

(第2版)

机电

第 1 卷 体

机电一体化技术手册编委会 编

下册

化
技
术
手
册

机械工业出版社

第6篇 机电一体化中的传动与执行装置

主 编 赵松年

副主编 郑建荣

主 审 裴仁清

编写人员

第1章 赵松年 李恩光

第2章 赵松年 赵建东 范贤定

第3章 赵建东 邓建国

第4章 赵培炎

第5章 郑建荣

第6章 牛林富 杨俊



第1章 机电一体化机械系统分析

1.1 机电一体化机械系统的基本概念

1.1.1 机电一体化机械系统的基本含义

(1) 日本关于机电一体化的定义 1981年日本机械振兴协会经济研究所提出：“机电一体化这个词，乃是在机构的主功能、动力功能、信息与控制功能上引进了电子技术，并将机械装置与电子设备以及软件等有机结合而成系统的总称”。

(2) 德国关于精密工程技术的定义 1981年德国电气工程技术人员协会及其共同组成的精密工程技术专家组将精密工程技术定义为光、机、电一体化的综合技术，并用图6.1-1说明其含义。它包括机械(含液压、气动、微机械等)、电工与电子、光学及其不同技术的组合(电工与电子机械、光电子技术、光学机械)，其核心为精密工程技术。强调技术人员的跨学科思维能力，促进精密工程技术中各学科的相互渗透。

(3) 美国关于现代机械系统的定义 1984年美国机械工程师协会(ASME)的一个专家组在美国国家科学基金会的报告中提出，现代机械系统是：“由计算机信息网络协调与控制的、用于完成包括机械力、运动和能量流等动力学任务的机械和(或)机电部件相互联

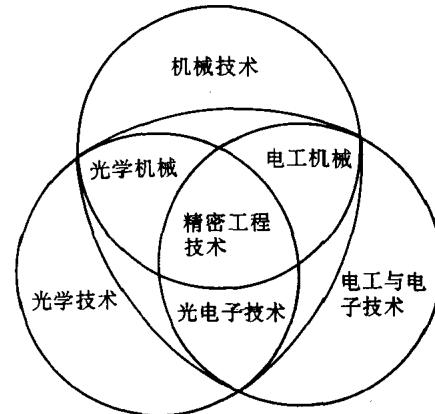


图 6.1-1 精密工程技术的含义
系的系统”。

(4) 我国对机电一体化机械系统的一般理解 机电一体化机械系统是机械发展到现代阶段的新一代机械。其与传统机械的联系与区别见表6.1-1。

机电一体化是机电一体化技术及其产品的统称，它概括了六大共性关键技术：精密机械技术、伺服驱动技术、传感检测技术、信息处理技术、自动控制技术、系统总体技术。

表 6.1-1 各发展阶段的机械产品比较

典型组成部分		能源、动力	作业、执行	结构、机体	传感、检测	控制、运筹
机械发展阶段						
传 统	简单工具	人力、畜力	简单工具	自然材料	人类五官	人脑
	蒸汽机械	蒸汽	机械构件	钢铁合金	人类五官	人脑
	电气机械	普通电机	机械构件	钢铁合金	人类五官	逻辑电器
现代	机电一体化	控制电机	新型机构	新型材料	电子器件	计算机

综上所述，机电一体化机械系统乃是概括了六大共性关键技术，用跨学科的思维能力进行综合集成，开发出的新一代机械产品。其核心是计算机控制的伺服系统。

1.1.2 机械传动与导向装置的特性

机电一体化机械系统的良好伺服特性，要求其中的机械传动与导向装置的惯性小、摩擦小、阻尼合理、刚度大、振动特性好、间隙小，还要求机械部分的动态特性与伺服电机速度环的动态特性相匹配。

1. 惯性

在不影响刚度的条件下，机械部件的惯性要小，就要减小和合理分配机械的质量，以减小机械部件的惯量和转动惯量。惯量和转动惯量增大，使机械负载增大；使系统速度响应变慢，降低灵敏度，伺服特性变差；使系统固有频率下降，容易产生谐振；使电气驱动部件的谐振频率降低，而阻尼增加。

图6.1-2表示机械传动部件的转动惯量对小惯量电动机驱动系统谐振频率的影响。横坐标为折算到电动机轴上的外载荷转动惯量 J_o 与电机转动惯量 J_m 之比。纵坐标为带有外载荷的谐振频率 $f_{\omega o}$ 与不带外载荷

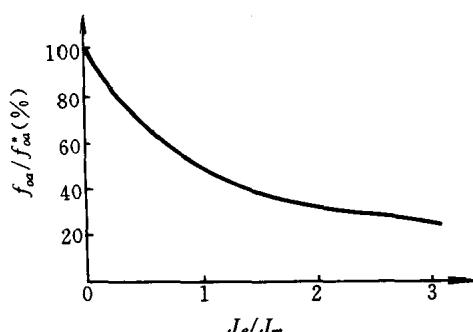


图 6.1-2 外载荷对谐振频率的影响
的谐振频率 $f_ω^*$ 之比。

(1) 转动惯量

1) 圆柱体的转动惯量 J

$$J = \frac{1}{8} m d^2$$

式中 m ——质量；

d ——圆柱体直径。

2) 直线运动物体的折算转动惯量 图 6.1-3a 所示为由导程为 L_0 的丝杠驱动质量为 m_r 的工作台和质量为 m_w 的工件，折算到丝杠上的总折算转动惯量 J_{Tw} ：

$$J_{Tw} = (m_r + m_w) \left(\frac{L_0}{2\pi} \right)^2$$

图 6.1-3b 所示由齿轮齿条驱动的工作台与工件质量折算到节圆半径为 r'_c 的小齿轮上的转动惯量 J_{Tw} 为：

$$J_{Tw} = (m_r + m_w) r_c^2$$

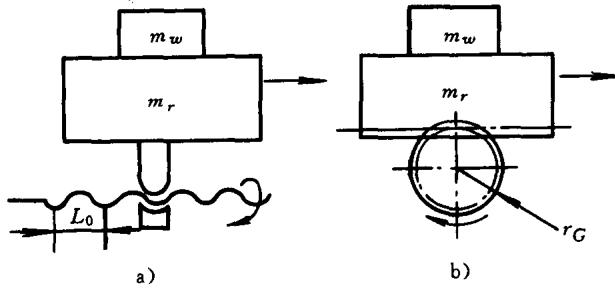


图 6.1-3 直线运动物体

a) 丝杠传动 b) 齿轮齿条传动

3) 传动齿轮 轴 1 上的传动齿轮 1 的转动惯量 J_1 折算到轴 2 上的折算转动惯量 J_{1e} 为：

$$J_{1e} = i_{1-2}^2 J_1$$

式中 i_{1-2} ——轴 1 与轴 2 间的总传动比。

(2) GD^2 与惯量等价的 GD^2 是回转体的重量 G 与回转直径 D 的平方的乘积。 GD^2 与转动惯量 J 的关系为：

$$GD^2 = 4gJ$$

式中 g ——重力加速度。

1) 回转体的 GD^2 常见形状回转体的 GD^2 见表 6.1-2。

2) 直线运动物体的 GD^2 图 6.1-4 所示导程为 L_0 (m) 的丝杠传动总重量为 $W(N)$ 的工作台与工件折算到丝杠上的等效 GD_e^2 为：

$$GD_e^2 = W \left(\frac{L_0}{\pi} \right)^2$$

图 6.1-5 所示传送带上重量为 $W(N)$ 的物体折算到驱动轴上的等效 GD_e^2 为：

$$GD_e^2 = 4W \left(\frac{v}{\omega} \right)^2 = 365W \left(\frac{v}{n} \right)^2$$

式中 v ——传送带上物体的速度；

ω ——驱动轴的角速度；

n ——驱动轴的转速。

图 6.1-6 所示车体重量为 $W(N)$ 、车轮直径为 D (m) 的自行式台车的等效 GD^2 为：

$$GD_e^2 = WD^2$$

2. 摩擦

两物体或有相对运动趋势或已产生相对运动，其接触面间产生摩擦力。摩擦力在应用上可简化为粘性摩擦力、库仑摩擦力与静摩擦力三类，方向均与运动方向相反。

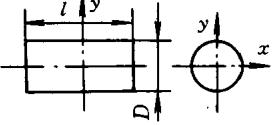
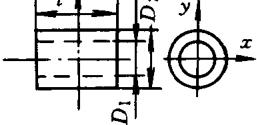
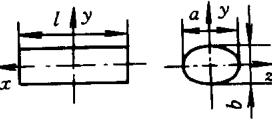
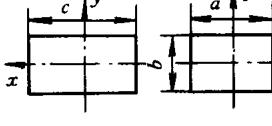
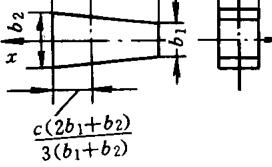
图 6.1-7a 示粘性摩擦力，大小与两物体相对运动的速度成正比。图 6.1-7b 所示的库仑摩擦力是接触面对运动物体的阻力，大小为一常数；静摩擦力是有相对运动趋势但仍处于静止状态时的摩擦力，其最大值发生在相对运动开始前的一瞬间，运动开始后，静摩擦力即消失。

实际机械导轨的摩擦特性随材料和表面状态的不同而有很大的不同。在质量为 3200kg 的重物作用下，不同导轨表现出的摩擦特性见图 6.1-8。滑动摩擦导轨易产生爬行现象，低速运动稳定性差。滚动摩擦导轨和静压摩擦导轨不产生爬行，但有微小超程。贴塑导轨的特性接近于滚动导轨，但各种高分子塑料与金属的摩擦特性有较大的差别。另外，摩擦力和机械传动部件的弹性变形产生位置误差。运动反向时，位置误差形成反差误差(回差)。

由上所述，机械传动部件的摩擦特性应为：静摩擦力尽可能小；动摩擦力应为尽可能小的正斜率，若为负斜率则易产生爬行，降低精度，减少寿命。

根据经验，克服摩擦力所需的电动机转矩 T_F 与电动机额定转矩 T_k 的关系为

表 6.1-2 常见形状回转体的 GD^2

物体形状	W 、各轴 GD^2
	$W = \frac{\pi}{4} \gamma D^2 l$ $GD_x^2 = GD_y^2 = W \left(\frac{D^2}{4} + \frac{l^2}{3} \right)$ $GD_z^2 = \frac{1}{2} W D^2$
	$W = \frac{\pi}{4} \gamma (D_2^2 - D_1^2) l$ $GD_x^2 = GD_y^2 = W \left[\frac{D_2^2 + D_1^2}{4} + \frac{l^2}{3} \right]$ $GD_z^2 = \frac{1}{2} W (D_2^2 + D_1^2)$
	$W = \frac{\pi}{6} \gamma abl$ $GD_x^2 = W \left(\frac{b^2}{4} + \frac{l^2}{3} \right), \quad GD_y^2 = W \left(\frac{a^2}{4} + \frac{l^2}{3} \right)$ $GD_z^2 = \frac{W}{4} (a^2 + b^2)$
	$W = \gamma abc$ $GD_x^2 = \frac{1}{3} W (b^2 + c^2), \quad GD_y^2 = \frac{1}{3} W (c^2 + a^2)$ $GD_z^2 = \frac{1}{3} W (a^2 + b^2)$
	$W = \frac{1}{2} \gamma a (b_1 + b_2) c$ $GD_x^2 = \frac{1}{6} W (b_1^2 + b_2^2) + \frac{1}{9} W c^2 \left[3 - \left(\frac{b_2 - b_1}{b_2 + b_1} \right)^2 \right]$ $GD_y^2 = \frac{1}{3} W a^2 + \frac{1}{9} W c^2 \left[3 - \left(\frac{b_2 - b_1}{b_2 + b_1} \right)^2 \right]$ $GD_z^2 = \frac{1}{3} W a^2 + \frac{1}{6} (b_1^2 + b_2^2)$

$$0.2T_k < T_F < 0.3T_k$$

3. 阻尼

机械部件产生振动时, 系统中阻尼越大, 最大振幅越小且衰减越快。线性阻尼下的振动为实模态, 非线性阻尼下的振动为复模态。

机械部件振动时, 金属材料的内摩擦较小(附加的非金属减振材料内摩擦较大), 运动副特别是导轨的摩擦阻尼是主要的。实际应用摩擦阻尼一般简化为粘性摩擦的线性阻尼。对于动态特性要求严格的机械, 要通过大量实验取得非线性阻尼特性。

阻尼对弹性系统的振动特性的影响有正反两面:

1) 系统的静摩擦阻尼越大, 使系统的失动量和反转误差越大, 定位精度越低, 加上摩擦—速度特性的负斜率, 易产生爬行, 降低机械的性能。

2) 系统的粘性摩擦阻尼越大, 使系统的稳态误差增加, 精度降低。

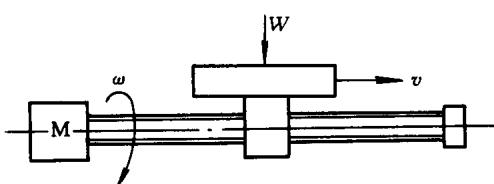


图 6.1-4 丝杠传动

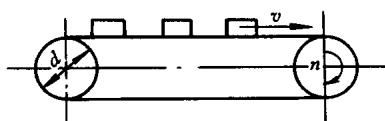


图 6.1-5 传送带传动

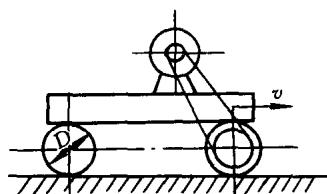


图 6.1-6 自行式台车

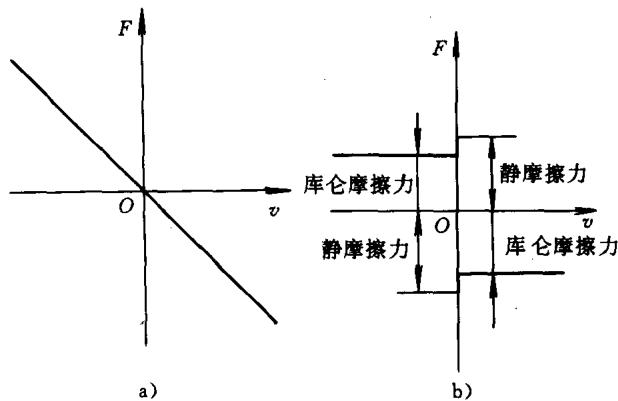


图 6.1-7 三类摩擦力与速度的关系

a) 粘性摩擦 b) 静摩擦与库仑摩擦

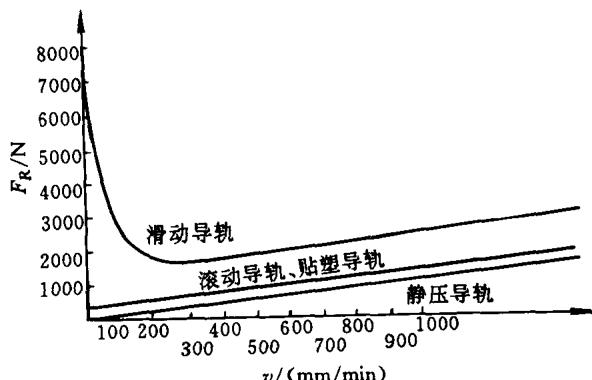


图 6.1-8 不同导轨的摩擦特性

3) 在系统刚度低、质量大的情况下,为了减小振幅和衰减振动,要求粘性摩擦阻尼增大。

机械传动部件若简化为二阶振动系统,其阻尼比 ξ 为:

$$\xi = \frac{c}{2\sqrt{mk}}$$

式中 c —粘性阻尼系数;

m —系统质量;

k —系统刚度。

根据经验,一般可将阻尼比取为 $0.1 \leq \xi \leq 0.2$ 。

4. 刚度

刚度是使弹性体产生单位变形量所需的作用力,包括构件产生各种基本变形时的刚度和两接触面的接

触刚度。静态力和变形之比为静刚度;动态力(交变力、冲击力等)和变形之比为动刚度。

对于伺服系统的失动量来说,系统刚度越大失动量越小。对于系统的固有频率来说,系统刚度越大固有频率越高,超出系统的频带宽度,不易产生共振。对于伺服系统的稳定性来说,刚度对开环系统的稳定性没有影响;刚度对闭环系统的稳定性有很大影响,提高刚度可增加闭环系统的稳定性。

但是,刚度的提高如果伴随着转动惯量、摩擦和成本的增加,则要综合考虑,选择多个方案作优化设计。

5. 谐振频率

包括机械传动部件在内的弹性系统,若阻尼不计,可简化为质量—弹簧系统。对于质量为 m 、拉压刚度系数为 k 的单自由度直线运动弹性系统,其固有频率 f 为

$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}}$$

对于转动惯量为 J ,扭转刚度系数为 K 的单自由度旋转运动弹性系统,其固有频率 f 为

$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{K}{J}}$$

当外界传来的振动的激振频率接近或等于系统的固有频率时,系统会产生谐振,不能正常工作。

传动部件实际上是个自由度系统,有一个最低的基本固有频率和若干高阶固有频率,称为机械传动部件的第一谐振频率 ω_{omech1} 和 n 阶谐振频率(ω_{omechn})。

电气驱动部件是位于位置调节环之内的速度调节环。为减少机械传动部件的转矩反馈对电动机动态性能的影响,机械部件的谐振频率 ω_{omech} 必须大于电气驱动部件的谐振频率 ω_{oA} 。以进给驱动系统为例,系统中各谐振频率的相互关系如表 6.1-3 所示。

表 6.1-3 进给驱动系统各谐振频率的相互关系

位置调节环的谐振频率 ω_{oP}	40~120 rad/s
电气驱动部件(速度环)的谐振频率 ω_{oA}	2~3 ω_{oP}
机械传动部件第一谐振频率 ω_{omech1}	2~3 ω_{oA}
机械传动部件第 n 个谐振频率 ω_{omechn}	2~3 $\omega_{omech(n-1)}$

6. 间隙

机械传动系统中的间隙产生反转回差,增加轮廓误差,影响伺服系统中位置环的稳定性,有间隙时应减小位置环增益。消除间隙能减除回差,调整成负间隙可提高接触刚度。

间隙类型有:齿轮传动的齿侧间隙;丝杠螺母的传

动间隙；轴承的间隙；联轴器的扭转间隙。

(1) 齿轮传动齿侧间隙的消除

1) 刚性消隙法 刚性消隙法是在严格控制齿轮齿厚和齿距误差的条件下，调整后齿侧间隙不能自动补偿，但能提高传动刚度。

图 6.1-9 所示为偏心轴套式消隙机构。电动机 1 通过偏心轴套 2 装在箱体上。转动偏心轴套可调整两齿轮中心距，消除齿侧间隙。

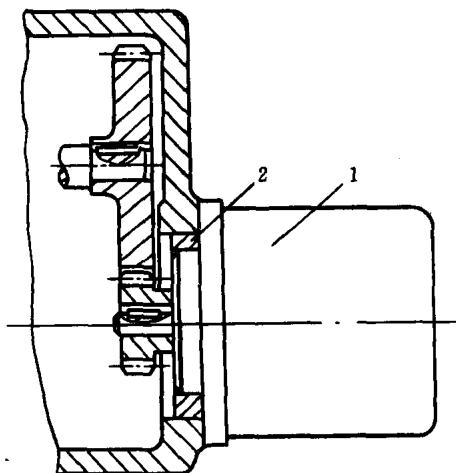


图 6.1-9 偏心轴套式消隙结构

图 6.1-10 所示为通过轴向移动带锥度的齿轮来消除间隙。把齿轮 1、2 原分度圆柱改为带小锥度的圆锥面，使齿轮的齿厚在轴向产生变化。装配时改变垫片 3 的厚度以改变两齿轮的轴向相对位置可消除侧隙。

图 6.1-11 所示为斜齿圆柱齿轮消隙结构。螺旋角 β 的宽齿轮 4 同时与两相同齿数的窄斜齿轮 1 与 2 啮合。斜齿轮 1 和 2 的齿形和键槽均拼装起来同时加工，

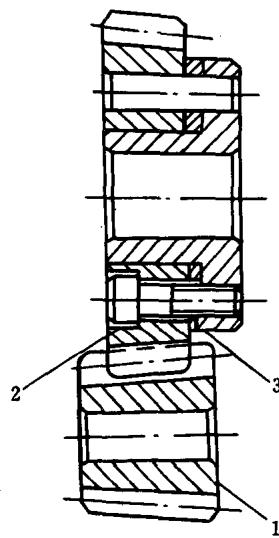


图 6.1-10 锥度齿轮消隙结构

加工时在两窄斜齿轮间装入厚度为 t 的垫片 3。装配时通过改变垫片 3 的厚度使两齿轮的螺旋面错位，使两齿轮的左右两齿面分别与宽齿轮齿面接触以消除齿侧间隙 Δ 。

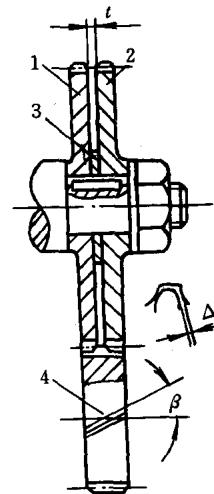


图 6.1-11 斜齿轮消隙结构

2) 柔性消隙法 柔性消隙法是调整后齿侧间隙可以自动补偿。这种方法对齿轮齿厚和齿距的精度要求可适当降低，但要影响传动平稳性，且传动刚度低，结构也较复杂。

图 6.1-12 所示为双齿轮错齿式消隙结构。相同齿数的两薄片齿轮 1 与 2 同时与另一宽齿轮啮合。两齿轮套装在一起并可作相对回转。每个齿轮端面均布四螺孔，分别安装凸耳 4 和 8。弹簧 3 两端分别钩在凸耳 4 和调节螺钉 5 上，由螺母 6 调节弹簧 3 的拉力，再由螺母 7 锁紧。弹簧经常产生的拉力使两薄齿轮的左右齿面分别接触宽齿轮的右左齿面以消除侧隙。弹簧拉力必须保证能承受最大转矩。

图 6.1-13 所示为碟形弹簧消除斜齿圆柱齿轮侧

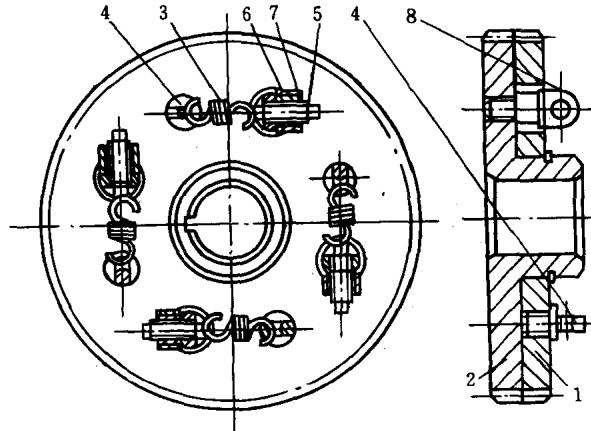


图 6.1-12 双齿轮错齿式消隙结构

隙的结构。薄片斜齿轮1和2同时与宽齿轮6啮合，螺母5通过垫圈4调节碟形弹簧3，保持一定压力消除侧隙。

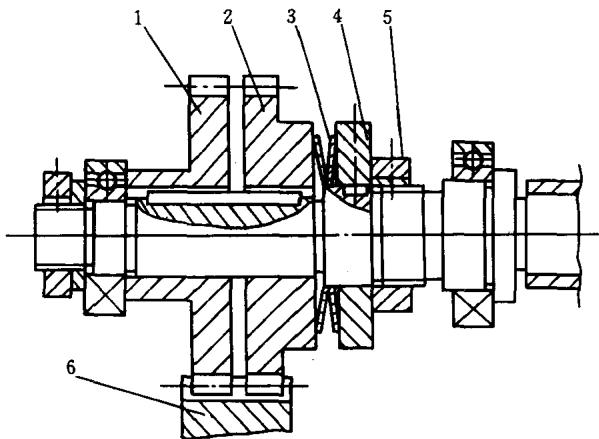


图 6.1-13 碟形弹簧消隙结构

图 6.1-14 所示为锥齿轮的压力弹簧消隙结构。一个锥齿轮由内外两个可在切向相对转动的锥齿圈2和1组成。齿轮的外圈1有三个周向圆弧槽8，齿轮的内圈2端面有三个凸爪4，套装在圆弧槽内。弹簧6的两端分别顶在凸爪4和锁块7上，使内外两齿圈切向错位进行消隙。螺钉5在安装时用，用毕卸去。

图 6.1-15 所示为双斜齿轮消隙原理。轴2输入进给运动，通过两对斜齿轮将运动传给轴1和轴3，再由直齿轮4和5去传动齿条。轴2上两个斜齿轮的螺旋方向相反。弹簧在轴2上产生轴向力F，使斜齿轮产生

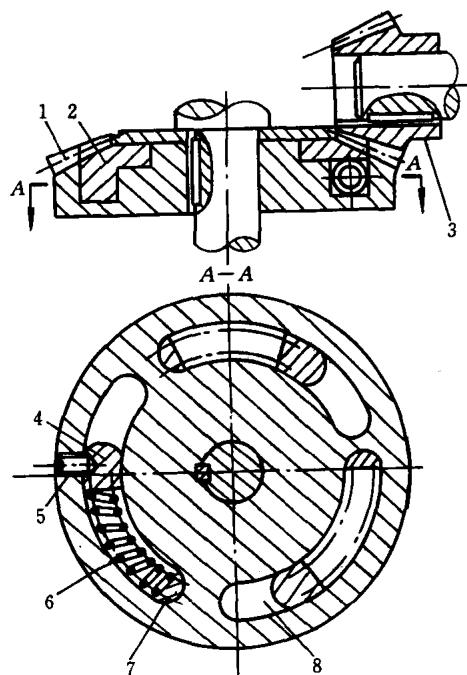


图 6.1-14 压力弹簧消隙结构

微量轴向移动，轴1和轴3以相反方向转过微小角度，使齿轮4和5分别与同一根齿条的两齿面贴紧消除侧隙。

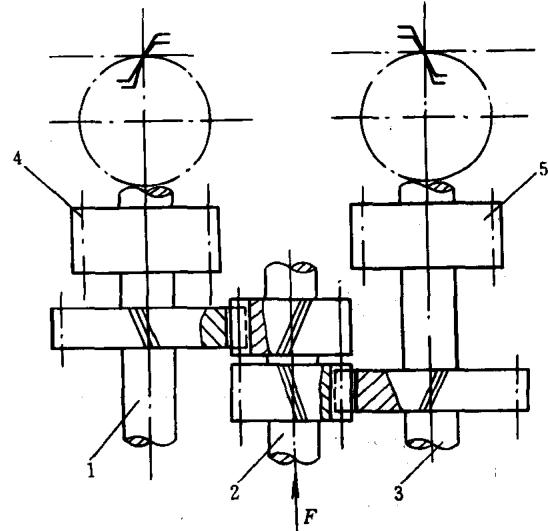


图 6.1-15 双斜齿轮消隙原理

(2) 丝杠螺母间隙的调整 丝杠螺母的轴向间隙为丝杠静止时，螺母沿轴向的位移量。承载后的丝杠螺母轴向间隙再加上滚珠与滚道的接触弹性变形。调整到负间隙即为预紧，能提高刚度。

1) 周期消隙法 图 6.1-16 为常用的双螺母调隙机构。两个螺母1和2的外圆与螺母体3的孔的配合是H/h。主螺母1与体3用螺钉固定，副螺母2与体3之间有键。旋转螺母4，使螺母2相对螺母1向右作轴向移动，相应与丝杠螺牙右、左侧面贴紧，从而消除间隙，产生预紧。

图 6.1-17 是楔块式调隙结构。先松开左螺钉1，然后拉紧中螺钉2使斜铁3向上使左螺母左移，再拧紧左螺钉1固定左螺母。达到的调隙效果与双螺母调隙结构相同，但斜面作用易使螺母偏斜，影响丝杠与左、右螺母的接触。

2) 自动消隙法 图 6.1-18 为两种自动消隙结

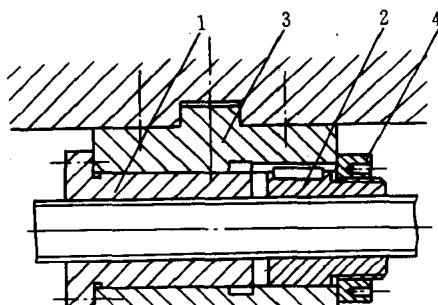


图 6.1-16 双螺母调隙结构

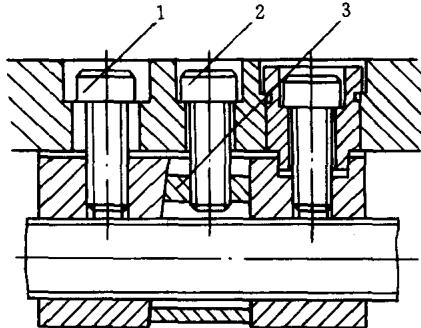


图 6.1-17 槽块式调隙结构

构。图 a 中,用弹簧 3 推动活动螺母 4 离开固定螺母 2,以达到消隙目的图 b 中,液压缸 1 使丝杠和螺母的间隙总是在一个方向,用于磨床砂轮架。

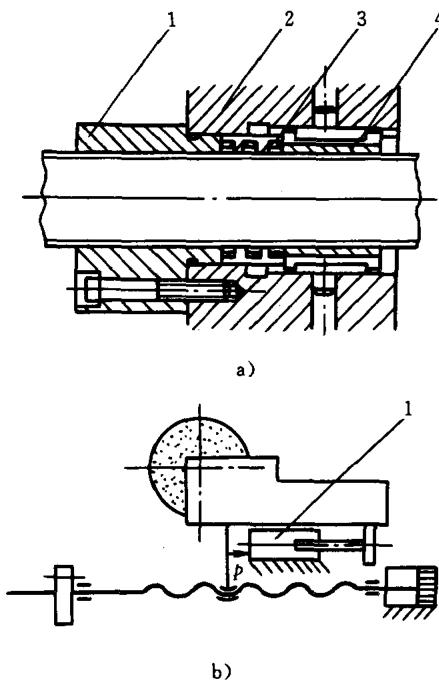


图 6.1-18 自动消隙结构

a) 弹簧消隙 b) 液压消隙

1.1.3 机电一体化对机械装置的要求

1. 机电一体化对传动装置的要求

机械的主功能是完成机械运动。一部机器要完成相互协调的若干简单运动。每个简单运动可单独由控制电动机、传动件和执行机构组成的子系统来完成,若干个简单运动由计算机来协调与控制。这就使设计机器时的总体布局、机构选型和结构造型更加合理和多样化。

受当前技术水平的限制,机电一体化的各种元器件目前还不能完全满足需要,机械传动链还不能完全取消。因此,机电一体化机械系统中的机械传动装

置,已成为伺服系统的组成部分,应该根据伺服控制的要求来进行选择、设计。近年来,由控制电动机不通过机械传动装置直接驱动负载的“直接驱动”(D. D.)技术得到发展,但一般需要低转速大转矩的伺服电动机,并要考虑负载的非线性和耦合性等因素对执行电动机的影响,从而增加了控制系统的复杂性。所以,在一般情况下,尽可能缩短传动链,而还不能取消传动链。

传动链的性能主要取决于传动类型及其传动方式、传动精度、动态特性及可靠性等。在伺服控制中,还要考虑其对伺服系统的精度、稳定性和快速性等的影响。开环伺服系统中的传动链的传动精度,不仅取决于组成系统的各单个传动件的精度,还取决于传动链的系统精度。闭环伺服系统中的传动链,虽然对各单个传动件的精度要求可以稍低,但对系统精度仍有相当高的要求,以免在控制时因误差随机性太大不能补偿。此外,机电一体化系统中的传动链还需满足小型、轻量、高速、低冲击振动、低噪声和高可靠性等要求。

影响机电一体化系统中传动链的动力学性能的因素,一般有以下几个:

(1) 载荷的变化 载荷包括工作载荷、摩擦载荷等。要合理选择驱动电动机和传动链,使之与载荷的变化相匹配。

(2) 传动链惯性的大小 惯性不但影响传动链的启停特性,也影响控制的快速性、位移偏差和速度偏差的大小等。

(3) 传动链固有频率的大小 固有频率影响系统谐振和传动精度等。

(4) 间隙、摩擦、润滑、温升 这些因素的影响往往是非线性的,影响系统的传动精度和运动稳定性。

对于伺服机械传动系统,要保证良好的伺服特性(精度、快速响应、稳定性等)。应考虑多种设计方案,反复比较,进行优化评价决策,选出最佳方案。现举例说明不同传动方案的比较。

以数控机床进给系统为例,可以有三种选择:丝杠传动、齿条传动和蜗杆传动(蜗轮:旋转工作台),如图 6.1-19 所示。若丝杠行程大于 4m,由于刚度原因,可选择齿条传动。

当选择丝杠传动后,丝杠与伺服电动机的联接关系有两种:直接传动;中间用齿轮或同步带传动。在同样的工作条件下,选择不同类型的电动机,相应的丝杠尺寸和齿轮传动比也不同。例如,要求进给力 $F_r = 12.5\text{kN}$, 快速行程速度 $v = 12\text{m/min}$, 采用不同类型的直流伺服电动机的传动方案比较见表 6.1-4。表中 T_r 为额定转矩, n_r 为额定转速, E 为能量, ϵ_m 为线加速度, F_r 为进给力, v 为快进速度, ω_r 为固有频率。成

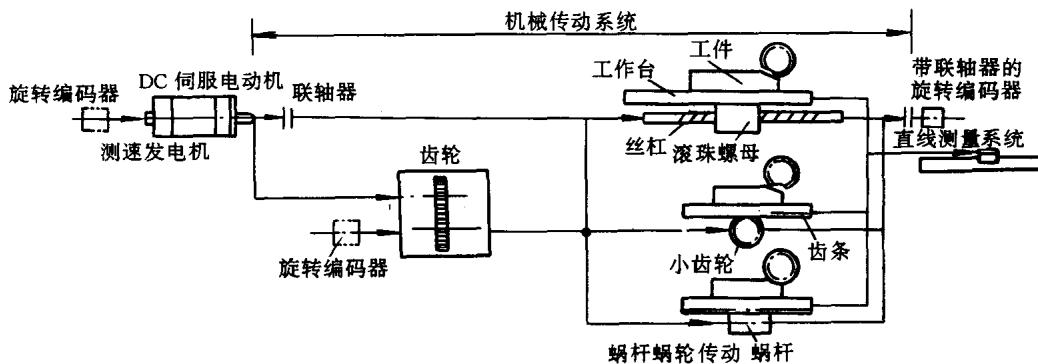


图 6.1-19 数控机床进给传动系统方案示例

表 6.1-4 不同传动方案的比较

传 动	电动机	$T_R/(N \cdot m)$	$n_R/(r/min)$	E/J	$\epsilon_m/(m/s^2)$	F_v/kN	$v/(m/min)$	$\omega_{nm}/(rad/s)$	成本比较(%)	
									6 脉冲	3 脉冲
	1HU 3104	25	1200	364	3.5	12.5	12	137	100	112
	1HU 3078	14	2000	250	4.7	11.6	12	244	88	98
	1HU 3076	10	3000	510	2.5	12.5	12	308	85	98
	1HU 3078	14	2000	290	4	11.6	12	232	88	98
	1HU 3108	38	800	210	6.1	12.5	18	107	121	138
	1GS 3107	6.8	6000	590	2.9	17	12	143	106	114

注：1. 1HU型为永磁式DC伺服电动机；1GS型为电磁式DC伺服电动机，均为德国电动机型号。

2. 工作台与工件质量为3000kg。

本比较只是三相全波与三相半波无环流反并联式线路成本，不包括齿轮传动装置。

2. 机电一体化对导向装置的要求

导向装置包括各种类型的导轨副和支承导轨副的机身、基座、支柱等支承件。机械运行时，导轨副和支承件要共同保证执行件的正确运动轨迹，并影响执行件的运动特性。对导向装置有下列要求。

(1) 导向精度 导向精度是导轨副中运动导轨的实际运动方向与给定运动方向之间的偏差。其具体技

术指标有单根导轨副的直线度、两根以上组合导轨的平行度、垂直度等。

(2) 接触精度 以导轨副摩擦表面的实际接触面积占理论接触面积的百分比，或25mm×25mm面积上接触点的大小、数目和分布状况来表示。一般由磨削、精刨、刮研等不同加工方法的不同标准来决定。

(3) 精度保持性 主要由导轨副的耐磨性决定。影响因素有磨损性质、载荷状况、导轨材料、工艺方法和润滑防护条件等。起主要作用的是磨损性质，分磨粒

磨损、粘着磨损、接触疲劳磨损等。

(4) 低速运动稳定性 机电一体化机械中的低速运动速度可达 0.05mm/min , 微小位移达 0.001mm/次 。此时运动导轨若不是匀速运动, 而是时走时停或忽快忽慢, 称为爬行。产生爬行的主要原因, 一般认为是摩擦面间的静摩擦系数大于动摩擦系数, 低速范围内的动摩擦系数随相对运动速度的增大而降低的负斜率非线性变化。其他影响因素有传动系统的刚度、执行件的质量等。

(5) 静刚度 导轨副和支承件受静载荷后产生静变形, 二者之比称为静刚度, 其倒数称为静柔度。静刚度包括自身刚度、局部刚度和接触刚度。自身刚度指的是导向装置特别是支承件本身受拉、压、扭、弯等载荷后产生的变形。局部刚度指的是在载荷集中的局部范围产生的变形, 如支承件上因结构需要局部突出的导

轨座、凸台等。接触刚度指在两个接触面之间的变形。两接触面微观不平, 真正接触到的只是一些高点。压强小时接触的高点少, 压强变大接触高点面积增大, 因此接触刚度一般是非线性的。近代机械结构复杂结合面多, 接触刚度有时要占总刚度的80%。

(6) 抗振性 导向装置受交变载荷或其他动载荷作用时, 除载荷变化的幅值的影响外, 更应注意载荷变化的频率的影响。载荷变化频率若与导向装置、其他装置和整机的某阶固有频率重合或接近, 将产生共振形成功变型。动载荷与动变形之比称为动刚度, 其倒数为动柔度, 二者受频率比和阻尼比的影响很大。

支承件的抗振性, 往往影响整机的振动。图6.1-20所示为中型卧式车床在工件端部激振, 测试所得动柔度 $|W(\omega)|$ 幅频特性曲线及其主要共振峰的各阶振型, 由图可见, 整个车床的振动在很大程度上决定于床

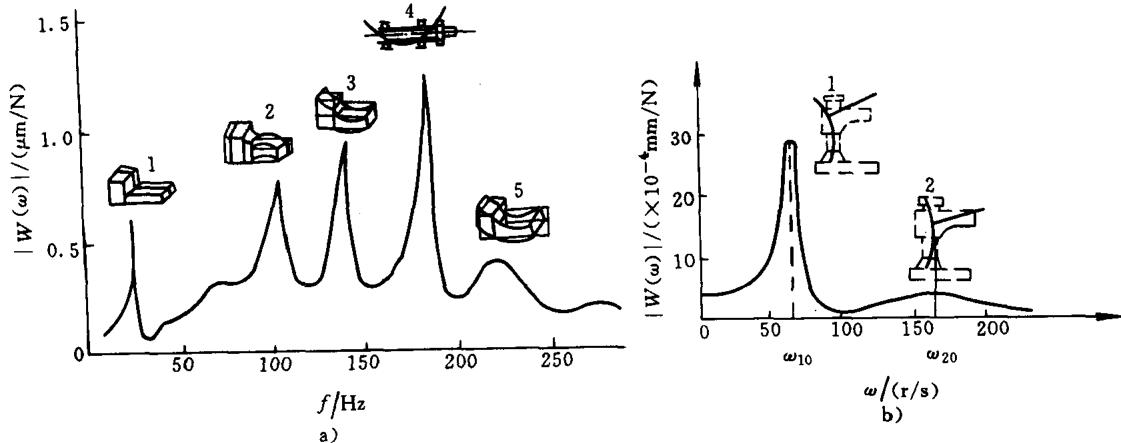


图 6.1-20 动柔度幅频特性

a) 中型卧式车床

1—整机摇晃 2—一次水平弯曲 3—二次水平弯曲 4—一次主轴弯曲 5—一次垂直弯曲

b) 摆臂钻床

1—垂直摆动 2—音叉振型

身的振动。

(7) 调隙特性 导轨副中的滑动摩擦面或滚动摩擦面之间的间隙大小应适当。间隙过大会降低导向精度, 增大回差。间隙过小会增大摩擦力甚至锁住。机电一体化设备经常随指令要求速度变化, 加速度引起的惯性力等冲击动载荷的影响很大, 必须控制运动副的间隙。滚动摩擦副如滚动导轨一般要调到一定大小的负间隙, 即有适当的过盈量, 以提高接触刚度和抗振性。

(8) 热稳定性 机械开始运行后, 各部分特别是摩擦运动副产生的温升使机械产生相应的热变形。机械运行到一定时间, 产生与发散的热量达到平衡, 使机械的温度场保持稳定, 即为机械的热稳定性。此时导向

精度和其他技术指标应保持在最优状态。

一般材料均为热胀冷缩, 热稳定性问题不可避免要解决, 所采取的技术措施使成本增高。目前, 已有热缩性工程材料问世。美国发现一种热缩性陶瓷材料称为钨酸锆, 由用氧原子连接起来的锆原子和钨原子构成, 而氧原子受热时就象肘关节一样易于弯曲, 原子间距离缩小导致体积减小。

提高热稳定性的关键之一是润滑, 润滑对于机械的寿命、能耗等影响极大。目前已有各种润滑剂和添加剂能满足机械的不同性能要求。新型润滑剂正在不断出现, 如一种新型润滑物将钨和硫分子结合成一个直径约为 10^{-6}cm 的小“空球”, 它们不会与金属发生化学反应, 也不会粘附于金属部件上。使摩擦力减小一

半，机械寿命可延长6倍。

1.2 机械系统精度设计中的主要原理

机电一体化机械为实现精度要求，精度设计时要灵活运用下列主要原理。

1.2.1 阿贝误差原理

1890年德国学者阿贝提出：长度测量时，被测尺寸与标准尺寸必须处在测量方向的同一直线上，或者两者彼此处在对方的延长线上。

图6.1-21a所示为千分尺，被测件尺寸与读数刻度尺彼此处在对方的延长线上，符合阿贝原理。设千分螺杆移动中的间隙造成的偏摆形成倾角 θ ，实际测得的倾斜长度 l 与正确长度 L 之间的测量误差 $\Delta_1 = \frac{L}{2}\theta^2$ 为二阶误差，一般可略去。

图6.1-21b所示为游标卡尺，被测件尺寸与读数刻度尺不在同一直线上，不符合阿贝原理，产生的测量误差 $\Delta_2 \approx H\theta$ 为一阶误差。

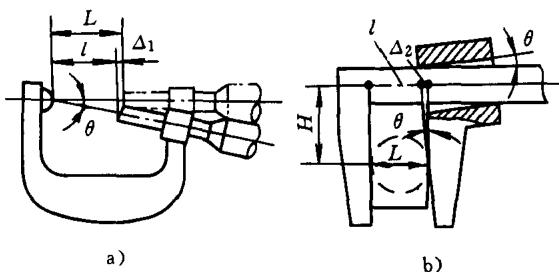


图6.1-21 阿贝误差原理设计实例

- a) 千分尺测量时产生二阶误差
- b) 游标卡尺测量时产生一阶误差

1.2.2 运动学设计原理

物体在空间有六个自由度，要适当配置六个约束才能使它定位。反之，要使物体相对于固定的坐标运动，需要配置的约束数应为自由度数减去相对运动数。要求约束条件为点接触，且该点应垂直于欲限制的自由度的方向。同时要求在同一平面或直线上的点接触之间的距离尽可能大些，以免运动到终端部分造成不稳定。由于强调约束是点接触（如钢球），运动学设计原理仅适用于承载小及运动行程不大的高精度要求场合。当运动部件重量或载荷较大时，由于接触应力较大，点接触就会变成小面积接触。实际上理想的点接触是不存在的。为此，以小面积接触或短线接触代替点接触来约束运动方向，称为半运动学设计原理。

1.2.3 平均效应原理

在运动副和定位机构设计中，采用运动学设计原理和六点定位原理，就可避免超静定和相互干涉。但是，用单点定位约束某个自由度时，由于定位点的误

差，其定位精度始终低于该定位点的精度。而且，单点定位的接触应力较大，产生相应的接触变形也较大，并随着工作时间的推移，磨损增加，都使精度降低。

为克服上述缺点，产生了多点定位原理，应用平均效应的作用，使误差得到均化，从而提高机构的运动精度或定位精度。

按半运动学设计原理设计时，可采用多个钢球代替单个钢球来定位。开始时由于钢球的误差，可能只有少数钢球在起定位作用。随着时间的推移，由于应力集中及其弹性变形，以及磨合过程，使参加工作的钢球数逐渐增大，其定位误差将取决于这些钢球误差的均值，从而提高定位精度。

采用平均效应原理使机械精度均化是有条件的，即

1) 参与工作的滚动体或其他的中间元件要易于产生弹性变形。

2) 滚动体或中间元件的制造误差要小于或等于弹性变形误差。

精密机械设备中，平均效应原理的应用很广，如导轨副、密珠轴承、光栅尺、感应同步器等。

1.2.4 变形最小原则

精密机械设备中的各种装置受自重、外载荷、温度变化、工艺应力及振动等影响，会产生变形误差。设计中应尽量使变形最小。

(1) 减小自重影响 在相同自重的前提下，零件、部件、整机都应设计成力流封闭的框架形式。零件截面采用空心封闭的圆形无缝钢管或矩形空心钢管，其抗弯和抗扭惯性矩可提高3~5倍。相同宽度的龙门刨床比单臂刨床的刚度提高16倍。减小整体壁厚，局部加肋板或肋条，都可大大减小自重变形。

(2) 减小外载荷影响 机械运行时外载荷是不可避免的，但设计时应考虑减小外载荷影响的措施。卧式车床主轴在水平和垂直面的偏移，都只允许偏向刀具方向，这样在切削力作用时主轴产生的变形就可和制造时的偏移误差抵消一部分。车削时带状切屑和刀具前刀面之间的恒定摩擦力，是引起自激振动原因之一。使车刀体产生高频振动，提高了加工表面质量。这与耕地时犁体表面黏土使阻力增大，使犁体产生高频振动则表面黏土现象大大减少的物理效应是一致的。

(3) 减小温度影响 机械的运动副摩擦生热。构件热变形的基本形式是轴向伸长和平面弯曲。精度设计时要采取措施减小温度影响。

机械在一定的环境条件（如恒温20℃±1℃）下，经过一定的运行时间（有时需要若干小时），达到温度场稳定的状态，应是工作精度最高的状态。

构件热变形若是轴向伸长形式，如在加工精密长丝杠时，由于进给速度慢，受热变形影响使被加工丝杠始端和终端的螺距误差将不一致。这种误差可调整校正尺的角度进行补偿。

构件热变形若是平面弯曲形式，如带导轨的平面磨床机身上热下凉，有 5°C 的温差，设机身长 2000mm ，高 500mm ，则机身中点将产生 0.055mm 的弯曲热变形。可采取措施使机身下部与上部同步升温（如在机身下部加热源或通过液压油），减小机身上下部的温差。

(4) 减小工艺应力影响 材料在成形工艺过程中，例如铸造、焊接、切削、热处理等工序之后，都应紧接着进行时效或回火处理，消除前道工序的内应力，然后再开始后一道工序的加工。高精度机床的床身自然时效曾达数十年（经济性差）。高精度复杂零件的上百道工序中，消除内应力的工序可占 $1/3\sim 1/2$ ，几乎是切削一次就接着消除一次工艺应力，最后才能得到长效的高精度复杂零件。

(5) 减小振动影响 减小振动影响的关键是避免共振，即机械内外部交变干扰频率与机械系统固有频率不重合。其次要配置合适的阻尼，减小振幅的同时也影响固有频率。

机械内外部交变干扰是多种多样的，如交变外载荷、切削力、电动机和传动轴偏心旋转频率、齿轮啮合频率、地基传来的冲击振动频率等等。机械系统是多自由度系统，具有从最低的基频、一阶、二阶、……、 n 阶等各阶固有频率。要做到这两类频率相互都不重合，是很复杂的问题。

地基与机械间加隔振装置，可隔离掉通过地基传来的 1Hz 以上的各种干扰频率。找出机械本身的干扰频率的振源加以消除，如旋转件进行动平衡，提高齿轮精度等。在机械内部添加消振环、消振块、消振器、减振层等，增加阻尼，减小振幅。由于总振幅主要由中低频决定大小，防止中低频共振是主要的。设计柔性轴代替刚性轴，要注意起动过程中跨越共振频率时的振动效应。

1.2.5 基面统一原则

零件设计时，应尽量使下列四个基面统一，以减小制造误差、测量误差和装配误差。

(1) 设计基面 零件工作图上标注尺寸的基准面。

(2) 工艺基面 加工时的定位基面，以此为基准来加工其他表面。

(3) 测量基面 以它为测量基准，测量有关尺寸。

(4) 装配基面 装配时以它为基准，确定零件间的相互位置。

这四种基面应尽可能统一于同一表面，就可避免因基面不重合而造成的制造误差、测量误差和装配误差。

若因零件结构形状等原因，不能符合这一原则时，可选择精度较高的面作为辅助基面。例如，测量齿轮齿距时，若齿距仪以齿轮中心孔定位来测量，由于齿轮中心孔是装配基面，就符合这一原则。若以齿根圆作为测量辅助基面，就不符合这一原则。但比用误差更大的齿顶圆作为辅助基面，测得的误差要小些。若齿顶圆和中心孔是一次安装加工出来的，则又比齿根圆又好些。

1.2.6 误差配置原理

整机或部件各部分的误差配置得当，可提高装配成品的总精度。

齿轮传动链的误差配置，若为降速传动且降速比较大时，则末级传动副应取尽可能大的降速比和尽可能高的精度，前者使末级之前的各级普通精度的传动副的传动误差缩小，后者使输出轴转角减小，二者共同降低总误差。

机床主轴两端轴承精度配置，第一步把前、后轴承处的误差 δ_1 和 δ_2 的大小和相位分别测出， δ_1 应小于 δ_2 ；第二步在装配时，使前、后轴承的最大径向跳动误差不但在同一轴向平面内，且在轴线的同一侧，如图6.1-22a所示，前后轴承的支承距为 L ，主轴悬伸量为 a ，主轴前端的径向跳动误差 δ 最小。否则，相位颠倒如图6.1-22b所示， δ 最大。

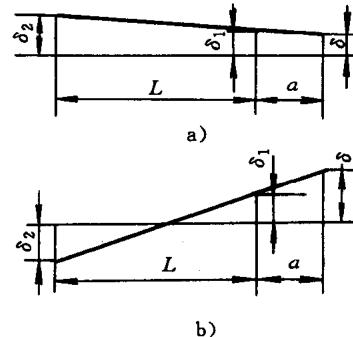


图 6.1-22 轴承误差配置对主轴端部的影响

a) 误差同面同侧 b) 误差同面异侧

齿轮安装也有误差配置问题。安装在轴段上的齿轮的径向跳动，不但受齿轮齿圈对齿轮孔的齿圈径向跳动的影响，同时受安装齿轮孔的轴段轴线相对于安装轴承孔的轴颈轴线的同轴度误差的影响，还受轴承孔相对于轴承外圈的径向跳动的影响。如图6.1-23所示， O_2 为齿圈轴心， O_1 为安装齿轮孔的轴段轴心， O 为安装轴承孔的轴颈轴心。 $\overline{O_2O_1} = \delta_2$ 为齿圈径向跳动， $\overline{O_1O} = \delta_1$ 为安装齿轮孔的轴段轴线相对于安装轴

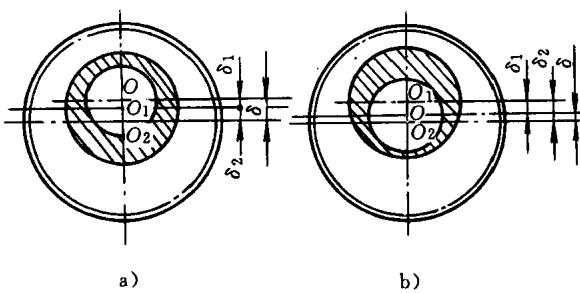


图 6.1-23 齿轮安装时的误差配置

a) 误差叠加 b) 误差减小

承孔的轴颈轴线的同轴度误差。在齿轮安装到轴段上时,齿圈轴心 O_2 对于轴颈轴心 O 的偏心量 δ , 在图 6.1-23 所示两种极限安装相位情况下, $\delta = \delta_1 \pm \delta_2$ 。当按误差减小的方式装配后,在随后把轴颈安装到轴承孔中时,使上述误差配置后的偏心量 δ 再和轴承内外座圈的偏心量按上述方法找到相位配置误差,使齿圈对轴承外圈的径向跳动误差最小,达到精密机械装配要求。

以上旋转轴系的误差配置方法,可用于各类精密机械的装配。

1.3 精度设计中的误差分析

精度的高低是用误差的大小来衡量的。误差理论是研究影响测量或设备精度的误差来源及特性、误差评定和估计方法、误差的传递、转化与相互作用的规律、误差的合成和分配原则等,从而为精密测量和精度设计提供科学依据。

1.3.1 误差

1. 误差的定义

误差是对某个物理量进行测量时,所得数值与真值的差值。误差的特点是:任何测量手段无论精度多高,总有真误差存在;多次重复测量某物理量时,各次测量值是不等的,除非仪器的分辨率太低;由于真值是未知的,因此真误差也是未知的。

真值可分为:

- (1) 理论真值(名义值) 设计时给定的值(如零件的名义尺寸),或用公式计算的给定值。
- (2) 约定真值 各国公认的一些几何量和物理量的基准值(如国际标准质量的约定真值为 1kg)。
- (3) 相对真值 若标准仪器的误差仅为一般仪器误差的 $1/3 \sim 1/10$,则标准仪器的测定值可视为真值,称为相对真值。通常将相对真值与多次测定值的算术平均值之差定义为残余误差。

2. 误差的表示方法

误差的表示方法主要有两种。

(1) 绝对误差 是测得值与被测量的真值之差,有量纲,能反映误差的大小和方向,但不能反映测量工作的精密程度。

(2) 相对误差 是绝对误差与被测量的真值之比,无量纲,但能反映测量工作的精密程度。

3. 误差的分类

(1) 按误差性质分类 可分为随机误差、系统误差和粗大误差三类。随机误差是由许多独立因素的微量变化综合的结果。其数值大小和方向表面看来无规律,但随着测量次数的增加和测得值的增多,它将服从一定的统计规律,如正态分布、均匀分布、三角形分布等。多数随机误差呈正态分布。系统误差的大小和方向在测量过程中按一定规律变化,一般可用理论计算或实验方法求得,可以预测、调节和修正。粗大误差是由测量人员的疏忽或错误,在测得值中出现的异常误差,经认真判定后可剔除。

(2) 按被测参数的时间特性分类 可分为测定不随时间变化的静态参数所得的静态参数误差和测定是时间函数的动态参数所得的动态参数误差。

(3) 按误差之间的关系分类 可分为独立误差和相关误差。各原始误差之间彼此独立、互不相关,称为独立误差,误差合成时用误差独立作用原理来计算。若各原始误差之间彼此相关,称为相关误差,误差合成时应考虑其介于 -1 和 +1 之间的相关系数的影响。

(4) 按误差来源分类 可分为原理误差、制造误差和运行误差(使用误差)。原理误差包括理论误差、方案误差、机构原理误差、电路误差、控制系统误差等。制造误差包括零件制造误差、部件装配调整误差等。运行误差包括变形误差、磨损误差、振动误差等。

1.3.2 精度

1. 精度的含义

精度可分为准确度、精密度和精确度,其含义如下:

(1) 准确度 准确度用系统误差大小来表示,反映了系统的测量值偏离真值的程度。

(2) 精密度 精密度用随机误差大小来表示,反映了测量值与真值的离散程度。

(3) 精确度 精确度是系统误差和随机误差大小的综合反映。

图 6.1-24 所示为各种精度的相互关系。

2. 机械产品精度名称的含义

(1) 机械精度 指机械在未受外载荷作用下的原始精度,包括几何精度、传动精度、定位精度等各项指标的允差。

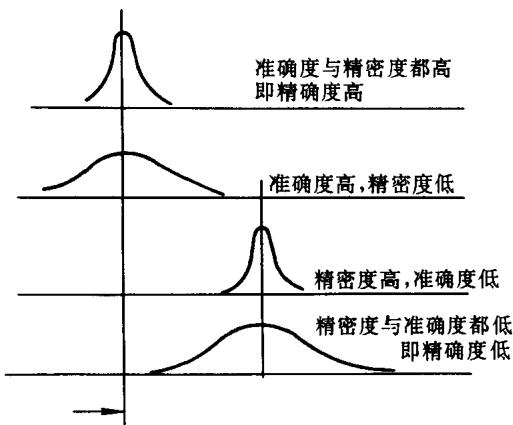


图 6.1-24 准确度、精密度和精确度的相互关系

(2) 几何精度 指机械、仪器在运动部件静止或运动速度较低时的精度。它规定了主要零部件的相对位置允差。

(3) 传动精度 指传动链单向传动时，其输入端与输出端瞬时传动比的实际值与理论值之差。如旋转运动输入轴单向回转时，输出轴转角的实际值与理论值之差。

(4) 运动精度 指设备主要零部件在以工作速度运动时的精度，常用运动误差来表示。

(5) 定位精度 指机械主要部件在运动终点所能达到的实际位置的精度。

(6) 测量精度 指计量仪器或系统的使用精度，常用测得值和被测值的偏差程度来衡量。

(7) 重复精度 指在同一测试方法和测试条件下，在不太长的时间间隔内，连续多次测量同一物理参数，所得数据的分散程度。它是常用的产品精密度指标。

(8) 复现精度 指在不同的测试方法和测试条件下，以较长的时间间隔对同一物理参数作多次测量所得数据的接近程度。复现精度一般低于重复精度，但差别太大时，应立即找出原因。

(9) 动态精度 指系统的动态参数误差。动态精度不仅考虑几何尺寸，也要考虑设备的机械特性如刚度、惯性、摩擦、阻尼等。直接测量较困难，常用典型工作对象的加工与测试，间接地对设备的综合动态精度作出评价。

(10) 加工精度 指机械在加工工作对象时所能达到的精确度，是一项综合性的精度指标。例如机床加工精度，就受机床—夹具—工件—刀具这一整个系统的影响。

3. 伺服精度的含义

常见的伺服精度指标有灵敏度和分辨力。

(1) 灵敏度 伺服系统的灵敏度 S 是指输入的变化值 Δx 趋近于零时，输出变化值 Δy 与输入变化值 Δx 比值的极限，即

$$S = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{dy}{dx}$$

灵敏度的具体数值与系统的静态特性函数 $y=f(x)$ 有关。若 $y=kx$ ，则静态灵敏度 $S=k$ (常数)。

系统参数变化也有灵敏度问题，表示由于系统元件的老化、磨损、变形、误差及环境条件的变化，对系统性能影响的敏感程度。

(2) 分辨力 指精密机械设备能感受、识别或检测到的输入量的最小值，或者能产生、响应得到的输出量的最小值。

分辨力的提高能提高设备的工作精度，但有时又是独立的。例如，数控机床的分辨力是用定位机构的最小位置检测量来表示，它与实际的定位精度无直接联系。XHK756-2型卧式加工中心的数控装置的脉冲当量若为 0.001mm/脉冲，数控机床的定位精度为 $\pm 0.007mm$ ，重复定位精度为 $\pm 0.004mm$ 。

1.3.3 随机误差和系统误差

1. 随机误差

随机误差常用均方根误差、算术平均误差和或然误差作为评定尺度。由于均方根误差对大的随机误差比较敏感，且能灵敏地反映出随机误差数列的离散程度，应用较多。

(1) 均方根误差 σ

$$\sigma = \sqrt{\sum_{i=1}^n \frac{\epsilon_i^2}{n}} = \sqrt{\sum_{i=1}^n \frac{(x_i - x_0)^2}{n}}$$

式中 x_i ——第 i 次测得值；

x_0 ——被测量真值；

ϵ_i ——第 i 次测量后的随机误差数列。

② 用积分形式表示为

$$\sigma = \sqrt{\int_{-\infty}^{+\infty} \epsilon^2 f(\epsilon) d\epsilon}$$

式中 $f(\epsilon)$ ——随机误差的概率密度分布函数

$$\text{正态分布时, } f(\epsilon) = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{\epsilon^2}{2\sigma^2}\right)$$

\exp 表示以 $e=2.71828$ 为底的指数。

上述均方根误差定义不仅适用于正态分布，也适用于其他分布，其应用条件是：

1) ϵ_i 为纯随机误差，不包括系统误差及粗大误差。

2) 所得结果是数列的均方根误差，而不是测量结果的均方根误差。

3) 均方根误差既可用绝对误差，也可用相对误差

表示。

4) 上述公式只适用于等精度误差，即测量数列中每一个数据的精确度相等。

(2) 极限误差 Δ_{\max} 极限误差是误差的极限范围。由于在 $\pm 3\sigma$ 区间内，随机误差正态分布曲线下误差出现的概率达 99.73%，即在 370 次测量中只有一次误差绝对值超出 3σ 范围。而在一般测量中，测量次数很少超过几十次，故可认为绝对值大于 3σ 的误差几乎不可能出现，故常将该误差称为单次测量的极限误差，即

$$\Delta_{\max} = \pm 3\sigma$$

(3) 标准偏差的计算 均方根误差 σ 中，由于随机误差的真值无法求得，常用残余误差代替，计算结果称标准偏差，仍用 σ 表示。常用计算精度较高的贝塞尔公式计算标准偏差：

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n v_i^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}}$$

式中 v_i ——第 i 次测得值的残余误差；

\bar{x} —— n 次测得值的算术平均值。即

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$$

(4) 不等精度测量时随机误差的估计 若为技术水平和客观条件不同的不等精度测量，即各测量值的标准偏差不同。引入权 P_i ：

$$P_i = \frac{k}{\sigma_i^2}$$

式中 k ——比例常数，可取任意值，以计算方便为准；

σ_i ——与不等精度测量数列 x_i 相应的标准偏差。

用残余误差表示的标准偏差 $\sigma_{\bar{x}}$ 为

$$\sigma_{\bar{x}} = \pm \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n P_i (x_i - \bar{x})^2}{(n-1) \sum_{i=1}^n P_i}}$$

式中 \bar{x} ——加权算术平均值。即

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n P_i x_i}{\sum_{i=1}^n P_i}$$

2. 系统误差

系统误差由原理误差和制造误差两部分组成，它是固定不变的或按确定规律变化的因素造成的。系统误差按其变化规律，可分为定值系统误差和变值系统误差（如线性误差、周期误差和复杂函数系统误差）；

按对系统误差掌握的程度，又可分为变化规律已掌握的定值系统误差和变化规律未被充分认识的未定系统误差。

(1) 定值系统误差的估算 设 x_i ($i=1, 2, \dots, n$) 为某量 x 的一组等精度测得值的数列，其真值为 x_0 ，在 x_i 中包含有定值系统误差 δ_0 和随机误差 ϵ_i ：

$$x_i = x_0 + \delta_0 + \epsilon_i \quad (i=1 \sim n)$$

其算术平均值 \bar{x} 为：

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i = x_0 + \delta_0 + \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \epsilon_i$$

当 n 足够大时：

$$\bar{x} = x_0 + \delta_0$$

可见，当 n 足够大时，随机误差 ϵ_i 对 \bar{x} 的影响可忽略不计。若再能引入修正值，使其接近 $-\delta_0$ ，就可提高精度。 δ_0 不影响残余误差 v_i 和标准偏差 σ 的计算。由此可见，定值系统误差不影响随机误差分布函数曲线的形状，即不影响随机误差的分布范围，只影响随机误差分布位置的变化。

(2) 变值系统误差的估算 设变值系统误差为 δ_i ，则

$$x_i = x_0 + \delta_i + \epsilon_i \quad (i=1 \sim n)$$

其算术平均值 \bar{x} 为：

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i = x_0 + \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \delta_i + \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \epsilon_i$$

当 n 足够大时：

$$\bar{x} = x_0 + \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \delta_i = x_0 + \bar{\delta}$$

式中 $\bar{\delta}$ ——变值系统误差 δ_i 的算术平均值。

变值系统误差不仅影响 x_i 的均值，也影响 x_i 的残余误差 v_i ，从而影响标准偏差 σ 。即变值系统误差不仅影响随机误差分布曲线的位置，也影响它的分散范围，使分布曲线产生“平移”和“变形”。

1.3.4 精密机械的精度设计

精密机械的精度设计，主要是精度分配和误差补偿。精度分配是根据产品允许的总误差，将其经济、合理地分配到各零部件上，制定各零部件的公差和技术要求。误差补偿的目的是减小或消除部分误差，从而达到产品总精度的要求。

1. 产品精度分配的依据和步骤

(1) 精度分配依据

1) 产品的精度指标和总技术条件，由使用性能要求和有关精度标准确定。

2) 产品的工作原理图（机电光液气等系统）、机械结构装配图及有关零部件图，提供了误差源的总数、各误差源对产品误差的影响程度以及误差之间相互补偿