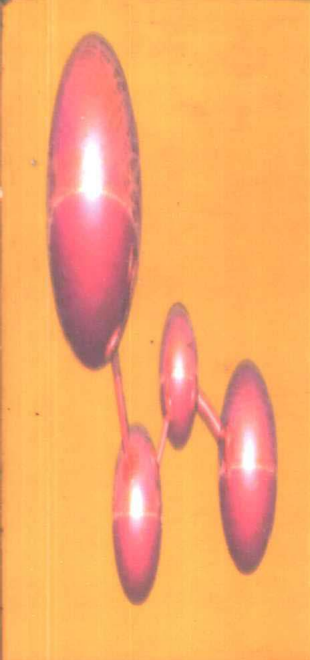
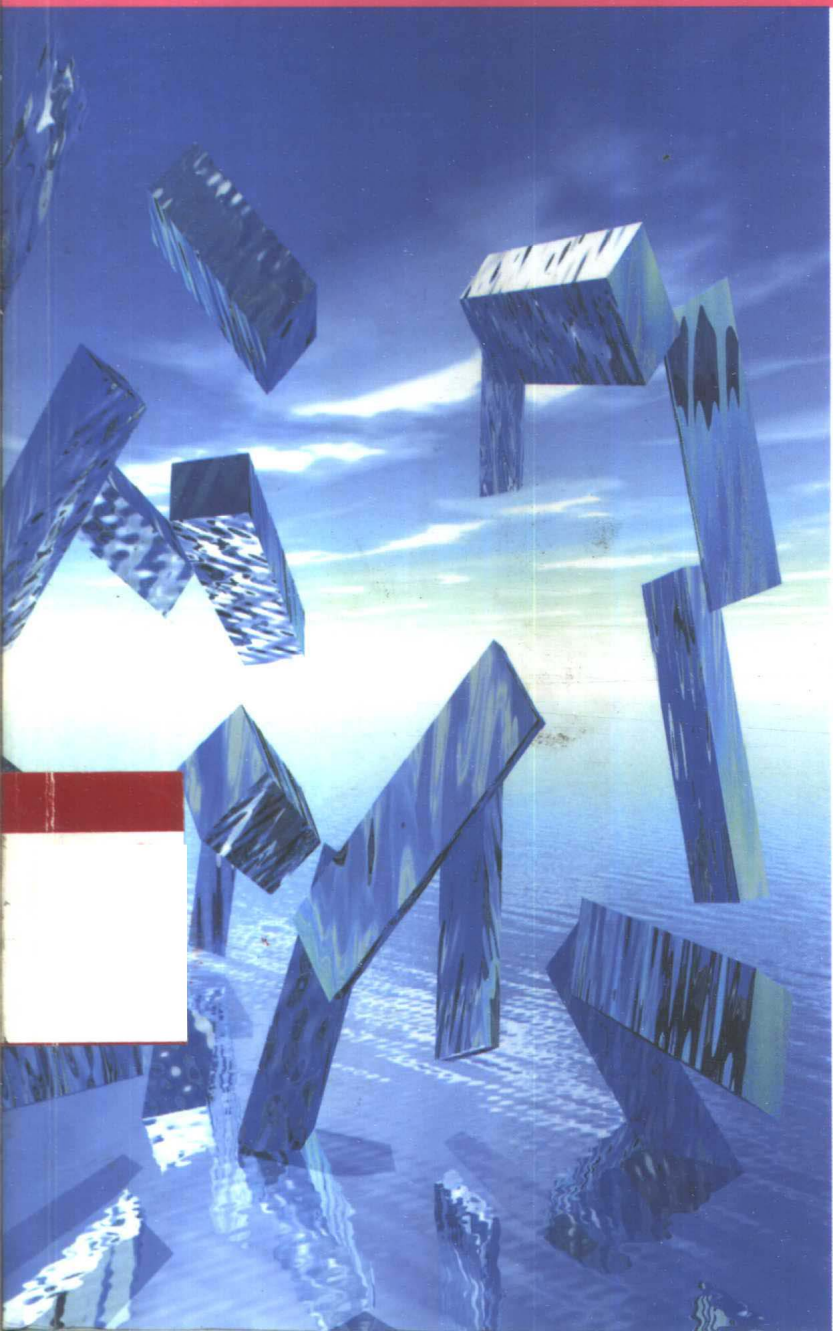




结构力学 学习辅导

关 群 编



JIEGOU
LIXUE
XUEXI
FUDAO

中国科学技术大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

结构力学学习辅导/关 群编. —合肥:中国科学技术大学出版社,2000. 5
ISBN 7-312-01179-9

I. 结… II. 关… III. 结构力学-高等教育-自学参考资料 IV. O342

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2000)第 17263 号

中国科学技术大学出版社出版发行
(安徽省合肥市金寨路 96 号,邮编:230026)
中国科学技术大学印刷厂印刷
全国新华书店经销

开本:787×1092/16 印张:14.25 字数:350 千
2000 年 5 月第 1 版 2000 年 5 月第 1 次印刷
印数:1—4000 册
ISBN 7-312-01179-9/O·233 定价:17.00 元

前 言

本教材是根据编者多年的教学经验和当前课程教学实践的需要而编写的,可作为工业与民用建筑、交通土建等专业的结构力学参考用书。

本书编写的目的旨在指导和帮助学生在学结构力学课程中,明确应重点掌握的基本内容和分析问题的基本方法。通过大量的例题分析加深对课程重点和基本内容的理解,帮助学生掌握正确的解题思路和方法,以提高结构力学的分析与计算能力。

本书由合肥工业大学张裕怡教授审阅,并提供了不少资料,给予了大力支持;在编写过程中,还得到了合肥工业大学教材科郑象鹄和鲁家胜同志的关心和支持;书中的插图是由李新、崔炜、阚康和黄河等四位同志完成的,在此谨向他们致以诚挚地感谢。

由于编者水平有限,书中难免存在不足之处,恳请使用本书的师生及读者批评指正。

编 者

1999.12

目 录

第一章 绪论	(1)
基本要求.....	(1)
学习指导.....	(1)
例题分析.....	(3)
第二章 平面体系的几何组成分析	(5)
基本要求.....	(5)
学习指导.....	(5)
解题步骤与例题分析	(10)
第三章 静定梁	(16)
基本要求	(16)
学习指导	(16)
解题步骤与例题分析	(18)
第四章 静定平面刚架	(29)
基本要求	(29)
学习指导	(29)
解题步骤与例题分析	(30)
第五章 三铰拱	(57)
基本要求	(57)
学习指导	(57)
解题步骤与例题分析	(58)
第六章 静定平面桁架	(61)
基本要求	(61)
学习指导	(61)
解题步骤与例题分析	(64)
第七章 静定结构的位移计算	(76)
基本要求	(76)
学习指导	(76)
解题步骤与例题分析	(81)
综合测试题(一)及答案提示	(94)
第八章 力 法	(98)
基本要求	(98)
学习指导	(98)
解题步骤与例题分析.....	(104)
第九章 位移法	(132)

基本要求·····	(132)
学习指导·····	(132)
解题步骤与例题分析·····	(135)
第十章 力矩分配法·····	(160)
基本要求·····	(160)
学习指导·····	(160)
解题步骤与例题分析·····	(162)
综合测试题(二)及答案提示·····	(185)
第十一章 影响线及其应用·····	(188)
基本要求·····	(188)
学习指导·····	(188)
解题步骤与例题分析·····	(190)
第十二章 矩阵位移法·····	(206)
基本要求·····	(206)
学习指导·····	(206)
解题步骤与例题分析·····	(208)
结构力学模拟试卷(一)·····	(211)
结构力学模拟试卷(二)·····	(214)
结构力学模拟试卷(三)·····	(217)

第一章 绪 论

基 本 要 求

1. 初步了解结构力学课程的性质及其主要内容。
2. 掌握结构计算简图的概念和确定计算简图的原则。
3. 重点掌握杆件结构结点和支座的基本类型、计算简图的机动特征和受力特征。

学 习 指 导

一、结构和结构的分类

1. 结构:在工程中能承受荷载起骨架作用的物体或体系称为结构。
2. 结构的分类:(l ——长度; b ——宽度; h ——厚度)

表 1

几 何 特 征	结 构 形 式	举 例
$l \gg b, l \gg h$	杆件结构	梁、柱
$l \gg h, b \gg h$	板壳结构	屋面板
$l \approx b \approx h$	实体结构	挡土墙、坝

二、结构力学的任务和研究方法

1. 结构力学的任务:

- (1) 结构的计算简图的合理选择(第一章)和杆件结构的组成规律(第二章)。
- (2) 结构的受力性能和合理的结构型式(贯穿于各章)。
- (3) 在各种因素作用下结构的内力和变形计算(第三章 ~ 第十二章)。
- (4) 结构的动力性能和稳定问题(对于专科学生不要求掌握)。

2. 结构力学研究方法:

结构力学有各种计算方法,但都必须满足以下三个基本条件。

- (1) 力学的平衡条件 即指结构的整体或结构的一部分都应满足力系的平衡条件

$$(\sum X = 0, \sum Y = 0, \sum M = 0)。$$

- (2) 变形连续条件 即指结构的杆件发生各种变形后仍是连续的,没有重叠或缝隙;结构的支座和结点应满足相应的约束条件。

- (3) 物理条件 即指结构的应力和应变通过物理方程(虎克定律)联系起来,应满足相应的物理方程。

三、结构的计算简图

实际结构是很复杂的,考虑结构的主要因素,忽略次要因素,在计算时用一个简化的计算

图形代替实际结构,简化的计算图形称为计算简图。

计算简图选取原则:(1) 反映结构的实际及主要性能,保证工程上所需的精度。(2) 略去次要因素,使计算尽可能简单。

因此,选择计算简图以前,应搞清结构杆件与杆件之间或杆件与基础之间实际的连接构造,以保证计算的可靠性和必要的精确性。初学者应对一般结构的计算简图的选取有初步的了解,重点掌握结构杆件与杆件之间连接的结点和杆件与基础连接的支座的计算简图所具有的机动特征和受力特征。

表 2 结点的计算简图

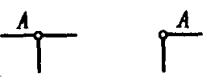
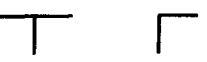
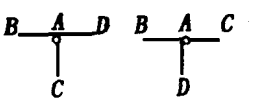
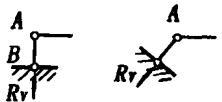
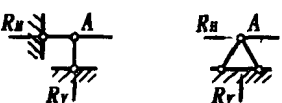
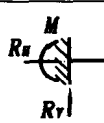
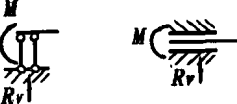
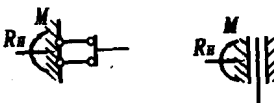
结 点	计 算 简 图	机 动 特 征	受 力 特 征
铰结点		各杆之间不能相对移动,可以绕铰结点作自由移动。	能承受和传递力,不能承受和传递力矩。
刚结点		各杆之间不能相对移动,也不能相对转动。	能承受和传递力,也能承受和传递力矩。
组合结点		BA 杆与 AD 杆用刚结点相连,其机动和受力特征同刚结点。 BA、AD 杆与 AC 杆用铰结点相连,其机动和受力特征同铰结点。	

表 3 支座计算简图(R_H :水平支座反力; R_V :沿支杆方向的支座反力; M :支座反力偶矩)

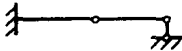
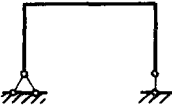
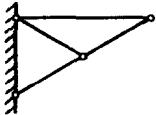
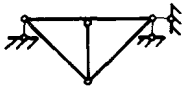
支 座	计 算 简 图	机 动 特 征	支 座 反 力 特 征
可 动 铰 支 座		杆端可以绕 A 点转动,且可沿以 B 点为圆心,AB 为半径圆弧作微小移动,但不能发生竖向移动。	有 R_V , 没有 R_H 、 M 。
固定铰支座		杆端可以绕铰 A 转动,但沿任何方向都不能发生移动。	有 R_V 、 R_H , 没有 M 。
固定支座		杆端既不能发生移动,也不能发生转动。	有 R_H 、 R_V 、 M 。
定向支座		杆端可沿垂直支杆方向发生移动,即沿水平方向可以移动。	有 R_V 、 M , 没有 R_H 。
		杆端可沿竖向方向发生移动。	有 R_H 、 M , 没有 R_V 。

由以上结点和支座的机动特征和受力特征可以看出,结点和支座的机动特征和受力特征

是相对应的。凡是结点或支座沿某方向的位移或运动受到约束时,则结点或支座具有该方向的约束力;凡结点或支座沿某一方向的位移或运动未受到约束时,则它们沿该方向的约束力为零。

四、常用杆件结构的类型

表 4

结 构	组 成 特 点	受 力 特 点	图 形
梁	轴线通常为直线	在竖向荷载作用下无水平支座反力,内力有弯矩、剪力。	
拱	轴线为曲线	在竖向荷载作用下有水平支座反力,内力有弯矩、剪力、轴力,以轴压力为主要内力。	
刚 架	由梁、柱直杆用刚结点组成	内力有弯矩、剪力、轴力,以弯矩为主要内力。	
桁 架	由两端为铰的直链杆用铰结点组成	荷载作用于结点,各杆只有轴力。	
组合结构	由梁式杆和链杆组成	梁式杆有弯矩、剪力、轴力,链杆只有轴力。	

例 题 分 析

1-1 铰支座为什么不发生支座反力矩?定向支座发生什么样支座反力,为什么?

分析 由支座的机动特征来分析支座的反力特征。

答 因为铰支座杆端可以绕铰自由转动,不发生抵抗转动的反力矩。定向支座的支座反力见本书表 3,由定向支座的机动特征决定其有什么样的支座的反力。

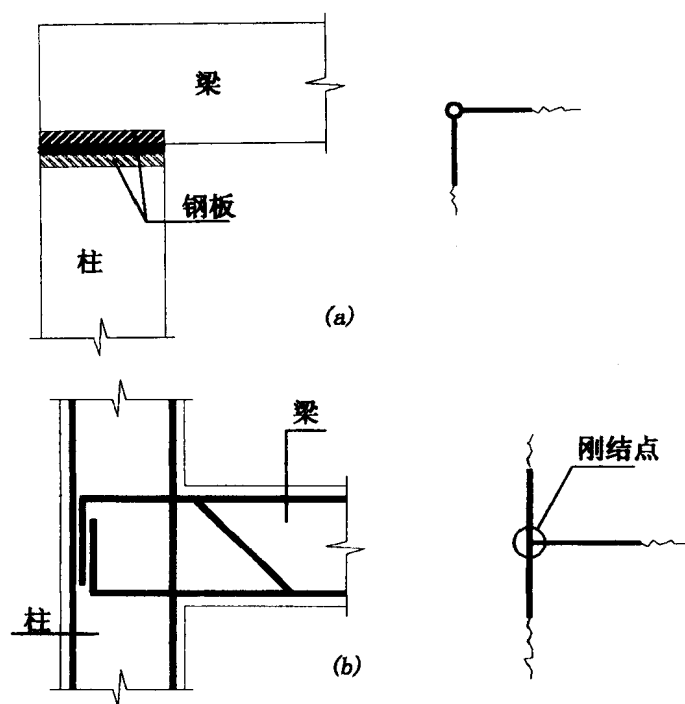
1-2 刚结点、铰结点的特点是什么?

提示 参见本书表 2。

1-3 如何确定计算简图?什么情况下可以认为是刚结点,什么情况下可以认为是铰结点?

答 从实际结构的材料、构造及连接出发,由它们对杆件可能提供的约束,来反映出实际结构的主要受力和变形特征,略去某些次要的连接和内力,尽量简化,以便于计算,但要保证计算结果与实际情况相符。凡是符合铰结点的机动特征和受力特征的结点可认为是铰结点。如题图 1-3(a) 为一预制梁和柱通过预埋钢板焊接连接,梁端和柱顶之间虽不能发生相对移动,但有发生微小相对转动的可能,因此,梁柱结点的计算简图可取为铰结点。又如题图 1-3(b) 为一现浇砼梁柱结点,该结点既不能发生相对移动,也不能发生相对转动,因此,梁柱结点的计算简

图可取为刚结点。



题图 1-3

第二章 平面体系的几何组成分析

基 本 要 求

1. 掌握几何不变体系、几何可变体系、瞬变体系以及刚片、自由度、约束等的概念。
2. 掌握几何不变体系的基本组成规则，能正确地运用这些规则分析常见结构的几何组成。
3. 了解静定结构和超静定结构在几何组成方面的区别。

学 习 指 导

一、几何组成分析中的几个概念

1. 几何不变体系与几何可变体系

不考虑材料应变条件下，几何形状固定不变的刚片体系称为几何不变体系，几何形状可以改变的刚片体系称为几何可变体系。

2. 自由度

一个体系的自由度，就是该体系运动时可以独立改变的坐标数目，也就是完全确定体系的位置所需要的独立坐标数目。

平面内一个点具有二个自由度，一个刚片具有三个自由度。

3. 约束

(1) 减少体系自由度的装置称为约束。通常有链杆、单铰、复铰刚性联结等约束。连接两个刚片的一根链杆相当于一个约束，如图 2-1 所示。连接两个刚片的一个单铰相当于两个约束，如图 2-2(a) 所示。连接 n 个刚片的一个复铰相当于 $(n-1)$ 个单铰，如图 2-2(b) 所示。连接两个

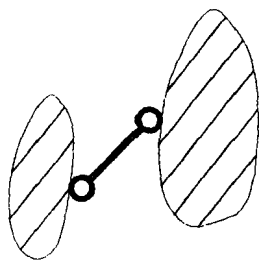


图 2-1 一根链杆 = 1 约束

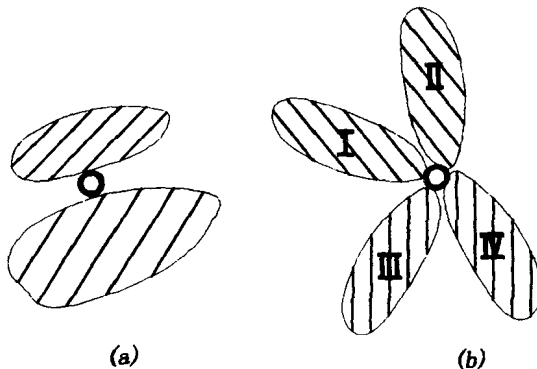


图 2-2 (a) 一个单铰 = 2 个约束

(b) 该复铰 = $(4-1)$ 个单铰 = 3×2 个约束

刚片的简单刚结相当于三个约束,如图 2-3(a) 所示。连接 n 个刚片的复杂刚结相当于 $(n - 1)$ 个简单刚结,如图 2-3(b) 所示。

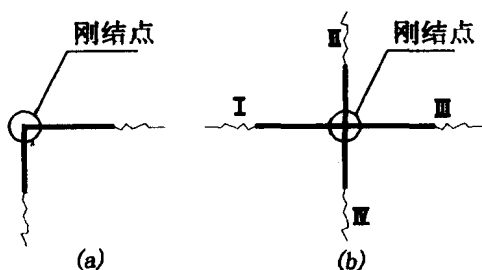


图 2-3 (a) 一个刚结 = 3 个约束

(b) 该刚结 = $(4 - 1)$ 个简单刚结 = 3×3 个约束

(2) 必要约束与多余约束。能限制体系运动自由度的约束为必要约束,不能限制体系运动自由度的约束为多余约束。

如图 2-4(a) 所示,其中 1、2、3 杆或 2、3、4 杆为必要约束,而 4 杆(或 1 杆)为多余约束。

一个无铰的杆件闭合框内存在有一个多余的简单刚结,即有三个多余约束,如图 2-4(b) 所示。简单刚结的三个约束可以用不交于一点也不相互平行的三根链杆来代换,如图 2-4(c)。

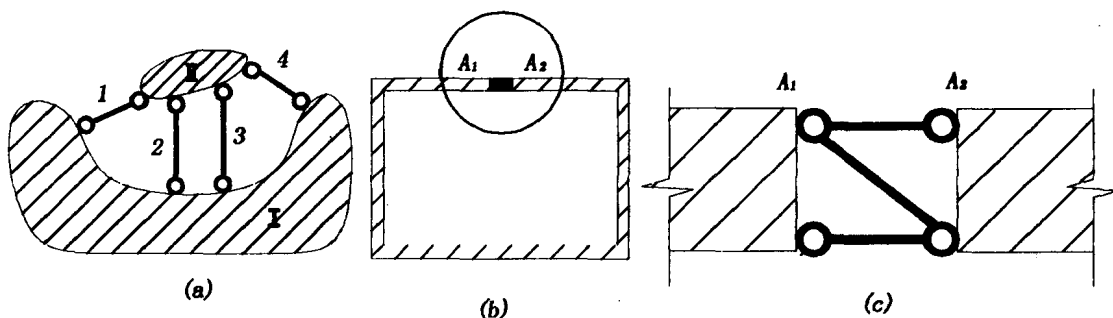


图 2-4

(3) 瞬铰

两刚片由两根链杆连接,若每根链杆的两端均分别连在两个刚片上,则这两根链杆的约束作用等效于该两根链杆交点处的一个 O 铰的约束作用,如图 2-5(a) 所示,这种等效约束(即 O 铰)称为瞬铰。

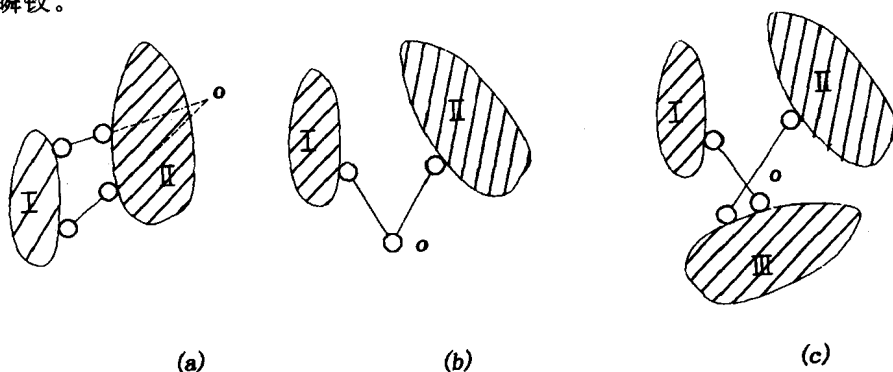


图 2-5

注意 若两根链杆各有一端连于两刚片而另一端自相连接,则此时两链杆的交点不是瞬铰,如图 2-5(b) 所示。又若两链杆各有一端连于一刚片而另一端分别连于其他两个刚片,则此两链杆的交点也不是瞬铰,如图 2-5(c) 所示。

二、平面几何不变体系的组成规则

1. 两刚片规则

(1) 两个刚片用一个铰和一根不通过该铰的链杆相互连接,组成无多余约束的几何不变体系。

(2) 两个刚片用三根不交于一点也不完全平行的链杆相连接,组成无多余约束的几何不变体系。

2. 三刚片规则

三个刚片用不在一直线上的三个铰两两相连,组成无多余约束的几何不变体系。

3. 二元体规则

增加或撤除二元体不影响原体系的机动性质,即刚片上增加(或撤除)二元体仍为刚片。

三、瞬变体系规律

某体系原为几何可变,在发生微小位移后又成为几何不变体系,该体系称为瞬变体系。由于瞬变体系能产生很大的内力,因此不能作为工程结构。

1. 两刚片用三根链杆相交的瞬铰相连或用三根平行但不等长的链杆相连,则组成瞬变体系,如图 2-6(a)、(b) 所示。

(注 若两刚片用三根链杆相交的实铰相连或用三根平行等长的链杆相连,则组成的是常变体系或几何可变体系,而不是瞬变体系。)

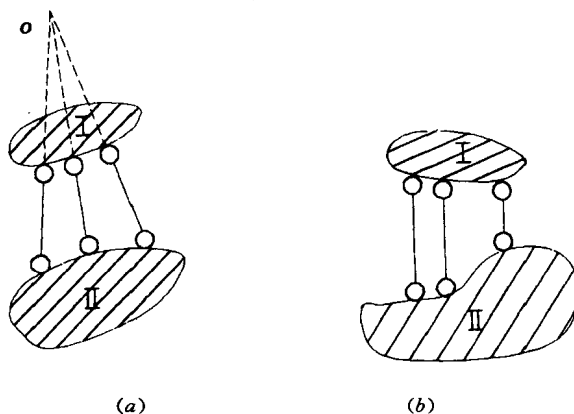


图 2-6

2. 三刚片

(1) 三刚片用在一直线上的三个铰两两相连,组成瞬变体系。

(2) 三刚片用二个铰和一对平行链杆相连,若二铰连线与链杆平行($\theta = 0$),组成瞬变体系,如图 2-7(a) 所示。

(3) 三刚片用一个铰和二对平行链杆相连,若二对平行链杆皆平行($\theta = 0$),组成瞬变体系,如图 2-7(b) 所示。

(4) 三刚片用三对平行链杆两两相连,组成瞬变体系,如图 2-7(c) 所示。

(注 平行链杆相交的瞬铰可认为在无穷远处。)

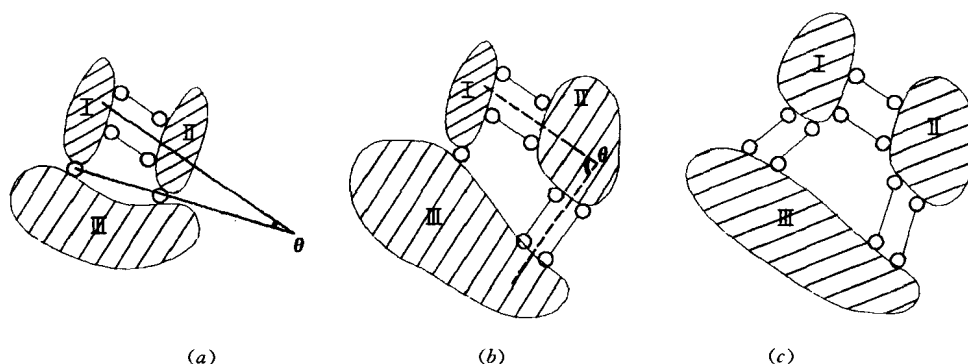


图 2-7

四、体系自由度数的计算

体系的自由度 W = 组成该体系各杆的自由度数总和 - 全部约束数。

若 $W > 0$ 表明该体系缺少约束，一定是几何可变体系；若 $W = 0$ 表明该体系的自由度与约束数相等；若 $W < 0$ 表明该体系有多余约束；当 $W \leq 0$ 时，如果杆件布置合理，体系就成为几何不变体系，否则仍为几何可变体系。因此， $W \leq 0$ 仅仅是构成几何不变体系的必要条件，并非充分条件。

1. 刚片体系： $W = 3m - 2n - c - c_0$

2. 链杆体系（该体系中所有结点均为铰结点）： $W = 2j - b - c_0$

式中： m ——刚片数； n ——刚片间连接的单铰数； c ——刚片间连接的链杆数； j ——结点数； b ——链杆体系中的链杆数； c_0 ——体系与基础连接的支座链杆数。

(1) 如图 2-8(a) 所示刚片体系：

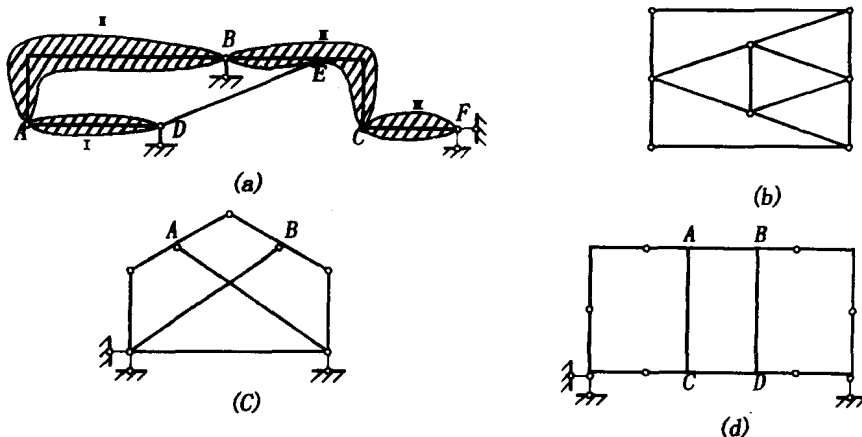


图 2-8

$$m = 4(I, II, III, IV)$$

$$n = 3(A, B, C \text{ 铰})$$

$$c = 1(DE \text{ 链杆})$$

$$c_0 = 4(B, D, F \text{ 支座链杆})$$

$$W = 3 \times 4 - 2 \times 3 - 1 - 4 = 1$$

(2) 如图 2-8(b) 所示链杆体系:

$$j = 8, b = 13, c_0 = 3, W = 2 \times 8 - 13 - 0 = 3$$

(注:该体系可看作整个大刚片,在平面内应有 3 个自由度,刚好和计算的 $W = 3$ 相吻合。且此三个自由度将被和基础相连的三个支座链杆约束掉。)

(3) 如图 2-8(c) 所示,由于 A、B 结点不是铰结点,故不能作为链杆体系($W = 3 \times 3 - 2 \times 1 - 4 - 3 = 0$)。

(4) 如图 2-8(d) 所示刚片体系,由于 A、B、C、D 都是刚结点并组成一个封闭的框格,当把它作为一个刚片时,应记住它具有 3 个多余约束或者也可以把由刚性连接组成的任意形状的封闭框格看作为二个刚片($W = 3 \times 6 - 2 \times 6 - 3 = 3$)。

五、静定结构与超静定结构的几何组成特点

静定结构:无多余约束的几何不变体系。

超静定结构:有多余约束的几何不变体系。

六、解题方法

1. 寻找几何不变单元

对体系进行几何组成分析时,首先找出一个或 n 个几何不变的单元(例如铰结三角形或一刚性杆件),再逐步归并成两个刚片或三个刚片的结合。

2. 利用约束的等效代换

等效约束有两种:① 等效链杆,如图 2-9(a)、(b) 所示(图中虚线)。② 等效铰,如图(c) 所示。

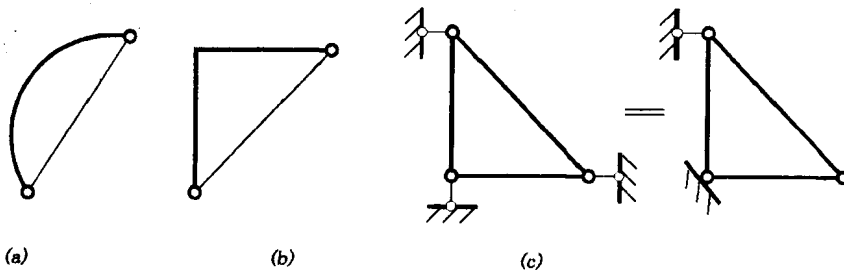


图 2-9

3. 逐步排除法

在体系中把不影响几何不变性的部分逐步排除,使分析的对象得到简化。

(1) 尽量拆去可以拆除的二元体。

(2) 若体系与地基之间只有三个不相互平行,也不相交于一点的支座链杆称为一元体,则宜去掉一元体进行分析。若多于三个支座链杆,则宜连同地基一起分析。

4. 对比法

与组成上相近的无多余约束的几何不变体系对比。若去掉 N 个约束后成为无多余约束的几何不变体系,则有 N 个多余约束;若加入 N 个约束后成为无多余约束的几何不变体系,则缺少 N 个约束。

解题步骤与例题分析

一、解题步骤

1. 计算体系的自由度数。
2. 先拆去二元体或一元体,再找出刚片并归并成二个刚片或三个刚片的结合,以便利用组成规则进行分析。
3. 写出结论。一般情况下可写有无多余约束的几何不变、几何可变、几何瞬变体系。

二、例题分析

2-1 什么是几何不变体系?什么是几何可变体系?几何可变体系的条件是什么?

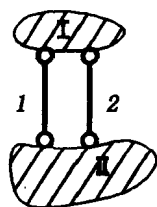
提示 参见本书第二章一、1。

几何可变体系的条件是:1) 体系的约束不够,不能消除全部的自由度。2) 体系的约束虽然足够,但由于布置不合理,有的约束不能有效地消除体系的自由度。

2-2 什么是瞬变体系?瞬变体系有哪些特性?

提示 参见本书第二章三。

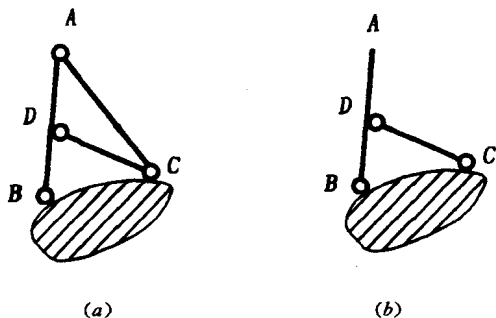
2-3 若两根链杆平行如题图 2-3 所示,瞬铰在哪里?刚片 I 相对于刚片 II 能发生什么样的运动?



题图 2-3

答 两刚片用两根平行链杆相连,瞬铰在无穷远处。若两根链杆平行不等长,刚片 I 相对于刚片 II (设刚片 II 不动) 沿垂直链杆方向发生相对错动后,两链杆不再平行,即刚片 I 绕两链杆相交的瞬铰发生相对转动。若两链杆平行等长,则刚片 I 继续沿垂直链杆方向发生相对错动。

2-4 如题图 2-4(a) 所示的结点 A 是不是两杆结点(即二元体),拆去 AB 与 AC 二杆,自由度改变否?又如题图 2-4(b) 所示杆 AB 与 DC 构成的结点 D 是否可做两杆结点?



题图 2-4

答 题图 2-4(a) 中 A 结点不是两杆结点(即二元体)。因为拆去 AB 杆和 AC 杆时,体系的自由度要改变。拆去两杆,共拆去了 4 个单铰(A、B、C、D 铰),因之去掉了 $2(\text{刚片}) \times 3 = 6$ 个自由度,同时去掉了 $4(\text{单铰}) \times 2 = 8$ 个约束,结果增加了 2 个自由度。本来是不可变的,拆去此两杆后就成为可变的了。

题图 2-4(b) 中 D 结点可看作两杆结点。因为拆去 AB 、 DC 两杆, 拆去了两个刚片和 3 个单铰, 自由度不改变, 并且这 3 个铰不在一条直线上。因此判断撤除的是否是二元体最好还要看撤除的是否有两个刚片(6 个自由度) 和 3 个单铰(6 个约束)。

2-5 如何判别瞬变体系?

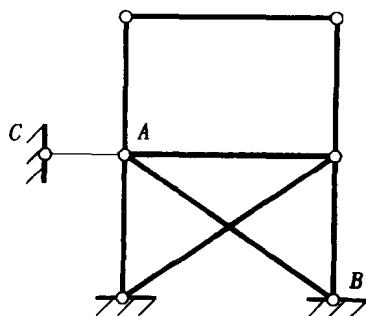
提示 对体系进行几何组成分析, 凡符合本书第二章三、1.、2. 情况者, 皆为瞬变体系。

2-6 体系有多余约束是否一定是几何不变的?

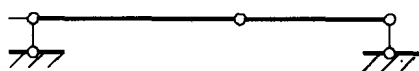
答 体系有多余约束不一定是几何不变体系。如题图 2-6 所示, 下部分中多一根斜链杆 AB , 多一根支杆 AC ; 而上部分中则缺少一个约束, 结果是几何可变体系, 此体系共多了一个约束。

2-7 指出题图 2-7 中, 哪些体系有多余约束? 哪些体系缺少约束? 哪些几何不变? 哪些几何可变?

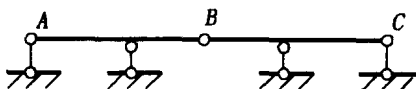
提示 (a) 缺少一个约束的几何可变体系。(b) 几何可变体系。(c) 多余二个约束的几何不变体系。(d) 无多余约束的几何不变体系。



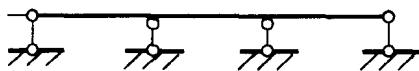
题图 2-6



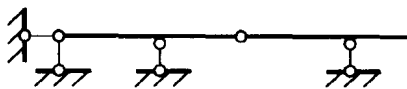
(a)



(b)



(c)



(d)

题图 2-7

2-8 对题图 2-8 各体系进行几何组成分析。

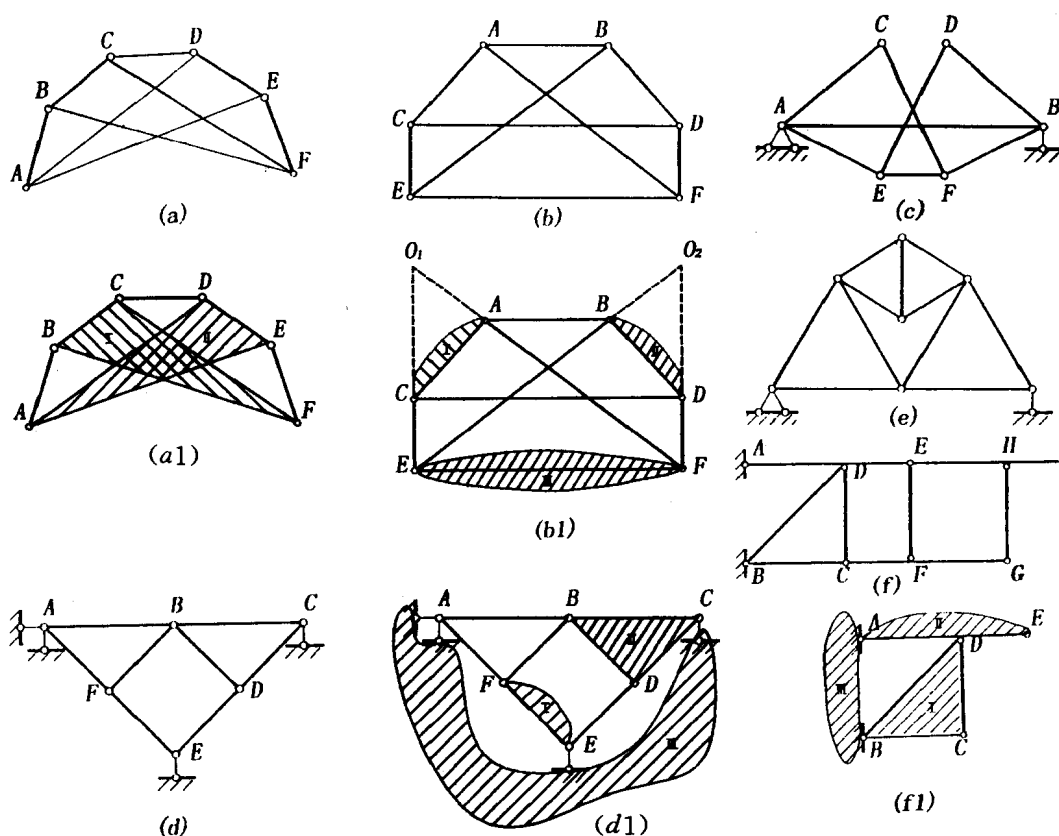
(a) **答** 寻找基本刚片: 三角形 BCF 和三角形 DEA 为两个刚片如图(a1)所示。两刚片用 AB 、 CD 和 EF 三根不相交也不全平行的链杆相连, 组成无多余约束的几何不变体系。

(b) **答** 寻找基本刚片: AC 杆、 BD 杆和 EF 杆分别作为 I、II 和 III 三个刚片如图(b1)所示。其中 I 和 III 刚片用 CE 和 AF 两链杆相交的瞬铰 O_1 铰相连; II 和 III 刚片用 BE 和 DF 两链杆相交的瞬铰 O_2 铰相连; I 和 II 刚片用 AB 和 CD 两平行链杆相交在无穷远处的瞬铰相连; 由于 O_1 、 O_2 铰连线平行于两平行链杆 AB 和 CD 杆, 故三铰在一条直线上, 组成无多余约束的几何瞬变体系。

(c) **答** 整个体系与基础用三根不交于一点也不全平行的链杆相连, 故先排除该三根支杆(即一元体)对体系内部进行分析。根据二元体规则, 先撤除二元体 AC 、 CF 链杆; 二元体 ED 、 DB 链杆; 二元体 AE 、 EF 链杆; 剩下 BF 链杆为几何可变, 故原体系为几何可变体系。

(d) **答** 寻找基本刚片。 EF 杆 $\rightarrow$ I 刚片; 三角形 $BCD \rightarrow$ II 刚片; 地基 $\rightarrow$ III 刚片; 如图(d1)所示。I 和 II 刚片用 FB 和 ED 两平行链杆相交的无穷远处的瞬铰相连; I 和 III 刚片用

AF 链杆和 E 支杆相交的瞬铰 E 相连；Ⅱ 和 Ⅲ 刚片用 AB 链杆和 C 支杆相交的瞬铰 C 铰相连；两瞬铰 (C 和 E 铰) 连线平行于 BF 和 ED 两链杆，故三铰在一条直线上，该体系为瞬变体系。



题图 2-8

(e) 提示 先排除支座三支杆 (一元体)，然后依次撤除二元体，原体系为无多余约束的几何不变体系。

(f) 答 先依次排除两杆结点 H 、 F 得到图 ($f1$)。三角形 $BCD \rightarrow$ Ⅰ 刚片； $AE \rightarrow$ Ⅱ 刚片；地基 $\rightarrow$ Ⅲ 刚片；三刚片分别用不在一条直线上的三个铰 (A 、 B 和 D 铰) 两两相连，组成无多余约束的几何不变体系。

2-9 对题图 2-9 各体系进行几何组成分析。

(a) 答 寻找几何不变单元。 AB 杆 $\rightarrow$ Ⅰ 刚片； BC 杆 $\rightarrow$ Ⅱ 刚片； DEF 杆 $\rightarrow$ Ⅲ 刚片；如图 ($a1$) 所示。三刚片分别用三个不在一条直线上的三个铰 (B 、 E 和 D 铰) 两两相连，组成无多余约束几何不变体系。又该体系与基础用 A 、 F 和 C 三根不相交也不全平行的链杆相连，组成无多余约束几何不变体系。

(b) 答 AC 杆 $\rightarrow$ Ⅰ 刚片； CB 杆 $\rightarrow$ Ⅱ 刚片；地基 $\rightarrow$ Ⅲ 刚片；如图 ($b1$) 所示。三个刚片分别用三个不在一条直线上的三个铰 (A 、 B 和 C 铰) 两两相连，组成无多余约束几何不变体系。把它们组成一个扩大刚片 I' ；铰接三角形 $DIGJF \rightarrow$ Ⅱ' 刚片；铰接三角形 $ELHKF \rightarrow$ Ⅲ' 刚片； I' 、Ⅱ' 和 Ⅲ' 刚片分别用三个不在一条直线上的三个铰 (D 、 E 和 F 铰) 两两相连，组成无多余约束几何不变体系。