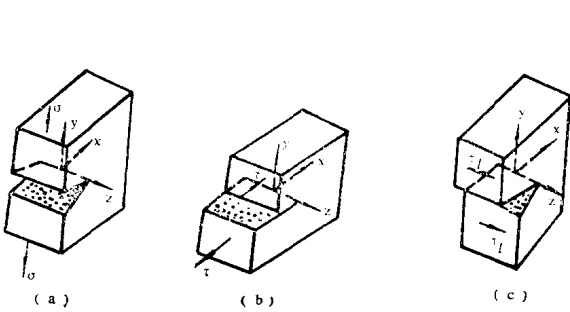


图1-2 裂纹的力学特征分类图

(a) 张开型裂纹；(b) 滑开型裂纹；(c) 撕开型裂纹

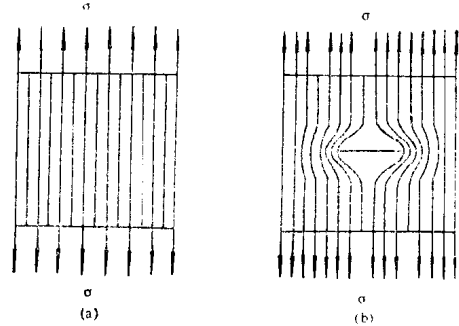


图1-3 应力流线图

(a) 无裂纹板受拉；(b) 含裂纹板受拉

1-1-2 裂纹对材料强度的影响

具有裂纹的弹性体受力以后，在裂纹尖端区域将产生局部应力集中现象。如图1-3所示的受拉板，若无裂纹，它的应力流线是均匀分布的；当存在一个裂纹时，应力流线在裂纹尖端附近高度密集。但是这种集中是局部性的，离开裂纹尖端稍远处，应力分布又趋于正常。

在裂纹尖端区域应力集中程度与裂纹尖端的曲率半径有关，裂纹越尖锐，应力集中的程度越高。这种应力集中必然导致材料的实际断裂强度远低于该材料的理论断裂强度。

例如如图1-4所示“无限大”薄平板，承受单向均匀拉应力作用，板中存在贯穿的椭圆形切口，其长轴为 $2a$ ，短轴为 $2b$ ，这个问题在弹性力学中作过详细讨论，最大拉应力发生在椭圆长轴端点 A (或 A')处，由附录A的(A-50)式，其值为

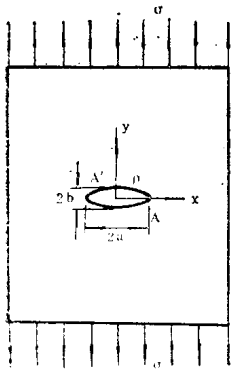


图1-4 含椭圆切口受拉伸无限大板

$$(\sigma_y)_{\max} = \sigma \left(1 + 2 \frac{a}{b}\right) \quad (1-1)$$

该点处的曲率半径 $\rho = \frac{b^2}{a}$ ，故(1-1)式又可写为

$$(\sigma_y)_{\max} = \sigma \left(1 + 2 \sqrt{\frac{a}{\rho}}\right) \quad (1-2)$$

由固体物理学可知，固体材料的理论断裂强度值为

$$\sigma_t = \sqrt{\frac{E\gamma}{b_0}} \quad (1-3)$$

式中 E 为材料弹性模量， γ 为固体材料的表面能密度， b_0 为固体材料的原子间距。

按照传统强度观点，当切口端点处的最大应力达到材料的理论强度时，材料断裂，即

$$(\sigma_y)_{\max} = \sigma_t \quad (1-4)$$

因为 $\frac{a}{\rho} \gg 1$ ，故得临界应力

$$\sigma_c = \frac{\sqrt{\frac{E\gamma}{b_0}}}{1 + 2\sqrt{\frac{a}{\rho}}} \approx \sqrt{\frac{E\gamma\rho}{4ab_0}} \quad (1-5)$$

由(1-5)式可见,当为理想尖裂纹($\rho \rightarrow 0$)时, $\sigma_c \rightarrow 0$,这就意味着不管承受的应力 σ 值为多大,裂纹尖端的局部应力都会超过 σ_c ,也就是说,固体一旦有了理想尖裂纹,就不再有了强度,这显然与事实不符。这一疑问的答案正是连续介质力学与弹性理论的界限。因为固体是由原子组成的,因此,当固体材料中的缺陷是尖裂纹缺陷时,就可用原子间距 b_0 代替裂尖曲率半径 ρ , (1-5)式可写为

$$\sigma_c = \sqrt{\frac{E\gamma}{4a}} \quad (1-6)$$

这表明,当固体有非常尖锐的裂纹存在时,固体材料的实际断裂强度较理论断裂强度低得多。研究表明,固体材料的表面能密度值 $\gamma = 0.01b_0E$ 时,如果取宏观裂纹尺寸 $2a \approx 5000b_0$,则其断裂应力比材料的理论值降低约100倍。这就从应力集中观点解释了固体材料的实际断裂强度远较其理论强度为低这一客观事实。

从(1-6)式可见,当应力达到 σ_c 值时,裂纹开裂,而使裂纹长度 $2a$ 增加,这样又将使 σ_c 值降低,则裂纹继续扩展,最后导致整个固体材料断裂,所以它是裂纹失稳扩展的条件。

§1-2 能量释放率断裂理论

1-2-1 Griffith理论

断裂力学作为一门崭新的学科是五十年代才建立和发展起来的,但远在二十年代初期,英国学者Griffith就对玻璃、陶瓷等脆性材料进行了断裂分析,建立了脆性断裂判据,成功地解释了这类材料的实际断裂强度为什么比预期的理论断裂强度低得多的问题。

Griffith研究了如图1-5所示的厚度为 t 的薄平板。上下端施加均布载荷,处于平衡状态之后,把上下端固定起来,构成能量封闭系统,此时板内的总应变能为 U_0 。然后设想在板中沿垂直于 σ 方向开一条长度为 $2a$ 的贯穿裂纹,裂纹的长度 $2a$ 远小于板的面内尺寸,因而此板可视为“无限大”板。由于设想切开了一个贯穿板厚度的裂纹,裂纹处就形成了上下两个自由表面,原来作用在此两表面位置的拉应力消失了,同时上、下两自由表面发生相对张开位移,消失掉的拉应力 σ 对此张开位移作负功,使板

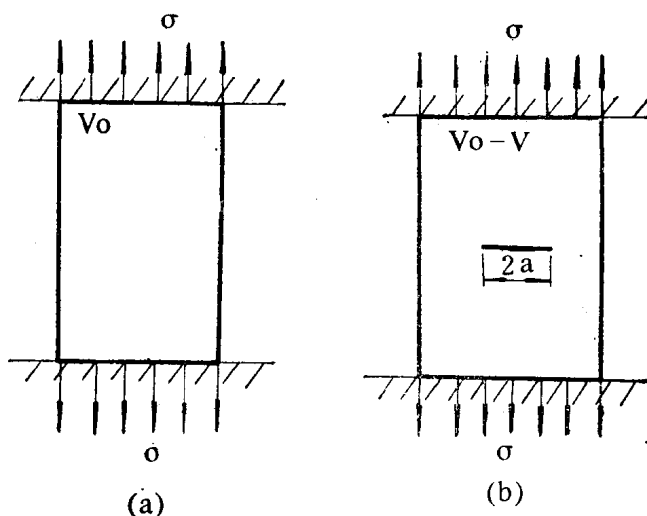


图1-5 Griffith薄平板
(a) 开裂前状态; (b) 开裂后状态

内应变能由原来的值 U_0 减小到 (U_0-U) ,即应变能降低了 U 。注意到板的上、下两端是固定的,外力不作功,外力势能不改变。Griffith根据Inglis(1913年)对“无限大”薄平板内开了一个扁平贯穿椭圆孔后分析得到的应力场、位移场计算公式,得出当椭圆孔短轴尺寸趋于零(理想尖裂纹)时,应变能的改变为

$$U = \frac{\pi a^2 \sigma^2}{E} t = \frac{\pi \sigma^2 A^2}{4Et} \quad (1-7)$$

式中 $A = 2at$,为裂纹的单侧自由表面的面积。

另一方面,由于裂纹处新形成了两个自由表面,从而有表面能的增加,设 γ 为表面能密度,则两个自由表面总的表面能为

$$T = 2A\gamma \quad (1-8)$$

因此,设想开了一个贯穿裂纹的薄平板相对于初始状态(无裂纹薄平板)的总势能为

$$P = -U + T = -\frac{\pi \sigma^2 A^2}{4Et} + 2A\gamma \quad (1-9)$$

由势能极值原理可知,总势能为极大值的条件为

$$\frac{\partial P}{\partial A} = 0; \quad \frac{\partial^2 P}{\partial A^2} < 0 \quad (1-10)$$

符合(1-10)式条件,裂纹处于不稳定平衡状态。由(1-9)式给出

$$\frac{\partial^2 P}{\partial A^2} = -\frac{\pi \sigma^2}{2Et} < 0$$

$$\frac{\partial P}{\partial A} = -\frac{2\pi \sigma^2 A}{4Et} + 2\gamma = 0$$

或
$$\frac{\pi \sigma^2 A}{2Et} = 2\gamma \quad (1-11)$$

(1-11)式表明,当裂纹扩展单位面积释放的应变能恰好等于形成其自由表面所需之表面能时,裂纹就处于不稳定平衡状态;若裂纹扩展单位面积释放的应变能大于形成其自由表面所需之能量,裂纹就会失稳扩展而断裂;当然若此应变能小于形成其自由表面所需之能量,裂纹就不会扩展(处于静止状态)。

若给定裂纹长度,由(1-11)式,临界应力为

$$\sigma_c = \sqrt{\frac{2E\gamma}{\pi a}} \quad (1-12)$$

若给定应力,也可定出裂纹临界尺寸为

$$a_c = \frac{2E\gamma}{\pi \sigma^2} \quad (1-13)$$

现在把(1-5)与(1-12)两式作一比较,因为两式左端为同一量,所以有

$$\sqrt{\frac{2E\gamma}{\pi a}} = \sqrt{\frac{E\gamma\rho}{4ab_0}} = \sqrt{\left(\frac{2E\gamma}{\pi a}\right)\left(\frac{\pi\rho}{8b_0}\right)}$$

或
$$\rho = \frac{8}{\pi} b_0 \quad (1-14)$$

因此,当裂纹尖端的曲率半径满足

$$0 \leq \rho \leq \frac{8}{\pi} b_0 \quad (1-15)$$

时, (1-5)式和(1-12)式近似相当。一般把满足(1-15)式条件的裂纹, 称为Griffith裂纹。由此可见, Griffith理论对于裂纹尖端的尖锐度是有严格限制的。

注意, Griffith理论研究的仅限于材料是完全脆性的情况, 实际上绝大多数金属材料断裂前和断裂过程中裂尖存在塑性区域, 裂尖也因塑性变形而钝化, 此时Griffith理论失效, 这也就是Griffith理论长期得不到重视和发展的原因。

1-2-2 Orowan理论

在Griffith理论提出三十年之后, Orowan通过对金属材料裂纹扩展过程的研究, 正确地指出裂纹扩展前在其尖端附近要产生一个塑性区, 因此提供裂纹扩展的能量不仅用于形成新表面所需要的表面能, 而且还用于引起这种塑性变形所需的能量(塑性功)。所以“塑性功”有阻止裂纹扩展的作用。

裂纹扩展单位面积时, 内力对塑性变形作的“塑性功”, 称为“塑性功率”, 用 Γ 表示。则总的塑性功为 $A = 2A\Gamma$ 。据此, (1-11)、(1-12)和(1-13)各式应改写为

$$\frac{\sigma^2 \pi A}{2Et} = 2(\nu + \Gamma) \quad (1-16)$$

$$\sigma_c = \sqrt{\frac{2E(\nu + \Gamma)}{\pi a}} \quad (1-17)$$

$$a_c = \frac{2E(\nu + \Gamma)}{\pi \sigma^2} \quad (1-18)$$

按照Orowan的研究结果, 对金属材料, 通常 Γ 比 ν 大三个数量级, 因而 ν 可忽略不计。由此上面各式又写为

$$\frac{\sigma^2 \pi A}{4Et} = \Gamma \quad (1-19)$$

$$\sigma_c = \sqrt{\frac{2E\Gamma}{\pi a}} \quad (1-20)$$

$$a_c = \frac{2E\Gamma}{\pi \sigma^2} \quad (1-21)$$

由此可见, Orowan理论是Griffith理论的一个修正, 把它推广到金属材料情况。

以上讨论都是以一薄平板为例, 属于平面应力情况。如果板很厚, 应为平面应变情况, 根据弹性力学论证, 只要把平面应力情况得到的公式中的 E 用 $\frac{E}{1-\nu^2}$ 代替(ν 为材料泊松比), 即得平面应变下的解答。

1-2-3 能量释放率及其断裂判据

现在从更广义的角度——功能转换关系来研究裂纹扩展过程中的能量关系。设有一裂纹体, 其裂纹面积为 A , 若其裂纹面积扩展了 dA , 在这个过程中载荷所作的功为 dW , 体系弹性应变能变化了 dU , 塑性功变化了 dA , 裂纹表面能的增加为 dT 。假定这一过程是绝热和静态的, 即不考虑热功间的转换, 则根据能量守恒和转换定律, 体系内能的增加等于外力功, 即

$$dW = dU + dA + dT \quad (1-22)$$

式中 dA 与 dT 表示裂纹扩展 dA 时所需要的塑性功和表面能(对于金属材料, T 项相对于 A 项可略去不计), 它们可视为裂纹扩展所要消耗的能量, 也即是阻止裂纹扩展的能量。因此要使裂纹扩展, 系统必须提供能量, 裂纹扩展 dA 时弹性系统释放(耗散)的能量(势能)记为 $-d\Pi = dW - dU$, 则由(1-22)式有

$$-d\Pi = dW - dU = dA + dT \quad (1-23)$$

定义裂纹扩展单位面积弹性系统释放的能量为裂纹扩展能量释放率, 用 G 表示, 则有

$$G = -\frac{\partial\Pi}{\partial A} = \frac{\partial W}{\partial A} - \frac{\partial U}{\partial A} \quad (1-24)$$

它表示裂纹扩展单位面积时, 提供给裂纹扩展所需的系统释放的能量(系统势能的减少)。如裂纹体厚度 $B=1$, 裂纹长为 a , 则 $dA = Bda$, 上式变为

$$G = -\frac{1}{B} \frac{\partial\Pi}{\partial a}$$

定义裂纹扩展单位面积所需要消耗的能量为裂纹扩展阻力率, 用 R 或 G_c 表示, 则

$$R = G_c = \frac{\partial A}{\partial a} + \frac{\partial T}{\partial a} \quad (1-25)$$

对一定材料而言, 裂纹扩展所消耗的塑性功和裂纹表面能都是材料常数, 而与外载情况以及裂纹几何形状无关, 因此 G_c (或 R)反映了材料抵抗断裂破坏的能力, 称为材料的断裂韧度, 它可由材料实验测定。

当 G 达到 G_c 时, 裂纹将失去平衡, 开始失稳扩展。所以能量释放率断裂判据为

$$G = G_c \quad (1-26)$$

G 和 G_c 的量纲为[力][长度] $^{-1}$ 。其国际单位为牛顿·米 $^{-1}$ ($N \cdot m^{-1}$), 工程单位为公斤·毫米 $^{-1}$ ($kg \cdot mm^{-1}$)。

下面讨论两种特殊情况下 G 的表达式:

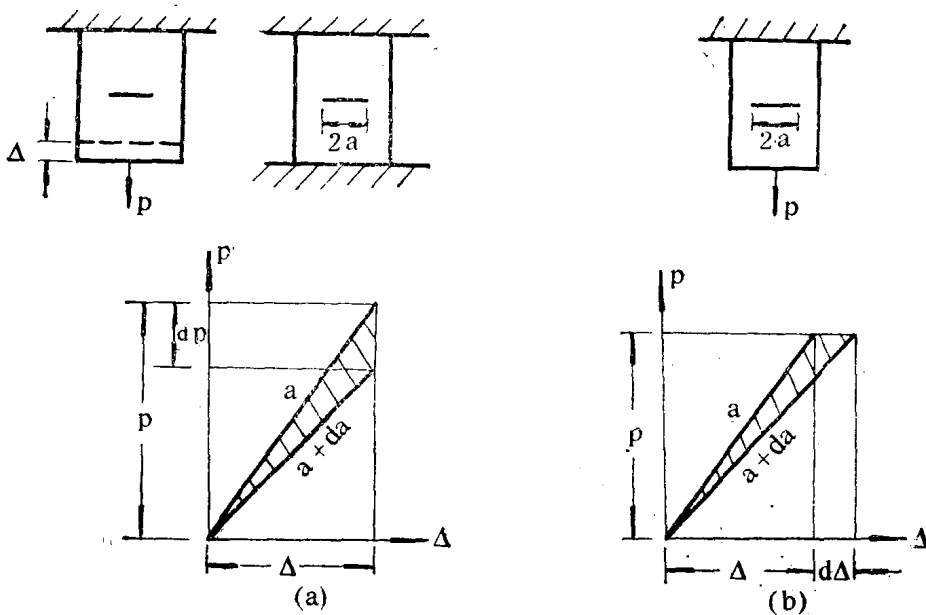


图1-6 两种情况裂纹扩展的能量释放率

(a)恒位移情况;

(b)恒载荷情况

1 恒位移情况(图1-6a):

弹性体受载荷 P 作用,产生位移 Δ 后,固定上下两端,构成恒位移的能量封闭系统。此时,裂纹扩展过程中外载作用点处无位移变化,即 $d\Delta = 0$,故外力功的改变 $dW = 0$,于是(1-24)式变为

$$G_I = -\frac{\partial \Pi}{\partial A} = -\left(\frac{\partial U}{\partial A}\right)_\Delta \quad (1-27)$$

或

$$G_I = -\frac{1}{B}\left(\frac{\partial U}{\partial a}\right)_\Delta \quad (1-28)$$

上式说明在恒位移条件下,系统释放的应变能用于推动裂纹扩展,因此裂纹扩展的能量率就是弹性体的应变能释放率。式中括号外下标 Δ 表示固定位移。

在线弹性情况下,

$$U = \frac{1}{2}P\Delta \quad (1-29)$$

又知

$$\Delta = cP \quad (1-30)$$

式中 c 为弹性体的柔度,它是裂纹长度 a 的函数,即 $c = c(a)$ 。对(1-30)式微分,并注意到 $d\Delta = 0$,得

$$d\Delta = Pdc + cdP = 0 \quad (1-31)$$

再对(1-29)式微分,并注意到(1-31)和(1-30)两式,有

$$dU = \frac{1}{2}Pd\Delta + \frac{1}{2}\Delta dP = \frac{1}{2}PcdP = -\frac{1}{2}P^2dc \quad (1-32)$$

将(1-32)式代入(1-27)式,得

$$G_I = -\frac{\partial \Pi}{\partial A} = -\left(\frac{\partial U}{\partial A}\right)_\Delta = \frac{1}{2}P^2\frac{\partial c}{\partial a} = \frac{1}{2B}P^2\frac{\partial c}{\partial a} \quad (1-33)$$

2 恒载荷情况(图1-6b):

弹性体受不变的载荷 P 作用,裂纹扩展 da 时,载荷不变($dP = 0$),位移变化为 $d\Delta$,故应变能的变化为

$$dU = \frac{1}{2}Pd\Delta = \frac{1}{2}P(Pdc + cdP) = \frac{1}{2}P^2dc \quad (1-34)$$

外力功的改变为

$$dW = Pd\Delta = P^2dc = 2dU \quad (1-35)$$

将(1-34)和(1-35)两式代入(1-24)式中,得

$$\begin{aligned} G_I &= -\frac{\partial \Pi}{\partial A} = \frac{\partial W}{\partial A} - \frac{\partial U}{\partial A} = \left(\frac{\partial U}{\partial A}\right)_P \\ &= \frac{1}{2}P^2\frac{\partial c}{\partial a} = \frac{1}{2B}P^2\frac{\partial c}{\partial a} \end{aligned} \quad (1-36)$$

由上式可见,在恒载荷条件下,用于裂纹扩展的能量是外力功扣除弹性应变能增加后所剩余的能量。

比较(1-33)式和(1-36)式,可写出如下 G_I 表达式,

$$G_I = -\frac{\partial \Pi}{\partial A} = -\left(\frac{\partial U}{\partial A}\right)_\Delta = \left(\frac{\partial U}{\partial A}\right)_P = \frac{1}{2}P^2\frac{\partial c}{\partial a} \quad (1-37)$$

该式表明恒位移或恒载荷情况下, G_I 可以有统一的表达式,它反映了裂纹扩展能量释放率与