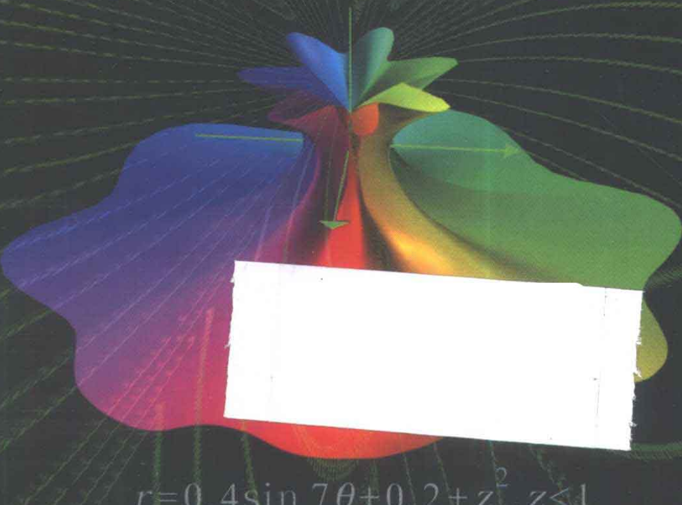
高等学校教材

高等数学

（本科少学时类型）

下册（第二版）

同济大学应用数学系　编



$r=0.4\sin 7\theta+0.2+z^2, z<1$

高等教育出版社

内容提要

本书分上、下两册出版.上册6章,内容为函数、极限,一元函数微积分,微分方程;下册4章,内容为向量代数与空间解析几何,多元函数微积分,无穷级数.本书按照适当降低理论深度,突出微积分中实用的分析和运算方法,着重基本技能的训练而不过分追求技巧的思想,对第一版作了全面修订:参照专科教学基本要求,对原书内容作了少量增删;结构上作了适当调整;删去了某些要求过高的习题,增加了突出基本训练的题目,使之更适应本书的使用要求.本书可作工科本科少学时专业和专科的教材或参考书.

图书在版编目(CIP)数据

高等数学 下册/同济大学应用数学系编.—2版.
—北京:高等教育出版社,2001
ISBN 7-04-009103-8

Ⅰ.高… Ⅱ.同… Ⅲ.高等数学-高等学校-教材 Ⅳ.O13

中国版本图书馆CIP数据核字(2000)第48292号

高等数学(本科少学时类型)下册(第二版)
同济大学应用数学系 编

出版发行	高等教育出版社		
社 址	北京市东城区沙滩后街55号	邮政编码	100009
电 话	010-64054588	传 真	010-64014048
网 址	http://www hep.edu.cn		
经 销	新华书店北京发行所		
印 刷	北京人卫印刷厂		
		版 次	1979年2月第1版
开 本	850×1168 1/32		2001年5月第2版
印 张	8.25	印 次	2001年5月第1次印刷
字 数	200 000	定 价	8.80元

目　　录

第七章　向量代数与空间解析几何

在这一章里，我们先引进向量的概念，介绍向量的一些运算，然后以向量为工具讨论空间的平面和直线，最后介绍二次曲面和空间曲线的部分内容.

第一节　向量及其线性运算

一、向量概念

客观世界中有这样一类量，它们既有大小，又有方向，例如位移、速度、加速度、力、力矩等等，这一类量称为向量(也称矢量).

数学上常用有向线段来表示向量，有向线段的长度表示向量的大小，有向线段的方向表示向量的方向. 以 A 为起点、B 为终点的有向线段所表示的向量记作$\overrightarrow{AB}$(图 7－1). 有时也用一个黑体字母(书写时，在字母上面加箭头)来表示向量，例如 $\boldsymbol{a}$、$\boldsymbol{r}$、$\boldsymbol{v}$、$\boldsymbol{F}$ 或$\vec{a}$、$\vec{r}$、$\vec{v}$、$\vec{F}$ 等等.

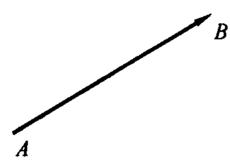


图 7－1

在实际问题中，有些向量与其起点有关(例如质点的运动速度与该质点的位置有关，一个力与该力的作用点的位置有关)，有些向量与其起点无关. 由于一切向量的共性是它们都有大小和方向，因此数学只研究与起点无关的向量，并称这种向量为自由向量(以后简称为向量)，即只考虑向量的大小和方向，不论它的起点在什么地方. 当遇到与起点有关的向量时，可在一般原则下作特别处理.

由于我们只讨论自由向量，所以如果两个向量 $\boldsymbol{a}$ 和 $\boldsymbol{b}$ 的大小相等，且方向相同，我们就说向量 $\boldsymbol{a}$ 和 $\boldsymbol{b}$ 是相等的，记作 $\boldsymbol{a}=\boldsymbol{b}$. 这就是说，经过平行移动后能完全重合的向量是相等的.

向量的大小叫做向量的模. 向量 $\overrightarrow{M_1M_2}$、$\boldsymbol{a}$、$\vec{a}$ 的模依次记作 $|\overrightarrow{M_1M_2}|$、$|\boldsymbol{a}|$、$|\vec{a}|$. 模等于 1 的向量叫做单位向量. 模等于零的向量叫做零向量，记作 $\boldsymbol{0}$ 或 $\vec{0}$. 零向量的起点和终点重合，它的方向可以看作是任意的.

两个非零向量如果它们的方向相同或者相反，就称这两个向量平行. 向量 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 平行，记作 $\boldsymbol{a}/\!/\boldsymbol{b}$. 由于零向量的方向可以看作是任意的，因此可以认为零向量与任何向量都平行.

当两个平行向量的起点放在同一点时，它们的终点和公共起点应在一条直线上，因此，两向量平行，又称两向量共线.

类似还有向量共面的概念. 设有 $k(k\geqslant 3)$ 个向量，当把它们的起点放在同一点时，如果 k 个终点和公共起点在一个平面上，就称这 k 个向量共面.

二、向量的加减法

向量的加法运算规定如下：

设有两个向量 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$，任取一点 A，作 $\overrightarrow{AB}=\boldsymbol{a}$，再以 B 为起点，作 $\overrightarrow{BC}=\boldsymbol{b}$，连接 AC（图 7－2），那末向量 $\overrightarrow{AC}=\boldsymbol{c}$ 称为向量 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 的和，记作 $\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}$，即

$$\boldsymbol{c}=\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}.$$

上述作出两向量之和的方法叫做向量相加的三角形法则.

力学上有求合力的平行四边形法则，仿此，我们也有向量相加的平行四边形法则. 这就是：当向量 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 不平行时，作 $\overrightarrow{AB}=\boldsymbol{a}$，$\overrightarrow{AD}=\boldsymbol{b}$，以 AB、AD 为边作一平行四边形 $ABCD$，连接对角线 AC（图 7－3），显然向量 $\overrightarrow{AC}$ 即等于向量 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 的和 $\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}$.

向量的加法符合下列运算规律：

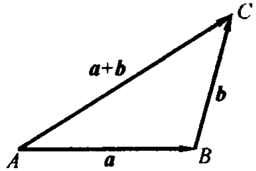


图 7－2

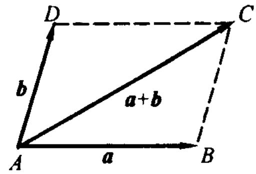


图 7－3

(1) 交换律 $\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}=\boldsymbol{b}+\boldsymbol{a}$；

(2) 结合律$(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})+\boldsymbol{c}=\boldsymbol{a}+(\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c})$.

这是因为，按向量加法的规定（三角形法则），从图 7－3 可见：

$$\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AC}=\boldsymbol{c},$$
$$\boldsymbol{b}+\boldsymbol{a}=\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{DC}=\overrightarrow{AC}=\boldsymbol{c},$$

所以符合交换律. 又如图 7－4 所示，先作 $\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}$，再加上 $\boldsymbol{c}$，即得和$(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})+\boldsymbol{c}$，如以 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c}$ 相加，则得同一结果，所以符合结合律.

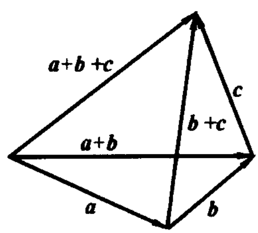


图 7－4

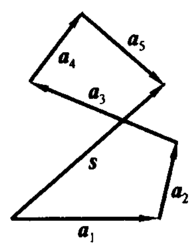


图 7－5

由于向量的加法符合交换律与结合律，故 n 个向量 $\boldsymbol{a}_1,\boldsymbol{a}_2,\cdots,\boldsymbol{a}_n(n\geqslant3)$相加可写成

$$\boldsymbol{a}_1+\boldsymbol{a}_2+\cdots+\boldsymbol{a}_n,$$

并按向量相加的三角形法则，可得 n 个向量相加的法则如下：使

前一向量的终点作为次一向量的起点，相继作向量 $\boldsymbol{a}_1,\boldsymbol{a}_2,\cdots,\boldsymbol{a}_n$，再以第一向量的起点为起点，最后一向量的终点为终点作一向量，这个向量即为所求的和.如图 7-5，有

$$\boldsymbol{s}=\boldsymbol{a}_1+\boldsymbol{a}_2+\boldsymbol{a}_3+\boldsymbol{a}_4+\boldsymbol{a}_5.$$

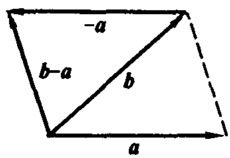
设 $\boldsymbol{a}$ 为一向量，与 $\boldsymbol{a}$ 的模相同而方向相反的向量叫做 $\boldsymbol{a}$ 的负向量，记作 $-\boldsymbol{a}$.由此，我们规定两个向量 $\boldsymbol{b}$ 与 $\boldsymbol{a}$ 的差

$$\boldsymbol{b}-\boldsymbol{a}=\boldsymbol{b}+(-\boldsymbol{a}).$$

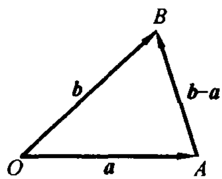
即把向量 $-\boldsymbol{a}$ 加到向量 $\boldsymbol{b}$ 上，便得 $\boldsymbol{b}$ 与 $\boldsymbol{a}$ 的差 $\boldsymbol{b}-\boldsymbol{a}$(图 7-6(a)).

特别地，当 $\boldsymbol{b}=\boldsymbol{a}$ 时，有

$$\boldsymbol{a}-\boldsymbol{a}=\boldsymbol{a}+(-\boldsymbol{a})=\boldsymbol{0}.$$



(a)



(b)

图 7-6

显然，任给向量 $\overrightarrow{AB}$ 及点 O，有

$$\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{AO}+\overrightarrow{OB}=\overrightarrow{OB}-\overrightarrow{OA},$$

因此，若把向量 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 移到同一起点 O，则从 $\boldsymbol{a}$ 的终点 A 向 $\boldsymbol{b}$ 的终点 B 所引向量 $\overrightarrow{AB}$ 便是向量 $\boldsymbol{b}$ 与 $\boldsymbol{a}$ 的差 $\boldsymbol{b}-\boldsymbol{a}$(图 7-6(b)).

由三角形两边之和大于第三边的原理，有

$$|\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}|\leqslant|\boldsymbol{a}|+|\boldsymbol{b}| \quad 及 \quad |\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}|\leqslant|\boldsymbol{a}|+|\boldsymbol{b}|,$$

其中等号在 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 同向或反向时成立.

三、向量与数的乘法

向量 $\boldsymbol{a}$ 与实数 λ 的乘积记作 $\lambda\boldsymbol{a}$，规定 $\lambda\boldsymbol{a}$ 是一个向量，它的模

$$|\lambda\boldsymbol{a}| = |\lambda||\boldsymbol{a}|,$$

它的方向当 $\lambda>0$ 时与 $\boldsymbol{a}$ 相同，当 $\lambda<0$ 时与 $\boldsymbol{a}$ 相反.

当 $\lambda=0$ 时，$|\lambda\boldsymbol{a}|=0$，即 $\lambda\boldsymbol{a}$ 为零向量，这时它的方向可以是任意的.

特别地，当 $\lambda=\pm1$ 时，有

$$1\boldsymbol{a}=\boldsymbol{a},\quad (-1)\boldsymbol{a}=-\boldsymbol{a}.$$

向量与数的乘积符合下列运算规律：

(1) 结合律 $\lambda(\mu\boldsymbol{a})=\mu(\lambda\boldsymbol{a})=(\lambda\mu)\boldsymbol{a}$；

这是因为由向量与数的乘积的规定可知，向量 $\lambda(\mu\boldsymbol{a})$、$\mu(\lambda\boldsymbol{a})$、$(\lambda\mu)\boldsymbol{a}$ 都是平行的向量，它们的指向也是相同的，而且

$$|\lambda(\mu\boldsymbol{a})|=|\mu(\lambda\boldsymbol{a})|=|(\lambda\mu)\boldsymbol{a}|=|\lambda\mu||\boldsymbol{a}|,$$

所以

$$\lambda(\mu\boldsymbol{a})=\mu(\lambda\boldsymbol{a})=(\lambda\mu)\boldsymbol{a}.$$

(2) 分配律 $(\lambda+\mu)\boldsymbol{a}=\lambda\boldsymbol{a}+\mu\boldsymbol{a}$；

$$\lambda(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})=\lambda\boldsymbol{a}+\lambda\boldsymbol{b}.$$

这个规律同样可以按向量与数的乘积的规定来证明，这里从略了.

向量相加及数乘向量统称为向量的线性运算.

例 1 在平行四边形 $ABCD$ 中，设 $\overrightarrow{AB}=\boldsymbol{a}$，$\overrightarrow{AD}=\boldsymbol{b}$. 试用 $\boldsymbol{a}$ 和 $\boldsymbol{b}$ 表示向量 $\overrightarrow{MA}$、$\overrightarrow{MB}$、$\overrightarrow{MC}$ 和 $\overrightarrow{MD}$，这里 M 是平行四边形对角线的交点（图 7－7）.

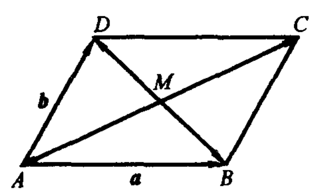


图 7－7

解 由于平行四边形的对角线互相平分,所以

$$\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}=\overrightarrow{AC}=2\overrightarrow{AM},$$

即

$$-(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})=2\overrightarrow{MA},$$

于是

$$\overrightarrow{MA}=-\frac{1}{2}(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}).$$

因为$\overrightarrow{MC}=-\overrightarrow{MA}$,所以$\overrightarrow{MC}=\frac{1}{2}(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})$.

又因$-\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}=\overrightarrow{BD}=2\overrightarrow{MD}$,所以$\overrightarrow{MD}=\frac{1}{2}(\boldsymbol{b}-\boldsymbol{a})$.

由于$\overrightarrow{MB}=-\overrightarrow{MD}$,所以$\overrightarrow{MB}=\frac{1}{2}(\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b})$.

前面已经讲过,模等于1的向量叫做单位向量.设 $\boldsymbol{e}_a$ 表示与非零向量 $\boldsymbol{a}$ 同方向的单位向量,那末按照向量与数的乘积的规定,由于$|\boldsymbol{a}|>0$,所以$|\boldsymbol{a}|\boldsymbol{e}_a$ 与$\boldsymbol{e}_a$ 的方向相同,即$|\boldsymbol{a}|\boldsymbol{e}_a$ 与$\boldsymbol{a}$ 的方向相同.又因$|\boldsymbol{a}|\boldsymbol{e}_a$ 的模是

$$|\boldsymbol{a}||\boldsymbol{e}_a|=|\boldsymbol{a}|\cdot 1=|\boldsymbol{a}|,$$

即$|\boldsymbol{a}|\boldsymbol{e}_a$ 与$\boldsymbol{a}$ 的模也相同,因此,

$$\boldsymbol{a}=|\boldsymbol{a}|\boldsymbol{e}_a.$$

我们规定,当 $\lambda\neq 0$ 时,$\frac{\boldsymbol{a}}{\lambda}=\frac{1}{\lambda}\boldsymbol{a}$.由此,上式又可写成

$$\frac{\boldsymbol{a}}{|\boldsymbol{a}|}=\boldsymbol{e}_a.$$

这表示一个非零向量除以它的模的结果是一个与原向量同方向的单位向量.

由于向量 $\lambda\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{a}$ 平行，因此我们常用向量与数的乘积来说明两个向量的平行关系．即有

定理 1　设向量 $\boldsymbol{a}\neq\boldsymbol{0}$，那末，向量 $\boldsymbol{b}$ 平行于 $\boldsymbol{a}$ 的充分必要条件是：存在唯一的实数 λ，使 $\boldsymbol{b}=\lambda\boldsymbol{a}$．

证　条件的充分性是显然的，下面证明条件的必要性．

设 $\boldsymbol{b}/\!/\boldsymbol{a}$．取 $|\lambda|=\dfrac{|\boldsymbol{b}|}{|\boldsymbol{a}|}$，当 $\boldsymbol{b}$ 与 $\boldsymbol{a}$ 同向时 λ 取正值，当 $\boldsymbol{b}$ 与 $\boldsymbol{a}$ 反向时 λ 取负值，即有 $\boldsymbol{b}=\lambda\boldsymbol{a}$．这是因为此时 $\boldsymbol{b}$ 与 $\lambda\boldsymbol{a}$ 同向，且

$$|\lambda\boldsymbol{a}|=|\lambda|\ |\boldsymbol{a}|=\frac{|\boldsymbol{b}|}{|\boldsymbol{a}|}\ |\boldsymbol{a}|=|\boldsymbol{b}|.$$

再证数 λ 的唯一性．设 $\boldsymbol{b}=\lambda\boldsymbol{a}$，又设 $\boldsymbol{b}=\mu\boldsymbol{a}$，两式相减，便得

$$(\lambda-\mu)\boldsymbol{a}=\boldsymbol{0}，即 |\lambda-\mu|\,|\boldsymbol{a}|=0.$$

因 $|\boldsymbol{a}|\neq0$，故 $|\lambda-\mu|=0$，即 $\lambda=\mu$．　　　　　　　　证毕

定理 1 是建立数轴的理论依据．我们知道，给定一个点、一个方向及单位长度，就确定了一条数轴．由于一个单位向量既确定了方向又确定了单位长度，因此，给定一个点及一个单位向量，就确定了一条数轴．设点 O 及单位向量 $\boldsymbol{i}$ 确定了数轴 Ox（图 7－8），对于轴上任一点 P，对应一个向量 $\overrightarrow{OP}$，由于 $\overrightarrow{OP}/\!/\boldsymbol{i}$，根据定理 1，必有唯一的实数 x，使 $\overrightarrow{OP}=x\boldsymbol{i}$（实数 x 称为轴上有向线段 $\overrightarrow{OP}$ 的值），并知 $\overrightarrow{OP}$ 与实数 x 一一对应．于是

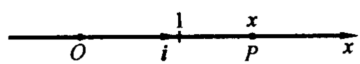


图 7－8

$$点\ P\longleftrightarrow 向量\ \overrightarrow{OP}=x\boldsymbol{i}\longleftrightarrow 实数\ x$$

从而轴上的点 P 与实数 x 有一一对应的关系，据此，定义实数 x 为轴上点 P 的坐标．

由此可知，轴上点 P 的坐标为 x 的充分必要条件是 $\overrightarrow{OP}=x\boldsymbol{i}$．

习 题 7－1

1. 设 $\boldsymbol{u}=\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}-2\boldsymbol{c}$，$\boldsymbol{v}=-\boldsymbol{a}-3\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c}$. 试用 $\boldsymbol{a}$、$\boldsymbol{b}$、$\boldsymbol{c}$ 来表示 $2\boldsymbol{u}-3\boldsymbol{v}$.

2. 如果平面上一个四边形的对角线互相平分，试应用向量证明它是平行四边形.

3. 把 $\triangle ABC$ 的 BC 边五等分，设分点依次为 D_1、D_2、D_3、D_4，再把各分点与点 A 连结，试以 $\overrightarrow{AB}=\boldsymbol{c}$、$\overrightarrow{BC}=\boldsymbol{a}$ 表示向量 $\overrightarrow{D_1A}$、$\overrightarrow{D_2A}$、$\overrightarrow{D_3A}$ 和 $\overrightarrow{D_4A}$.

4. 用向量的方法证明：梯形两腰中点的联线平行底边且等于两底边和的一半.

第二节 点的坐标与向量的坐标

一、空间直角坐标系

在空间取定一点 O 和三个两两垂直的单位向量 $\boldsymbol{i}$、$\boldsymbol{j}$、$\boldsymbol{k}$，就确定了三条都以 O 为原点的两两垂直的数轴，依次记为 x 轴（横轴）、y 轴（纵轴）、z 轴（竖轴），统称坐标轴，它们组成一个空间直角坐标系，称为 $Oxyz$ 坐标系或 $[O;\boldsymbol{i},\boldsymbol{j},\boldsymbol{k}]$ 坐标系（图 7－9）.

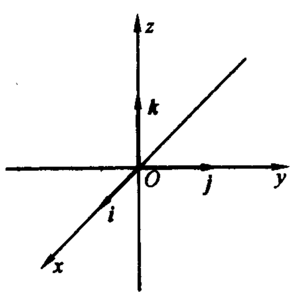


图 7－9

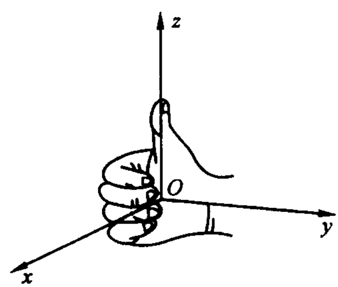


图 7－10

建立空间直角坐标系时，习惯上取右手系，即 x、y、z 三条轴

的方向符合右手规则，这就是：以右手握住 z 轴，当右手的四个手指从正向 x 轴以 $\frac{\pi}{2}$ 角度转向正向 y 轴时，大拇指的指向就是 z 轴的正向，如图 7－10 所示．

三条坐标轴中的任意两条可以确定一个平面，这样定出的三个平面统称为坐标面．x 轴及 y 轴所确定的坐标面叫做 xOy 面，另两个由 y 轴及 z 轴和由 z 轴及 x 轴所确定的坐标面，分别叫做 yOz 面及 zOx 面．三个坐标面把空间分成八个部分，每一部分叫做卦限．由 x 轴、y 轴与 z 轴正半轴确定的那个卦限叫做第一卦限，其它第二、第三、第四卦限，在 xOy 面的上方，按逆时针方向确定．第五至第八卦限，在 xOy 面的下方，由第一卦限之下的第五卦限，按逆时针方向确定，这八个卦限分别用字母 Ⅰ、Ⅱ、Ⅲ、Ⅳ、Ⅴ、Ⅵ、Ⅶ、Ⅷ表示（图 7－11）．

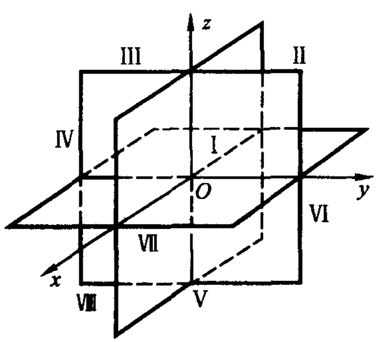


图 7－11

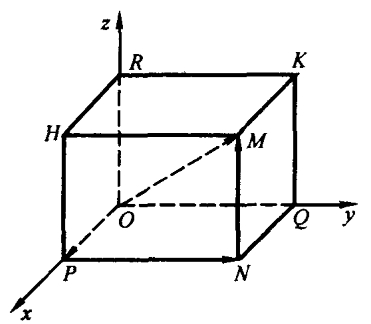


图 7－12

任给向量 $\boldsymbol{r}$，对应有点 M 使 $\overrightarrow{OM}=\boldsymbol{r}$．以 OM 为对角线、三条坐标轴为棱作出长方体 $RHMK-OPNQ$，如图 7－12 所示，有

$$\boldsymbol{r}=\overrightarrow{OM}=\overrightarrow{OP}+\overrightarrow{PN}+\overrightarrow{NM}=\overrightarrow{OP}+\overrightarrow{OQ}+\overrightarrow{OR},$$

设 $$\overrightarrow{OP}=x\boldsymbol{i},\quad \overrightarrow{OQ}=y\boldsymbol{j},\quad \overrightarrow{OR}=z\boldsymbol{k},$$

则 $$\boldsymbol{r}=\overrightarrow{OM}=x\boldsymbol{i}+y\boldsymbol{j}+z\boldsymbol{k}.$$

显然，给定向量 $\boldsymbol{r}$，就确定了点 M 及$\overrightarrow{OP}$、$\overrightarrow{OQ}$、$\overrightarrow{OR}$三个向量，进而确定了 x、y、z 三个有序数；反之，给定三个有序数 x、y、z，也就确定了向量 $\boldsymbol{r}$ 和点 M. 于是点 M、向量 $\boldsymbol{r}$ 与三个有序数 x、y、z 之间有一一对应的关系

$$M\longleftrightarrow\boldsymbol{r}=\overrightarrow{OM}=x\boldsymbol{i}+y\boldsymbol{j}+z\boldsymbol{k}\longleftrightarrow(x,y,z),$$

据此，定义：有序数 x、y、z 称为向量 $\boldsymbol{r}$ 在坐标系 $Oxyz$ 中的坐标，记作 $\boldsymbol{r}=(x,y,z)$；有序数 x、y、z 也称为点 M 在坐标系 $Oxyz$ 中的坐标，记作 $M(x,y,z)$.

向量 $\boldsymbol{r}=\overrightarrow{OM}$称为点 M 关于原点 O 的向径. 上述定义表明，一个点与该点的向径有相同的坐标. 记号(x,y,z)既表示点 M，又表示向量$\overrightarrow{OM}$.

向量坐标的定义表明，若

$$\boldsymbol{r}=x\boldsymbol{i}+y\boldsymbol{j}+z\boldsymbol{k},\tag{1}$$

则 $$\boldsymbol{r}=(x,y,z).\tag{2}$$

即 $$x\boldsymbol{i}+y\boldsymbol{j}+z\boldsymbol{k}=(x,y,z).\tag{3}$$

上列(1)式称为向量 $\boldsymbol{r}$ 的坐标分解式，(2)式称为向量 $\boldsymbol{r}$ 的坐标表示式. 坐标 x、y、z 又称为向量 $\boldsymbol{r}$ 在三个坐标轴上的分量，而向量 $x\boldsymbol{i}$、$y\boldsymbol{j}$、$z\boldsymbol{k}$ 称为向量 $\boldsymbol{r}$ 在三个坐标轴上的分向量. 从(3)式可见，向量 $\boldsymbol{r}$ 在坐标系$[O;\boldsymbol{i},\boldsymbol{j},\boldsymbol{k}]$中的坐标与原点 O 的位置无关，只与单位坐标向量 $\boldsymbol{i}$、$\boldsymbol{j}$、$\boldsymbol{k}$ 有关. 这就是说，若另取一点 A 作坐标原点，即把坐标系$[O;\boldsymbol{i},\boldsymbol{j},\boldsymbol{k}]$平移为新的坐标系$[A;\boldsymbol{i},\boldsymbol{j},\boldsymbol{k}]$，则向

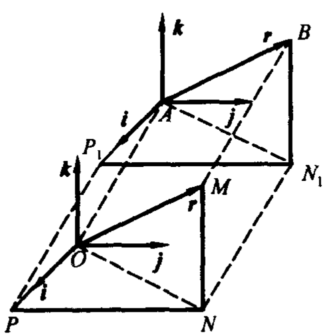


图 7 - 13