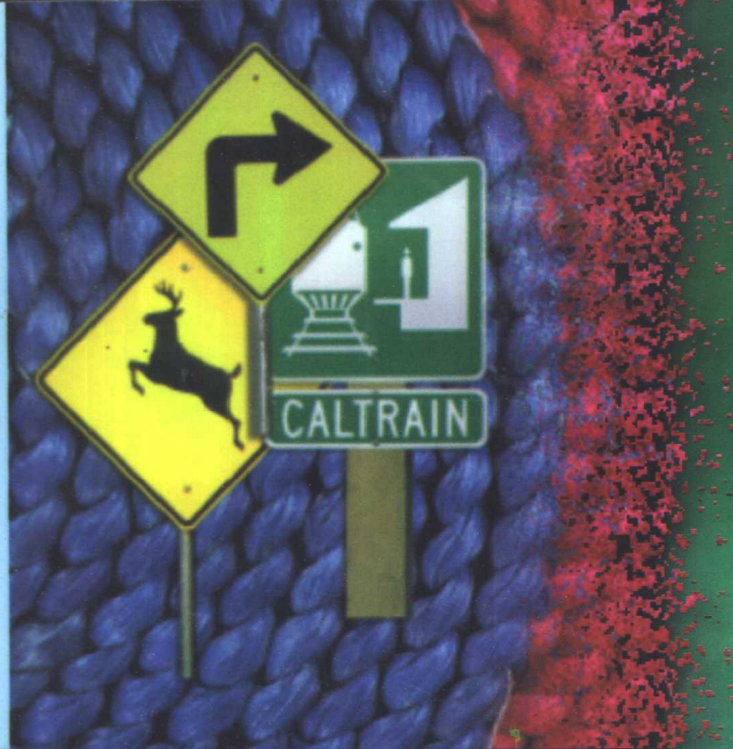




刘辉 李海 编著

MAPLE

符号处理及应用

..... 工程师工具软件应用系列



国防工业出版社

013-38
01

国防工业出版社
www.ndip.com.cn



江苏工业学院图书馆
藏书章

刘辉 李海 编著

MAPLE

符号处理及应用

工程师工具软件应用系列

F155P 107

内 容 提 要

MAPLE 是目前应用十分广泛的数学符号处理软件之一,提供十几种完成特定功能的程序包,如线性代数程序包、微积分程序包、统计程序包、偏微分方程程序包以及画图程序包等,这些程序包可以满足各种实际需求,并提供给不同的用户。在使用时用户可以根据自己的需要,加载相应功能的程序包来完成相应的计算任务。

本书是 MAPLE 应用的入门参考书,详细介绍了 MAPLE 在各个数学分支学科的应用,主要内容包括应用 MAPLE 解决各种代数运算、微积分、微分方程问题,并对 MAPLE 作图作了详细的介绍,初步讲述了 MAPLE 编程的基础知识。

本书实例丰富,叙述简洁,紧密结合工程实际,适合于从事项目开发中科学计算的初、中级读者使用,同样适合于工科高等院校的师生阅读参考。

图书在版编目(CIP)数据

MAPLE 符号处理及应用/刘辉,李海编著. —北京:
国防工业出版社,2001.2
(工程师工具软件应用系列)
ISBN 7-118-02390-6

I. M... II. ①刘... ②李... III. 科学计算程序,
MAPLE IV. 01-39

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2000)第 47603 号

国防工业出版社出版发行

(北京市海淀区紫竹院南路 23 号)

(邮政编码 100044)

三河市腾飞胶印厂印刷

新华书店经售

*

开本 787×1092 1/16 印张 21 $\frac{3}{4}$ 501 千字

2001 年 2 月第 1 版 2001 年 2 月北京第 1 次印刷

印数:1-3000 册 定价:29.00 元

(本书如有印装错误,我社负责调换)

前 言

随着计算机应用领域的飞速发展,计算机代数系统不断进步。计算机符号处理系统是一种利用计算机实现符号代数运算的数学系统。这种系统与通常的数值计算不同,它是用代数运算方法来进行计算,借助计算机进行符号运算,得到希望的解析值。通常的计算机代数系统包括数值计算、符号计算、图形演示和编程等四个部分。目前,计算机代数系统已经在科学研究、教育教学等各个领域得到十分广泛的应用。

MAPLE 是 Waterloo 公司发行的一种数学运算软件,是目前世界上最为通用的符号计算软件之一。它提供了很强的交互式数学计算功能和一些功能强大的程序包。在命令行用户交互界面,用户可以输入一条命令(如一个表达式),MAPLE 执行后将结果显示给用户,然后等待用户进一步地输入。这种交互方式简单快捷,适用于解决简单的计算任务。用户也可以通过选择 MAPLE 菜单完成相应的复杂计算任务。

为了满足各种不同领域的用户的实际需要,MAPLE 将不同功能封装在不同的程序包中,并提供给不同的用户。在使用时用户可以根据自己的需要,加载相应功能的程序包来完成相应的计算任务。MAPLE 提供了十几种完成特定功能的程序包,如线性代数学程序包、微积分程序包、统计程序包、偏微分方程程序包以及画图程序包等,这些程序包可以满足各种应用计算的实际需求。除了 MAPLE 提供的各种程序包,还允许用户构建自己的自定义程序包,完成更为复杂的特定需要。

利用 MAPLE 可以进行大量的数学运算,如函数的各种展开,简单的代数运算如加、减、乘、除、乘方和开方等,解初等代数方程、超越方程以及微分方程,甚至求解各种方程组,MAPLE 能够给出代数方程或微分方程的解析解或数值解。利用 MAPLE 还可以求解各种微积分问题,如求表达式和函数的极限、函数的积分和微分问题等。另外,MAPLE 还提供了十分强大的线性代数处理能力,如各种矩阵运算。

除了上述计算功能,MAPLE 还提供了十分强大的作图功能,如各种函数二维曲线和三维曲面图等。另外 MAPLE 还具有十分强大的编程能力。用户通过使用简单易用的 MAPLE 语言,可以编写出解决复杂问题的程序。

目前,MAPLE 最新版本是 R5,既可以在 MS-DOS 下运行,也可在 Windows 下运行。另外,MAPLE 也提供了在 Unix 计算机上运行的版本。用户可以根据自己的需要选择自己的版本。

本书将用大量实例说明如何使用 MapleV Release5 进行各种数学运算。全书共分 8 章。

第一章简单介绍计算机符号处理系统的基本概念。MAPLE 就是这样一种符号处理系统,它不需要操作者熟悉 Fortran、Algol 或 C 等高级语言来自编程序,而只要用 MAPLE 提供的指令和函数,就可以完成各种公式处理和符号计算。

从第二章开始进入本书主体,将依次介绍 MAPLE 的各种计算功能。在这一章,我们详细介绍了 MAPLE 的基本界面,输入输出,菜单,基本数据类型和一些常用的数据结构(如集合、列表和表等),并介绍了如何应用 MAPLE 提供的各种程序包来解决问题。

第三章介绍了 MAPLE 的初等代数运算功能,如数值计算,解代数方程和不等式,多项式的因式分解等。读者可以从这一章学习到 MAPLE 在初等代数方面的应用。

第四章则详细介绍了线性代数方面的程序包 `linalg`,并介绍了向量、矩阵运算,如向量的内积和外积,矩阵的求逆和特征值等。

第五章我们详细介绍了 MAPLE 的各种画图程序包和画图函数。MAPLE 提供了十分强大的画图功能,借助这些画图函数,可以更好地画出各种函数图形和图像,有助于我们分析问题解决问题。

第六章将应用 MAPLE 解决各种微积分问题,如求极限、不定积分、定积分,以及应用积分函数求旋转体的体积、相交区域的面积等。在本章最后,我们还介绍了如何应用 MAPLE 求解偏微分和多重积分问题。

第七章主要介绍了常微分方程的 MAPLE 解法,用 MAPLE 求解了各种类型的线性常微分方程。同时也举例说明了一些高阶微分方程的求解。另外,Laplace 变换作为一种十分重要的求解微分方程的方法,我们也举例做了介绍。最后应用 MAPLE 求解了一些简单的偏微分方程和线性微分方程组。

最后,第八章讲述 MAPLE 编程初步,主要介绍了用 MAPLE 语言编写简单过程的方法。熟练掌握编程技术,将使我们求解问题更为方便和快捷。

本书结构新颖,内容由浅入深,每章配有“思路分析”、“小结”等总结性部分,使您能够从思想上掌握 MAPLE 的精髓。同时,作者将全书的精选程序和实例收录在光盘中与读者共享,方便读者选用有用部分。相信在读者读过本书之后一定会收到举一反三,事半功倍的效果。全书用大量的实例介绍了 MAPLE 各种函数的使用,通俗易懂,适合使用 MAPLE 解决科学计算问题的初、中级读者学习和参考,尤其适于工程和科学计算方面的师生学习参考。

全书由刘辉、李海编著,郑志、刘文刚、马严、孙娜、曹秀兰、王小刚、李玲玲、陈宣、张强、邓名等同志参与了本书的部分编写工作,李云、赵延平、周志军、王平、韩利竹、张雪、周刚、朱启明参与了本书部分程序和实例的编辑和调试工作,在此,作者向所有为本书的出版工作作出贡献的朋友致以衷心的感谢。

由于时间仓促,限于作者水平,书中错误疏漏之处在所难免,敬请读者批评指正。

作 者

2000 年 9 月

目 录

第一章 概论	1
1.1 计算机代数系统	1
1.1.1 计算机代数系统	1
1.1.2 数值计算与符号计算	1
1.1.3 符号计算的对象	1
1.1.4 符号计算应用	2
1.2 MAPLE 简介	2
1.2.1 MAPLE 历史与发展	2
1.2.2 MAPLE 体系结构	2
1.2.3 MAPLE 基本功能	3
1.2.4 使用帮助	4
1.3 本章小结	7
第二章 MAPLE 基础	9
2.1 MAPLE 工作环境	9
2.1.1 命令行界面	9
2.1.2 图形 GUI 界面	10
2.1.3 MAPLE 菜单	11
2.2 MAPLE 输入与输出	11
2.2.1 MAPLE 输入	11
2.2.2 MAPLE 输出	14
2.3 MAPLE 中的基本量	15
2.3.1 数据类型	15
2.3.2 变量与常量	16
2.3.3 内部函数	18
2.4 表达式	20
2.4.1 算术表达式	21
2.4.2 关系表达式	21
2.4.3 逻辑表达式	22
2.4.4 表达式的最值	23
2.5 定义函数	23
2.5.1 单变量和多变量函数定义	23

2.5.2 复合函数定义	26
2.6 MAPLE 数据结构	28
2.6.1 集合 (Set)	28
2.6.2 序列 (Sequence/Series)	30
2.6.3 列表 (List)	31
2.6.4 数组和表 (array & table)	37
2.7 MAPLE 库函数与程序包	46
2.7.1 加载库函数	47
2.7.2 加载程序包	48
2.8 本章小结	53
第三章 初等代数运算	55
3.1 数值计算	55
3.1.1 简单的数值计算	55
3.1.2 求和与求积	59
3.2 多项式	66
3.2.1 多项式的代数运算	66
3.2.2 多项式展开与化简	69
3.2.3 分式	74
3.3 解方程与不等式	77
3.3.1 一元方程	77
3.3.2 线性方程组	84
3.3.3 解不等式	89
3.4 本章小结	90
第四章 线性代数	92
4.1 向量	92
4.1.1 向量的定义	92
4.1.2 向量运算	94
4.1.3 向量转化	100
4.2 矩阵	100
4.2.1 矩阵定义和输入	100
4.2.2 访问矩阵	105
4.2.3 矩阵基本操作	107
4.2.4 矩阵基本运算	112
4.2.5 特殊矩阵	124
4.3 线性方程组	127
4.3.1 Gauss - Jordan 消元法解方程组	127
4.3.2 解线性方程组	129

4.4 特征值和特征向量	135
4.5 本章小结	136
第五章 MAPLE 作图	137
5.1 MAPLE 画图概述	137
5.1.1 画图菜单	137
5.1.2 画图程序包	141
5.1.3 设置图像参数	144
5.2 二维画图	145
5.2.1 画函数曲线	146
5.2.2 离散点作图	154
5.2.3 对方程作图	154
5.2.4 极坐标	156
5.2.5 参数曲线	158
5.3 三维画图	161
5.3.1 应用 plot3d 作图	161
5.3.2 等高线	166
5.3.3 密度图	169
5.4 其它画图函数	171
5.4.1 对数坐标作图	171
5.4.2 散点作图	174
5.4.3 管状图	175
5.4.4 几何作图	176
5.4.5 其它画图函数举例	180
5.5 本章小结	189
第六章 微积分	190
6.1 极限	190
6.1.1 计算极限	191
6.1.2 单侧极限	195
6.2 导数与微分	195
6.2.1 曲线的切线	196
6.2.2 计算导数	199
6.2.3 隐函数求导	208
6.2.4 导数应用	210
6.3 不定积分	216
6.3.1 求不定积分	216
6.3.2 积分方法	218
6.4 定积分	221

6.4.1 计算面积	221
6.4.2 计算定积分	225
6.4.3 定积分的应用	227
6.4.4 近似计算	235
6.5 幂级数和 Taylor 展开	236
6.5.1 数列	236
6.5.2 幂级数	239
6.5.3 Taylor 展开	241
6.6 多元微积分	243
6.6.1 偏导数	243
6.6.2 多重积分	246
6.7 本章小结	251
第七章 常微分和偏微分方程	252
7.1 一阶常微分方程	253
7.1.1 可分离变量的常微分方程	253
7.1.2 齐次常微分方程	257
7.1.3 一阶线性常微分方程	260
7.1.4 全微分方程	266
7.1.5 微分方程数值解	269
7.1.6 高阶微分方程	272
7.2 高阶线性常微分方程	274
7.2.1 齐次常系数二阶常微分方程	274
7.2.2 非齐次常系数二阶常微分方程	277
7.2.3 高阶常系数常微分方程	283
7.3 常微分方程的级数解	285
7.4 线性常微分方程组	287
7.5 Laplace 变换解常微分方程	288
7.5.1 Laplace 变换	288
7.5.2 用 Laplace 变换解微分方程	290
7.6 偏微分方程	296
7.6.1 一维波动方程	297
7.7 本章小结	299
第八章 MAPLE 编程初步	300
8.1 编写过程	300
8.1.1 编写过程求和	302
8.1.2 基本编程结构	305
8.1.3 递归过程	313

8.1.4 返回过程与过程嵌套	316
8.2 输入输出与文件操作	322
8.2.1 输入与输出	322
8.2.2 文件操作	325
8.3 代码转换与生成	329
8.3.1 生成 Fortran 和 C 代码	329
8.4 本章小结	334
附录 MAPLE 常用函数	335

第一章 概 论

随着计算机特别是微机的迅速发展,计算机的应用领域迅速扩展,符号处理技术就是一个重要的计算机应用领域。

1.1 计算机代数系统

计算机代数系统又称为计算机符号处理系统,它起始于 20 世纪 60 年代,到 80、90 年代已经形成了一门相当成熟的学科。

1.1.1 计算机代数系统

从第一台计算机诞生到今天,计算机的应用也从单纯的数值计算扩展到文字处理、人工智能、网络等各个领域,计算机的发展不断地改变着我们的工作方式和生活方式。一提起计算机求解,人们立刻想到的是数值求解。1946 年世界上第一台计算机 ENIAC 即是主要为数值积分计算服务的。其实,数值求解只是计算机求解的一个方面,随着现代计算机以及符号处理系统的发展,计算机已经完全可以对数学表达式进行处理,并形成了一门新的科学分支——计算机代数,或称为符号计算。它是一门研究使用计算机进行数学公式推导的理论和方法的科学,演算数学公式的理论和算法是它研究的中心课题。

常规的计算机代数系统(Computer Algebra System, CAS)是一种利用计算机实现符号代数运算的数学系统。这种系统与通常的数值计算不同,它不用逼近的方法,而是用代数运算方法来进行计算。通常我们借助它可以进行符号运算,得到我们所希望的解析解。通常的计算机代数系统包括数值计算、符号计算、图形演示和编程等四个部分。目前,计算机代数系统已经在科学研究、教育等各个领域得到十分广泛的应用。

1.1.2 数值计算与符号计算

数值计算是常量、变量值、函数值到数值的一个变换,是一个或多个数值到另一个数值的变换。如计算 $y = \tan(10)$,其结果是 0.648361。一般而言,数值计算的结果是一定精度范围内的数值。

符号计算过程是常量、变量、函数和计算公式到常量、变量、函数和计算公式的一个变换,即数学表达式到数学表达式的精确运算。例如,对多项式进行因式分解,对二项式进行展开,结果是完全精确的,没有数值计算中的近似问题。与数值计算相比,符号计算对计算机的硬件和软件提出了更高的要求。

1.1.3 符号计算的对象

符号计算研究的对象从初等数学到高等数学,几乎涉及所有的数学学科,包括各种数

学表达式的化简,多项式的四则运算,因式分解,常微分和偏微分方程的求解,各种特殊函数,级数展开,积分变换以及矩阵运算等。符号计算和数值计算一样,能够正确地完成任务,在短时间里无法完成的公式推导计算,已成功地应用于几乎所有的科学技术和工程领域,进而推动研究的深入和发展。

符号计算系统已有几十种软件系统,可分为专用系统和通用系统。通用系统都具有数值计算、符号计算和图形功能,都有适合于从工作站到微机使用的各种版本。专用系统是特定环境下的符号计算领域,例如:建模优化。符号计算系统由符号计算语言(命令)和若干软件包组成。目前广泛使用的计算机代数系统(CAS 系统)有 Maple、Axiom、Macsyma、Reduce、Derive、Mathematica 等。符号计算系统一般都有两种运行方式:交互方式,即每发一条命令,就执行一种相应的数学计算。另一种是写程序,即执行一系列命令,完成特定的任务,如同 Fortran 和 C 一样。每个符号计算系统都有自己的程序设计语言,而且都相类似。

1.1.4 符号计算应用

概括起来,符号计算有以下方面的应用:

1. 公式推导的工具。科研中许多复杂的公式推导和公式验证完全可以交给计算机完成,既快速又准确,可以有效地帮助科研人员摆脱理论推导中烦琐的一面。
2. 数学实验。符号计算系统的出现,为数学研究提供了一个理想的“实验”的工具,在这种系统中可以进行各种符号变换和处理。
3. 辅助教学。符号计算系统的易学易用为学生和老师提供了很好的学习帮助系统。许多问题借助计算机将得到更好的解决。同时也为制作课件和练习系统提供了方便。

1.2 MAPLE 简介

MAPLE 是一个应用十分广泛的应用数学软件,它的功能几乎包括了数学领域大部分内容,是数值分析、理论分析的理想工具。本节对 MAPLE 作一简要的介绍。

1.2.1 MAPLE 历史与发展

计算机符号分析首先提出于 60 年代晚期。经过多年的发展,MAPLE 在 80 年代早期出现,并应用于科学研究和教学。后来,Waterloo Maple 公司开发了用于商业目的的 MAPLE,包含了近 3000 个函数的数学库和程序包,可以胜任十分广泛的符号和数值分析任务。今天,MAPLE 在科学、研究、教育和商业领域已被广泛使用,是开发最早、应用最广泛的计算机代数软件系统之一。目前最新版本是 MAPLE V Release 5。

1.2.2 MAPLE 体系结构

MAPLE 的体系结构可以分为三个部分,如图 1-1 所示。

1. 内核:大约 10% 的 MAPLE 函数组成了 MAPLE 的内核-核心的指令集。这些函数解释并处理输入,计算数值、管理内存。MAPLE 提供了共享和并行内核。

2. 函数库:大约 90% 的 MAPLE 函数用 MAPLE 代码和内核操作编写。一些函数在 MAPLE 启动时自动装载,另外的函数库则需用户需要时手动加载。

3. 用户接口:用户通过接口与 MAPLE 交互,虽然 MAPLE 提供了基于文本的命令行界面,但更主要的是 GUI 界面。

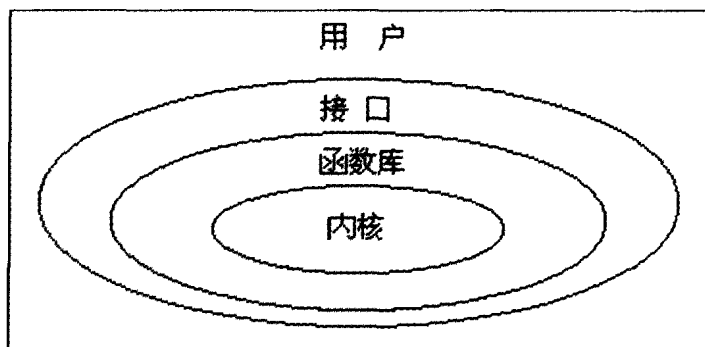


图 1-1 MAPLE 的体系结构

1.2.3 MAPLE 基本功能

MAPLE 提供了十分丰富的数学运算程序包,可以解决各种各样的数学问题。综合起来,MAPLE 的基本功能包括如下四种:

1. 计算器的计算功能。
2. 初等和高等数学运算功能。
3. 二、三维绘图功能。
4. 强大的编程能力。

如计算 $\text{Pi}(\pi)$ 的小数点后 50 位小数,如下所示。注意下面的“>”是 MAPLE 命令提示符,其后可以输入各种命令。输入表达式后以“;”结束,并按回车,MAPLE 就会执行相应命令,并输出结果,MAPLE 输出结果通常是居中显示。

```
> evalf(Pi,50);
3.1415926535897932384626433832795028841971693993751
```

又如计算 $\sin(\text{Pi}/3)$ 的数值,可以输入如下:

```
> evalf(sin(Pi/3));
.8660254040
```

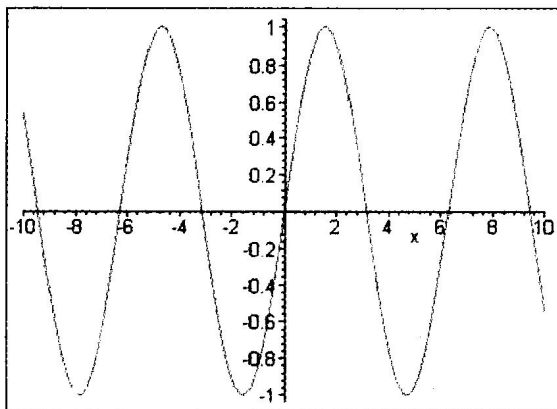
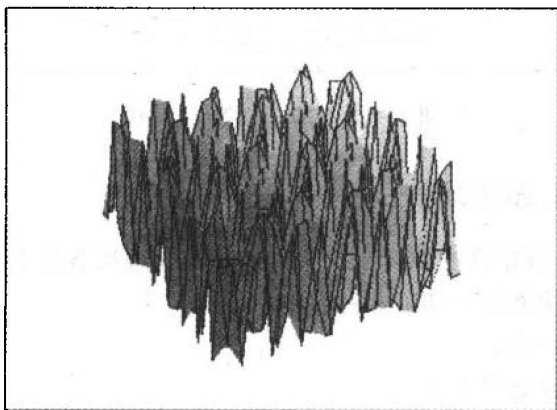
用户也可以用 MAPLE 解方程:

```
> evalf(solve(x^4 = 8));
1.681792831, -1.681792831, 1.681792830 I, -1.681792830 I
```

还可以用 MAPLE 作二维图形。如调用 plot 函数作 $\sin$ 函数的曲线,输入如下,所得 $\sin$ 函数曲线如图 1-2 所示。

```
> plot(sin(x), x = -10..10);
```

MAPLE 还可以用来作函数的三维曲面图。输入如下,将画出函数 $\sin(xy)$ 的三维曲面图,如图 1-3 所示。

图 1-2 $\sin(x)$ 函数曲线图 1-3 函数 $\sin(xy)$ 的三维立体图

```
> plot3d(sin(x * y), x = -10..10, y = -10..10);
```

1.2.4 使用帮助

Maple 自身带有十分强大的帮助系统,学会使用帮助将使我们更好地利用 MAPLE 提供的各种功能。我们可以从 MAPLE 主菜单“Help”中查看帮助介绍信息。使用帮助可以直接通过 MAPLE 各种帮助菜单,也可以直接使用帮助命令。在 MAPLE 中,用户输入“?”可以了解有关的帮助信息。图 1-4 是我们选 MAPLE 主菜单下“Using Help”后出现的介绍如何使用帮助系统的介绍。

使用命令“?”,用户能够得到有关某一主题的帮助信息。如输入“? help”将获得有关“help”的帮助信息,如图 1-5 所示。

如果用户需要查询某些主题的信息,可以输入“? topic”形式的命令。如输入“? sin”将得到有关 $\sin$ 函数的所有信息,如图 1-6 所示。对于某个函数,MAPLE 将列出该函数的功能介绍,调用方法(同时也会列出类函数或者相关函数的各种调用方法),以及调用参数的具体说明,最后还会给出丰富的例子说明函数的具体使用方法。因此,用户如果要知道某些函数的使用方法,应该尽量查看帮助。学会使用帮助有助于更好地利用 MAPLE 提供的强大的运算功能。

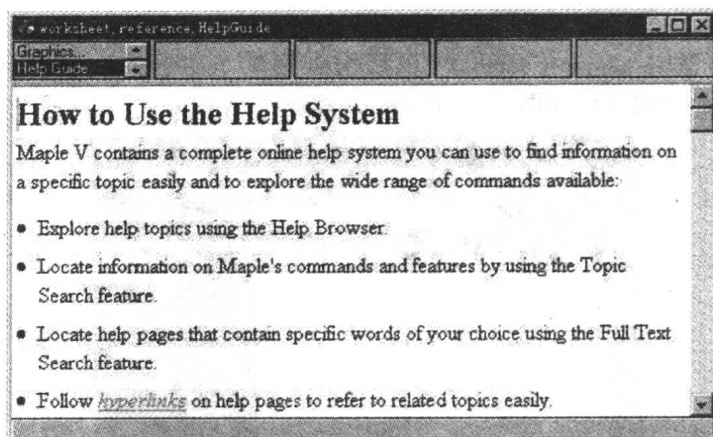


图 1-4 MAPLE 帮助介绍

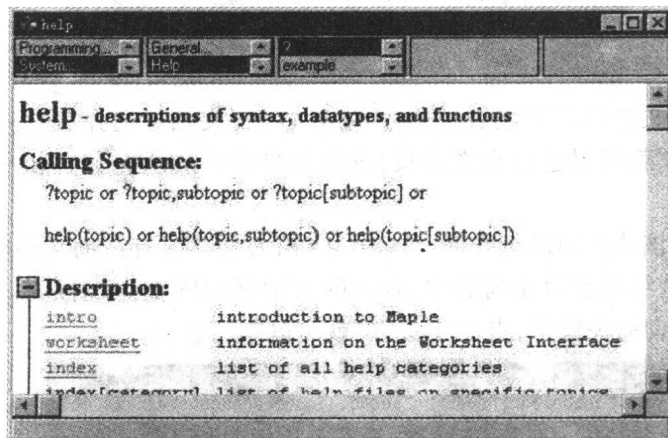


图 1-5 MAPLE 关于 help 的有关帮助信息

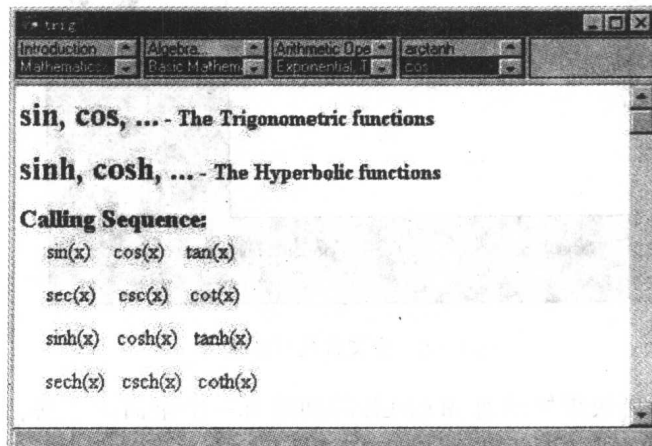


图 1-6 有关 sin 函数的帮助信息

查询某些特定主题的信息,如内部函数,系统的程序包和其他命令信息,用户也可以通过菜单来查询。

“Help”菜单项中“Topic Search”可以用来查询某一主题的帮助信息。选择“Topic Search”菜单项,显示的界面如图 1-7 所示:

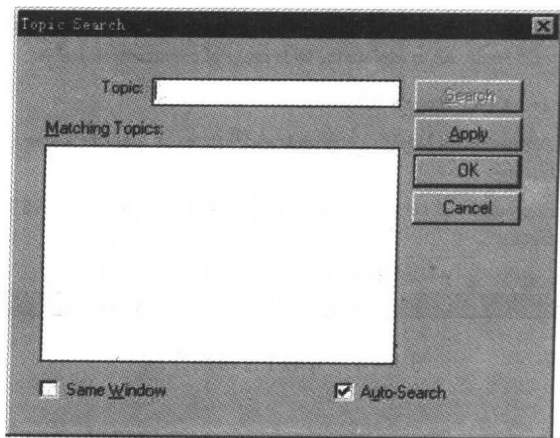


图 1-7 帮助主题查找对话框

用户也可以全文查找所有包含关键字的 MAPLE 文档。选择“Help”菜单下的“Full Text Search”菜单项就可以进行全文查找,查询结果将列出所有包含相关信息的帮助主题。

用户可以选择该菜单项进行查询。这时 MAPLE 将从所有帮助文档中查找有关该主题的相关信息,查询结果显示在列表中,查询的对话框如图 1-8 所示。用户在“Words”输入框中输入要查询的关键字,点击“Search”就可以执行查询。

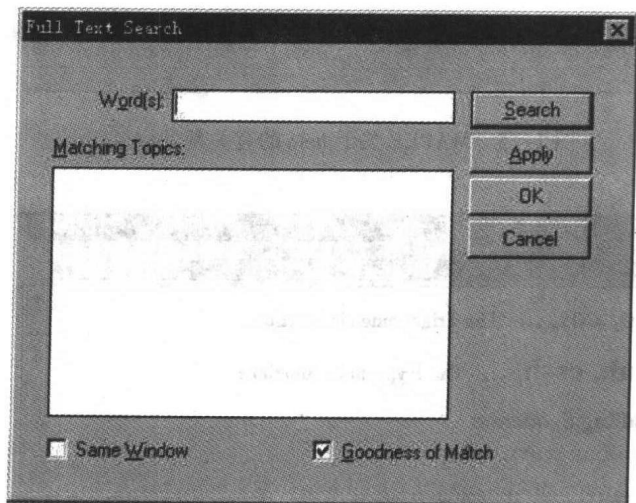


图 1-8 全文查找对话框

为了帮助初学者更快更好地对 MAPLE 的功能有一个全面的了解,MAPLE 提供了“New User's Tour”简明教程。用户可以在“Help”下拉菜单下找到它。该教程比较系统地介绍了 MAPLE 的各项功能以及一些主要函数的使用方法。用户通过它可以尽快地掌

握 MAPLE 的基本功能和主要应用。“New User's Tour”以举例的方式介绍了 MAPLE 的主要基本功能,如输入输出,数值计算,微分和积分,矩阵的加减乘除,矩阵的求逆和特征值、特征向量,画图等。“New User's Tour”的简单介绍如图 1-9 所示。

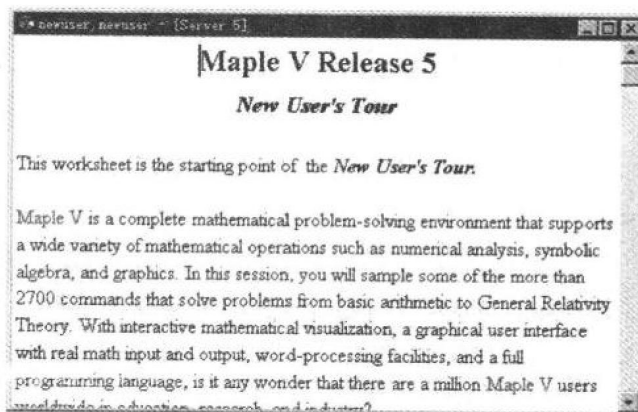


图 1-9 MAPLE 提供的“New User's Tour”教程

“New User's Tour”的主菜单界面可以参见图 1-10。该界面列出了“New User's Tour”提供的教程内容,主菜单共有 12 项,分别介绍了 MAPLE 在各个领域的使用,该教程基本包括了 MAPLE 功能的各个方面,适合于初学者入门使用。

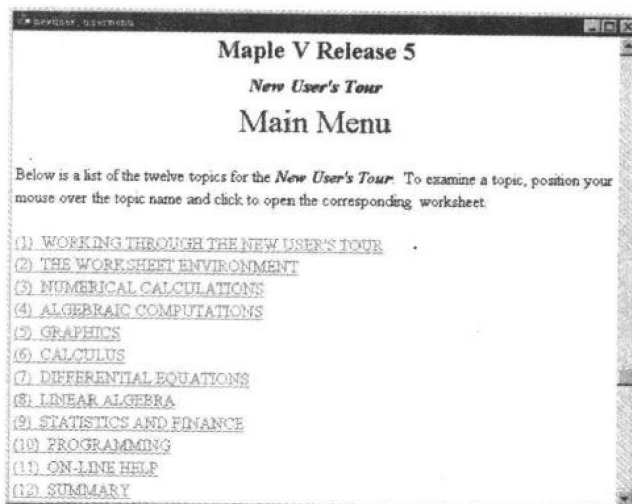


图 1-10 “New User's Tour”的主菜单

1.3 本章小结

MAPLE 是功能十分强大的符号处理和数值分析工具,它是一种计算机代数系统(CAS),主要应用于符号数学运算。由于其符号处理功能十分强大,MAPLE 已经成为理论分析的强有力的工具。应用 MAPLE 主要是从代数模型(主要是一组方程)出发,运用数学分析的方法,借助 MAPLE 提供的符号处理函数寻求精确的解析解。除了符号处理