

HYDRAULIC MODEL PRACTICE

水工模型试验

第二版

南京水利科学研究院 水利水电科学研究院



水利电力出版社



水电部科技情报所	
图书总号	13502
分类号	TV131.61

Hydraulic Model Practice



006331 水利部信息所

水工模型试验

第二版

水利水电科学研究院 南京水利科学研究院



水利电力出版社

内 容 提 要

本书在1959年出版的《水工模型试验》一书的基础上改写而成。全书分为：水工模型试验概述、尺度分析、水工模型定律、水工模型试验设备、水工模型试验测试技术、模型制造与安装、水工模型试验操作技术、水工模型试验实例、渗流模型、水力学专题研究、试验资料的统计和数据处理、数学模型简介等十二章。较原书增加了电测仪器测试技术、地下水渗流模型、水工试验研究成果的实例、水力学研究领域应用数学模型的进展等内容。并介绍了国内外十个水工试验研究单位的基本情况。

本书可供水利、水电、水运等方面的科技人员及大专院校有关师生参考。

Hydraulic Model Practice

By

Institute of Water Conservancy and

Hydroelectric Power Research

Nanjing Hydraulic Research Institute

China water Resources and

Electric Power Press, 1985

Printed by Printing House of China Water Resources
and Electric Power Press, Beijing

LWB/8

水 工 模 型 试 验

(第 二 版)

水利水电科学研究院

南京水利科学研究院

责 任 编 辑 徐 华

*

水利电力出版社出版

(北京三里河路6号)

新华书店北京发行所发行·各地新华书店经售

水利电力出版社印刷厂印刷

*

787×1092毫米 16开本 32.75印张 749千字

1959年10月北京第一版

1985年12月第二版 1985年12月北京第二次印刷

印数1251—3210册 平装定价7.85元

书号 15143·5755

前 言

实验水力学自十八世纪从古老的水动力学中分出以来，在各项生产实践和实验技术的带动下，取得了显著的进展。它的服务领域也不断扩大，诸如：江河整治、农田水利、水资源及水电开发、船舶及水力机械、水运及港工、火（核）电厂冷却水和内部流体循环、环境保护、给水排水、生理卫生等方面，都存在许多实际的水力学及流体力学问题。基于水流运动是一项很复杂的事物发展过程，按相似准则利用缩尺模型研究泄水建筑物水力学问题为主要对象的水工模型试验，能重演和预演复杂的三元水流运动现象，近一百年前正式开始应用以来，发展迅速，成为工程设计、施工、运行监测的有力工具。

新中国成立以来，在水利水电建设迅速发展的推动下，我国的水工模型试验研究工作发展很快，主要的特点在于：面向生产解决了工程建设中的许多重大水力学问题；科研队伍也不断相应地发展和提高。早在五十年代初，南京水利科学研究所的前身南京水利实验处，在配合治淮工程开始进行大量水工模型试验的同时，接连开办了三届水工试验学习班。五十年代中，水利水电科学研究院也举办了水工试验学习班，这四届学习班培训了许多科研专业人才，使水工模型技术在全国范围内得到推广。为前三届水工试验学习班编写的讲义于1959年出版，书名《水工模型试验》，成为科研、设计部门研究水力学、水工设计，和大专院校教学的一本实用专业书。

近二十多年来，新的测试技术以及电子计算机在计算、自动控制数据采集和处理方面的应用，发展很快，进一步丰富了实验水力学的内容，同时，实验水力学与理论流体力学融合的趋势也日益明显。

1981年7月中国水利学会水力学专业委员会在宜昌葛洲坝工地成立，并举行了学术讨论会。会议上在代表建议下，并经中国水利学会秘书处同意，由水利水电科学研究院和南京水利科学研究院重新修订《水工模型试验》一书。现两单位协作组织的改写工作已完成，新书仍采用原名。全书共分十二章，内容则有所发展、提高，除对原书的全部内容作了补充、改写外，新增的内容主要有：水工模型试验实例10项，高速水流专题研究（包括消能、冲刷、紊流边界层、脉动、振动、空化与空蚀、掺气等），渗流，风成波，气流模型，数学模型，新仪器、新设备，谱分析等。

全书由31位有关专业人员编写，由李桂芬、齐兴河、章福仪、周名德统稿，姜国干及笔者主编。此外，还有许多同志参加了第八章、第十章等方面的试验研究，以及校阅、讨论、制图等工作，在此一并致谢。内容不当之处，请读者指正。

陈椿庭

1984年1月6日

目 录

前 言

第一章 水工模型试验概述	1
第一节 水工模型试验的意义	1
第二节 相似现象	1
第三节 水工模型试验的基本任务	1
第四节 发展简史	2
第五节 水工模型分类	2
第六节 试验资料	3
第七节 试验仪器设备	3
第八节 试验的进行	4
第九节 水力学原体观测	4
第十节 试验研究的范围	4
第二章 尺度分析	6
第一节 尺度与单位	6
第二节 物理过程方程式的尺度和谐和齐次性质	9
第三节 尺度分析法之一——雷列法	11
第四节 尺度分析法之二—— π 定理	13
第五节 尺度分析法和模型相似性	20
第六节 模型的变态和综合 π 项	21
第七节 结语——几个问题的认识	22
第三章 水工模型定律	25
第一节 相似性力学	25
第二节 流体作用力与特别模型定律	27
第三节 佛汝德模型定律（重力相似定律）	28
第四节 雷诺模型定律（粘滞力相似定律）	30
第五节 欧拉模型定律（压力相似定律）	33
第六节 柯西模型定律（弹性力相似定律）	34
第七节 韦伯模型定律（表面张力相似定律）	35
第八节 流体运动特性参数的相似性	35
第九节 水力学常用公式的相似性	37
第十节 模型相似定律的应用	37
第十一节 缩尺影响	39
第十二节 减压模型试验	40
第四章 水工模型试验设备	44
第一节 试验场所	44

第二节	供水系统	47
第三节	基本固定设备	55
第四节	量测仪器的率定设备	81
第五章	水工模型试验测试技术	87
第一节	常规测试仪器	97
第二节	水工试验的电测仪器	123
第三节	记录器与数据采集系统	139
第六章	模型制造与安装	149
第一节	模型场地布置	149
第二节	模型边墙及地形制造	150
第三节	模型常用材料及其性能	155
第四节	模型制造技术	158
第七章	水工模型试验操作技术	163
第一节	试验操作的基本要求	163
第二节	试验操作前的准备工作	164
第三节	预备试验,校正试验与验证试验	167
第四节	试验操作程序	168
第五节	操作举例	169
第八章	水工模型试验实例	171
第一节	窄巷口水电站拱坝枢纽布置模型试验	171
第二节	伐乌一代耶水电站明流泄洪隧洞水工模型试验	180
第三节	云峰水电站大坝深孔闸口水力学模型试验	190
第四节	刘家峡大坝泄水道门槽减压模型试验	206
第五节	江都抽水电站虹吸出水管模型试验	211
第六节	南盘江坝索水电站调压井水工模型试验	217
第七节	葛洲坝二号船闸水力学模型试验	225
第八节	洋塘鱼道整体模型试验	234
第九节	龙羊峡水库七号地段滑坡涌浪模型试验	241
第十节	抚河箭江口分洪闸气流模型试验	245
第九章	地下水渗流模型	255
第一节	砂槽模型	255
第二节	粘滞流模型	261
第三节	水力网模型和水力积分仪	268
第四节	导电液模型	274
第五节	电网络模型	288
第六节	数学模型	299
第十章	水力学专题研究	316
第一节	底流、面流消能及软基冲刷	316
第二节	挑流消能及岩基冲刷	330
第三节	紊流边界层试验研究	340

第四节	脉动与振动研究	348
第五节	水流空化试验研究	371
第六节	掺气减蚀措施研究	377
第七节	材料抗空蚀性能的试验研究	391
第八节	风成波试验研究	398
第九节	明渠急流冲击波	403
第十一章	试验资料的统计和数据处理	417
第一节	试验资料的数值运算	417
第二节	统计理论的一些基本知识	419
第三节	试验资料的精度与审定	426
第四节	经验公式	432
第五节	图算法	442
第六节	相关分析	454
第七节	谱分析方法及其应用	455
第十二章	数学模型简介	470
第一节	自由表面重力流数学模型	470
第二节	明渠不恒定流数学模型	488
附 录	国内外水工试验研究单位简介	503
后 记	积极提高水工模型试验质量, 为社会主义建设服务	518

第一章 水工模型试验概述*

第一节 水工模型试验的意义

水流运动是一种非常复杂的自然现象，对各种作用力存在的情况和它们发展的规律，至今还没能很好的掌握。设计水利工程时通常不是用数学分析的方法，就是应用经验公式。这两种方法都有一定的局限性。比如为了解决数学分析的困难，在推导理论方程之前需加上各种假设进行简化；在方程求解过程中，对高次项往往加以省略。因此，根据理论公式设计后，还要经过水工试验的验证再付诸实施，以保证工程的安全。其次，应用经验公式虽较可靠，但其系数有一定的使用条件和范围，不能任意推广应用。事实上天然河道中水工建筑物的边界条件各不相同，且非常复杂，须经过水工模型试验的分析研究，方可切合实际，还可进一步提高理论，指导实践。因此，可以说水工模型试验是流体力学理论和实际水利工程中间的媒介，一直受到工程界的重视。

第二节 相似现象

在各种物质体系中，存在着各种不同的物理变化过程。通常所说的物理现象相似，就是指物理体系的形态或其变化过程的相似。

在两个几何相似的体系中，存在着具有同一物理性质的变化过程，而且在两个体系中的相应点上同各物理量之间，具有固定的比值，这两个体系叫做同类相似或简称“相似”。换言之，将某一给定现象的各物理量，乘以相应的一定倍数，即可得到与它相似的另一现象。水工建筑物和水工模型，都属于此类。

但如果两个体系的物理性质不同，却遵循着相同的数学规律，通过对一种现象的研究，去了解与其变化规律相同而物理性质不同的另一现象，这就叫做异类相似，或简称为“拟似”。如渗流场同电场、流体扩散同热传导等，都有着广义的拟似性质。

本书所讨论的对象，以前者为主，也涉及后者的内容。

第三节 水工模型试验的基本任务

水工模型试验就是仿照原体实物，按照相似的准则，缩制成模型，根据其所受的主要作用力，进行试验研究。如想了解原体的实际现象和性质，或检查其水力安全性，就可使模型重演与原体相似的自然情况，进行观测，取得数据，然后按照一定的相似准则引伸于

* 编写者：姜国干。

原体,从而作出判断。这就是水工模型试验的基本任务。因此,运用水工模型试验的方法,不仅可以论证设计中水工建筑物的安全性和合理性,而且还可以预见原体可能发生的现象。同时,对设计时所依据的理论和技術前提进行验证,从而获得学理上的进步。

第四节 发 展 简 史

关于相似现象的学说,早在1686年在牛顿(I.Newton)的著作中已有阐述。但直到1848年,别尔特兰(J.Bertrand)才首先确定了相似现象的基本性质,并提出尺度分析的方法。1870年左右,佛汝德(W.Froude)进行船舶模型试验,提出了著名的佛汝德数,奠定了重力相似律的基础。1885年雷诺(O.Reynold)第一个应用佛汝德数进行摩塞(Mersey)河模型试验,研究潮汐河口的水流现象。次年,费弄—哈哥特(Veron-Harcourt)又进行了莱因河口模型试验。1898年恩格思(H.Engels)在德国首创河工实验室,从事天然河流的模型试验。不久,费礼门(J.R.Freeman)创设美国标准局水工实验室,从事水工建筑物的模型试验。此后,欧美各国水工试验室的兴建蔚然成风。

在学理研究方面,普朗德(L.Prandtl)、泰勒(G.I.Taylor)和卡门(T.V.Karman)等人均有很大的成就,尤以紊流及边界层的研究著称。此外,爱斯纳(F.Eisner)、巴甫洛夫斯基(Н.Н.Павловский)、基尔皮契夫(М.В.Кирпичев)和尼古拉兹(Nikuradze)等人,在相似理论和实验技术方面都作出了贡献。

目前国外规模较大的著名水工试验室有:美国陆军工程兵团水道实验站(WES),苏联全苏水工科学研究所(ВНИИГ),法国夏都(Chatou)国家水力学试验室,荷兰台尔夫特(Delft)水力研究所以及印度中央水利水电研究站(CWPRS)等。这些试验室概况见本书附录。

我国举办水工试验,始于1933年天津第一水工试验所。随后,1935年在南京筹建中央水工实验所,即现在南京水利科学研究院的前身。建国以来,由于大规模水利水电建设的需要,水工试验机构得到很大的发展。1956年原水利部、电力工业部和中国科学院在北京成立了水利水电科学研究院,成为全国水利科学研究的中心。其余规模较大的水工试验机构有:西北水利科学研究所、黄河水利科学研究所、长江水利水电科学研究院等。此外,水利电力部所属各工程局(或勘测设计院),以及高等院校水利系均设有水工试验室,并具有一定的规模。目前,全国水工试验室总数已达50余个(包括各省、市、自治区属水工试验室)。

第五节 水 工 模 型 分 类

由于试验研究任务的不同,采用不同类型的模型,以满足不同的要求。当研究河道中水利枢纽工程的总体布置时,就需要将所研究的河段和水工建筑物,按一定的比例缩制成模型进行实验,这就叫做整体模型。至于二元问题,如确定溢流坝面的压力分布,水流情况和冲刷消能等,一般截取一段制成模型,安装在玻璃水槽中进行观测,称为断面模型。

还有一些水工建筑物两边对称，水流情况也对称，可以研究一边来代替整体，这时可采用半整体模型。

进行一般试验时，只要将原体的三个尺度按照同一比例缩制，这种模型叫做正态模型。但有时因受各种条件的限制，如粗糙度或水流流态等与原体不相似时，就采用竖直和水平方向长度缩尺不同的模型，即变态模型。河工模型经常采用这种类型。

若在模型中只观测泄流能力或水流流态，可将模型做成固定河床，称为定床模型。若研究水工建筑物下游局部冲刷或河床演变，需将模型做成活动河床，称为动床模型。

按照试验研究任务和性质来分，有水工建筑物、河道、热扩散、排污口、溃坝、滑坡、泥石流、潮汐、泥沙及波浪等类模型。

除以上属于水工模型外，还有地下水渗流模型。最先采用砂槽模型，所用模型介质与原体相同。但制模工作量较大，有时测量困难，难于掌握某些物理现象的演变过程，甚至还会歪曲所研究的现象。之后，提出了模拟方法。基于相同的数学方程，用其它介质所产生的物理现象，来模拟所要研究的水力现象。经常采用的有粘滞流模型、水力网模型和电模型（导电液和电网络）等。

此外，还有用空气作为介质来研究水利工程枢纽布置和河床演变的趋势，称为气流模型试验。其成果可供规划比较方案之用。

第六节 试 验 资 料

设计和制造模型，需有足够的地形测量资料及水工建筑物设计详图。进行试验时，需有充分的水文、地质资料和设计任务书。水文地质资料主要包括水位流量关系曲线，河床糙率，水面比降，悬移质、推移质及河床底砂颗粒曲线，河床岩层分布，节理发育破裂情况以及抗冲流速。地形测量范围应包括水工建筑物上游趋近水流范围，下游需考虑尾水的影响长度。一般采用地形图的比例尺为 $1:500 \sim 1:5000$ ，视模型范围及其比尺大小而定。水工建筑物模型，河床断面间距约 $15\text{m} \sim 25\text{m}$ ，河工模型的河床断面间距可以增大些。测量纵断面时，需测定左、右两岸水边线，必要时还要挑选一整齐河段测取同一时间的水边线，作为校正模型糙率之用。至于水工建筑物设计图，须包括平面、前视、横剖面、纵剖面及各个部件的详图。

第七节 试 验 仪 器 设 备

现代水工试验室除供水系统、标准量水池、玻璃水槽、减压箱、循环水洞等基本固定设备外，适用的量测仪器尤属重要。因为它直接关系到试验结果的准确和可靠。

量测仪器可分为常规仪器和电子仪器两大类。前者常用的有测针、测压管，毕托管和文丘里水计等，用以测量模型水位、压力、流速和流量等水力要素；后者则根据具体观测对象，设计制成各种专用仪器，进行自动和遥控测读。实践证明，这两类仪器可互补长短，都很重要。

应该指出,自六十年代以来,随着激光和电子计算机技术的迅速发展,激光流速仪等新型测试仪器及以计算机为中心的数据采集、处理和控制系统,已逐步应用于水工试验,极大地丰富了试验研究的内容。过去认为无法研究的问题,现在成为可能。因此,水工模型试验的重要性,由于量测仪器的进步和新技术的应用,更为人们所重视。

第八节 试验的进行

首先,根据设计单位提出的试验研究任务和要求,考虑试验室内场地位置,可提供的水量,试验时间及经费等条件,再考虑保证模型相似的几个界限。通过系列的计算比较,就可确定模型比尺。然后,根据地形图和水工建筑物的设计图,分别选用适当的模型材料,精工制作模型。制模过程中应随时检测尺寸,保证其应有的精度。然后选定基准点控制模型高程,定立中线或导线,控制模型方向。模型安装完毕,须进行全面的校核测量,然后才能试行放水,检验模型的运行工况。如有问题应及时补救。待修补完工,即可进行与试验有关的率定工作,即预备试验和校正试验。一般生产性的工程试验是进行原布置试验,观测原设计是否正确、安全,存在哪些主要问题,然后进行各种修改比较试验,从而选定最优方案,进行终结试验,观测较全面的试验资料,提出试验报告。在试验过程中,需与设计单位保持密切的联系,共同商定最优方案,特别是掌握时间,及时提出建议和报告,尤为重要。至于专题研究,一般也可分为几个阶段。首先是摸清本专题的国内、外水平,掌握有关主要参考文献。然后制定研究大纲,论证开题的必要性和可能性及本课题在生产上和学术上的价值。同时提出所需要的设备仪器和人员。当条件具备时,即可进行系统的试验研究。最后是分析资料,补测资料,寻求其内在规律,提出研究报告。

第九节 水力学原体观测

水利工程竣工以后,进行原体观测是对工程质量进行全面检查和鉴定的有效方法,是制定一系列较合理的管理制度的重要依据,同时也是验证室内试验研究成果的重要手段,对提高模型试验的质量起着重要作用。另外,由于试验室条件的限制,如掺气、振动等高速水流问题,尚难在室内取得定量的结果,只有在原体上进行观测研究,才能切合实际。一般水力学原体观测项目包括流速、流量、压力、水面线、冲刷、淤积、波浪、掺气、振动和气蚀等。原体观测需要较大的人力、物力,在正常运转的工程中不易取得充分的试验观测条件,往往不能得到完备、系统的资料。虽然如此,模型试验与原体观测是相辅相成、互为补充的。因此,全面地讲,水工试验研究的内容应包括分析计算、室内试验和原体观测三部分。鉴于《泄水建筑物水力学原型观测》一书将另行出版,故原体观测不拟写入本书。

第十节 试验研究的范围

水工模型试验所解决的生产问题包括枢纽的合理布置,水工建筑物的流量系数,水流

作用于建筑物上的压力及脉动荷载，上、下游水流的衔接，消能工的作用，建筑物下游的局部冲刷，包括岸坡保护在内的防冲措施等。船闸模型试验项目包括输水管道流量系数，灌泄水时间，闸室水流情况及其对船舶的作用力，引航道的水流冲淤情况等。鱼道模型试验的主要内容为在枢纽中的合理布置和鱼道内隔板布置形式等。水电站水力学模型试验主要研究调压井水力特性，水击压力，水轮机组性能，水电站及引水渠不稳定流，沉砂池的工况等。火电、核电站冷却水研究的内容是紊动混掺、扩散稀释和热传递规律等。港口河道研究的内容是治河工程对防洪、通航的影响，河道冲淤变化规律，以及研究防波堤消浪、防浪作用，波浪对港工建筑物的作用力以及港口、河口减淤防淤措施等。专题研究包括水利枢纽合理布置，施工导流截流，水工建筑物消能冲刷，泄洪洞水力学，紊流边界层，空化与空蚀，水流脉动与振动，明渠不稳定流，地下水渗流及环境流体力学等方面。

上述某些试验项目和专题研究，现在可借助于数学模型求解，对于有些复杂边界的三元水流问题，目前正在研究用数学模型计算。因此，可以认为，将水工模型试验（物理模型）与数学模型计算紧密结合、互相补充是当前的重要研究途径。

第二章 尺度分析*

十八世纪对流动问题,有两种不同的研究方向:一种建立在古典力学的理论上,着重研究流体运动基本方程的数学求解,是为古典流体力学;另一种则是建立在试验的基础上,针对具体水流现象研究解决实际问题,是为试验水力学。两者各有其局限性,很有使它们相互靠拢、渗透的必要。19世纪末,出现了一些重要发展,给理论与实际并重而且密切结合的近代流体力学打下了基础。这些发展是:①边界层理论;②层流、紊流理论和试验;③尺度分析法;④流体模型试验。其中模型试验的理论基础——相似性理论,又可由尺度分析求得,可见尺度分析法在研究流体运动的历史发展中占有的地位。1899年雷列(Rayleigh)首先运用尺度和谐原理,研究温度对氩气粘滞性的影响。1914年,布金汉(Buckingham)导得尺度分析更一般的定理,即著名的 π 定理。

尺度分析法不仅能帮助人们认识物理现象的内在规律,帮助探求模型相似准则,而且可用来校核公式、兑换单位、指导组织试验、减少分析试验资料的变量数目。对从事科研工作的人员来说,具备清晰明确的尺度和谐概念正象应具备清晰明确的精度和谐概念一样,是十分必要的。

第一节 尺度与单位

一、尺度

自然界各种物质的物理性质可以各种物理量表示。如一块金属的物理性质,可用长度、密度、厚度、温度、导电度等物理量来体现。“尺度”也可称为“量纲”、“因次”(英、法、德语中为 $Dimension$),便是用来表示物理量的种类,可以简单的字母定义。表示尺度的符号是 $[]$,如长度的尺度是 $[L]$,密度的尺度是 $[\rho]$ 。

尺度可分为两种:凡不能用其他尺度替代的尺度叫“基本尺度”。在机械力学系统中,基本尺度一般是 $[L]$ 、 $[M]$ (质量)、 $[T]$ (时间),或 $[L]$ 、 $[F]$ (力)、 $[T]$ 。以上两种基本尺度都是三个性质完全不同的独立尺度,其中任何一个尺度不能用另两个表示。对考虑对象包括有热量流动不计热能与机械能的互换时,在基本尺度中还要加上 $[\theta]$ (温度)和 $[H]$ (热量)(如考虑热工当量关系,温度和热量只有一个是基本尺度)。相应于基本尺度的物理量为基本物理量。

另一种尺度叫“导出尺度”,它是“导出物理量”的尺度。基本尺度确定后,导出尺度便可用基本尺度来表示。

导出物理量可通过人为的定义或物理定律推导而得,最终可化为基本物理量的幂次式

* 编写者:陈惠泉。

乘积。如速度，定义为单位时间的位移或移动长度，即 $V = ds/dt$ ，据此定义，得速度的导出尺度为 $[V] = [L]/[T] = [LT^{-1}]$ 。又如运动粘滞性 ν ，根据牛顿层流粘性定律，定义为

$$\nu = \frac{\tau}{\rho \frac{dV}{dy}}$$

由此定律出发，得出 ν 的导出尺度 $[\nu] = [\tau][L]/[\rho][V]$ 。因 τ 为剪应力，即单位面积上的力；而由牛顿定律， $F = ma$ ，加速度 a 的定义为单位时间的速度变化， ρ 定义为单位体积的质量，据此得出

$$\begin{aligned} [\tau] &= \frac{[F]}{[A]} = \frac{[M][a]}{[L^2]} = \frac{[M] \left[\frac{L}{T} \right] \left[\frac{1}{T} \right]}{[L^2]} = [ML^{-1}T^{-2}] \\ [\rho] &= \frac{[M]}{[L^3]} = [ML^{-3}] \\ [v] &= [LT^{-1}] \\ [\nu] &= \frac{[ML^{-1}T^{-2}L]}{[ML^{-3}LT^{-1}]} = [L^2T^{-1}] \end{aligned}$$

两个相同物理量的比值或导出尺度为零的物理量，称之为“无尺度物理量”或“无尺度量”。如坡度、比重、雷诺数 (Reynolds Number)，其尺度表达式为 $[M^0L^0T^0]$ 。

与流体力学有关的一些常见物理量尺度见表2-1。

二、单位

物理量或尺度只反映了物质的物理性质，不能体现出量的概念。

人们用这样的办法来反映数量：在同一物理量中，规定某一固定量为基值或标准量，用这个基值来量度该物理量，量度取得的此基值的倍数便是“数”，而此基值则定义为该物理量的“单位”。用“数”和“单位”，便可充分表达出该物理量的数量概念。

例如定义一种标准长度叫“米”，量度某桌子的长度是1.5倍这样的“米”，得“1.5米”。根据“米”的长度概念（“米”的定义）和1.5的倍数概念，便反映了这桌子的长度物理量。

由于量度某一物理量的基值可预先选定，从原则上讲，一个物理量可以有任意种单位；仅仅是为了交换概念和信息上的方便，才人为地制定有限的几个普遍性的通用单位，如规定1秒为平均太阳日的86400分之一等。

由此可见，物理量是客观存在的，单位是人为制定用来量度物理量的。选用的单位仅是用来反映数量的表达形式。“尺度”与“单位”的关系便是内容与形式的关系。

相应于基本尺度和导出尺度，有基本单位和导出单位。如对应于基本尺度 $[L]$ 有基本单位 m 、 cm 等。

三、单位变换

既然单位是人为规定的，量度某一物理量的数量时，“数”必将随采用单位的不同而不同。于是提出了这样一个问题：同一物理量，采用第一种单位量度出来的数与采用第二种单位量度出来的数之间有何关系？即采用的单位变了，“数”应如何相应改变？

$$\text{如曼宁 (Manning) 流速公式: } v = \frac{1}{n} R^{\frac{2}{3}} S^{\frac{1}{2}}$$

表 2-1

常见物理量尺度表

物 理 量	定 义	尺 度	备 注	
几何物理量	长 度 l	基本物理量	$[L]$	宽度、深度 比 降
	面 积 A	长度 $\times$ 长度	$[L^2]$	
	体 积 V	长度 $\times$ 长度 $\times$ 长度	$[L^3]$	
	坡 度 J	单位长度的长度变化	$[L^0]$	
运动学物理量	时 间 t	基本物理量	$[T]$	重力加速度 g 如基本物理量采用 F, L, T
	流 速 v	单位时间位移	$[LT^{-1}]$	
	加速度 a	单位时间速度变化	$[LT^{-2}]$	
	流 量 Q	单位时间通过的体积	$[L^3 T^{-1}]$	
	单宽流量 q	单位宽度的流量	$[L^2 T^{-1}]$	
动力学物理量	质 量 m	基本物理量	$[M]$	$[FL^{-1}T^2]$
	力 F	$F = ma$	$[MLT^{-2}]$	$[F]$
	密 度 ρ	单位体积质量	$[ML^{-3}]$	$[FL^{-4}T^2]$
	重度(么重) γ	单位体积重量	$[ML^{-2}T^{-2}]$	$[FL^{-3}]$
	动力粘滞系数 μ	$\tau = \mu \frac{dV}{dy}$	$[M^{-1}T^{-1}]$	$[FL^{-1}T]$
	运动粘滞系数 ν	$\nu = \mu/\rho$	$[L^2 T^{-1}]$	$[L^2 T^{-1}]$
	压 强 p	单位面积压力	$[MLT^{-2}]$	$[FL^{-2}]$
	剪应力 τ	单位面积剪力	$[MLT^{-2}]$	$[FL^{-2}]$
	表面张力系数 σ	单位长度的表面张力	$[MT^{-2}]$	$[FL^{-1}]$
	弹性模量 E	单位面积弹性力	$[MLT^{-2}]$	$[FL^{-2}]$
	动 量 M	质量 $\times$ 速度	$[MLT^{-1}]$	$[FT]$
	功、能 W	力 $\times$ 距离	$[ML^2 T^{-2}]$	$[FL]$
	功 率 P	单位时间的功	$[ML^2 T^{-3}]$	$[FLT^{-1}]$
热力学物理量	温 度 T	基本物理量	$[\theta]$	
	热 量 H	基本物理量	$[H]$	
	热流量 Q	单位时间流过的热量	$[T^{-1}H]$	
	比 热 G	单位质量升高 1°C 的热量	$[M^{-1}\theta^{-1}H]$	
	导热系数 k	$dQ = -k \frac{\partial T}{\partial n} dA$	$[L^{-1}T^{-1}\theta^{-1}H]$	
	散热系数 K	$dQ = K \Delta T dA$	$[L^{-1}T^{-1}\theta^{-1}H]$	
	导温系数 a	$a = k/\rho c$	$[L^2 T^{-1}]$	

R 为水力半径, 单位用 m ; v 为流速, 单位用 m/s ; S 及 n 为能坡及糙率系数。

如 R 改用 cm , v 改用 cm/s , 则不能简单套用上式。公式中的系数应按一定的要求作相应的改变。

设相应于基本尺度 $[M][L][T]$ 第一种单位系统的基本单位为 g_1, g_2, g_3 , 第二种单位系统的基本单位为 g'_1, g'_2, g'_3 , 两种基本单位间的兑换关系为

$$\left. \begin{aligned} g_1 &= \alpha g'_1 \\ g_2 &= \beta g'_2 \\ g_3 &= \gamma g'_3 \end{aligned} \right\} \quad (2-1)$$

式中 α, β, γ ——各基本单位间的兑换系数。

设有某物理量 $[M^a L^b T^c]$, 用第一种单位系统量度, 其数量为 X ; 用第二种单位系

统量度，其数量为 X' 。

由于量度对象的量是客观存在，不随选用单位不同而改变，因此必然有

$$X(g_1^a g_2^b g_3^c) = X'(g_1'^a g_2'^b g_3'^c) \quad (2-2)$$

以式(2-1)代入得

$$\begin{aligned} X' &= X(\alpha^a \beta^b \gamma^c) = XK \\ K &= \alpha^a \beta^b \gamma^c \end{aligned} \quad (2-3)$$

式中 K ——导出物理量 $[M^a L^b T^c]$ 的单位兑换系数。

式(2-3)为单位兑换的基本公式，亦即某物理量 $[M^a L^b T^c]$ ，当 M 、 L 、 T 之单位相应增减 α 、 β 、 γ 倍时，其量度的数要相应改变为原数的 $\alpha^a \beta^b \gamma^c$ 倍。

前述曼宁公式，如认为 n 值不随选用单位而变，即假定 n 为无尺度量，则公式的系数1并不是无尺度的纯数，其尺度为 $[L^{1/3} T^{-1}]$ ，当 R 改用 cm ， v 改用 cm/s 时，公式应改为

$$v = \frac{1(100)^{1/3}}{n} R^{2/3} S^{1/2} = \frac{4.642}{n} R^{2/3} S^{1/2}$$

第二节 物理过程方程式的尺度和谐和齐次性质

一、物理公式

在有了反映物理量性质和数量的“尺度”及“单位”和“数”的基础上，为进一步了解各物理量之间的关系，描绘客观世界的运动现象，往往建立物理量之间的“方程式”或“公式”，用它表示各物理量尺度、单位及数与数之间的关系。

公式 $v = \sqrt{2 \times gh}$ ，描述了自由落体的运动规律，在 $h\text{m}$ 高处自由下落一物体，受地引加速度的作用，下落 h 后的速度为 $\sqrt{2 \times 9.8 h} \text{m/s}$ 。

物理过程的一般公式，可写成

$$f(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n) = 0$$

式中所包含的变量数和类别在问题未解出之前是假定的。 $x_1, x_2, \dots, x_n$ 代表各种物理量，其中可能有些是变数，有些是常数。 f 为未定函数，它并不是任何形式的数学函数关系式，而是必须受某种条件约制的函数。这个条件便是公式必须是“完整”的。

二、完整的物理公式

物理公式如能反映客观运动规律，它必有一个先决条件，此先决条件基于以下概念：既然运动规律是客观存在，而描绘运动规律的各物理量所采用的单位是主观决定的，那么人为选定单位显然不应影响客观存在的运动规律，即公式的形式不随单位的改变而改变。

这个条件规定了某物理公式各个物理量之间的尺度关系，满足这种尺度关系要求的叫“尺度和谐”，其相应的公式称为“完整的”物理公式。

三、尺度和谐与齐次性

设有完整的物理公式

$$y = f(x_1, x_2, \dots, x_n) \quad (2-4)$$

此公式各物理量的尺度为

$$\begin{aligned}[y] &= [M^a L^b T^c] \\ [x_i] &= [M^{a_i} L^{b_i} T^{c_i}] \quad (i=1, 2, \dots, n)\end{aligned}\quad (2-5)$$

如将基本单位 g_1, g_2, g_3 改用 g'_1, g'_2, g'_3 , 则相应的公式变成

$$y' = f'(x'_1, x'_2, \dots, x'_n) \quad (2-6)$$

由式 (2-3), 已知

$$\left. \begin{aligned} y' &= yK & x'_i &= x_i K_i \\ K &= \alpha^a \beta^b \gamma^c & K_i &= \alpha^{a_i} \beta^{b_i} \gamma^{c_i} \end{aligned} \right\} \quad (2-7)$$

代入式 (2-6) 得

$$y' = f'(K_1 x_1, K_2 x_2, \dots, K_n x_n) \quad (2-8)$$

由于完整物理公式的形式不随采用单位的改变而改变, 则

$$f' = f \quad (2-9)$$

$$y' = yK = Kf(x_1, x_2, \dots, x_n)$$

代入式 (2-8), 得

$$Kf(x_1, x_2, \dots, x_n) = f(K_1 x_1, K_2 x_2, \dots, K_n x_n) \quad (2-10)$$

此即尺度和谐的条件式。由此说明, 如将原函数式 (2-4) 右边的各独立变量乘以相应的单位兑换系数 K , 则可得出 y 的单位兑换系数对原函数的乘积。这种性质就是尺度分析的齐次性, 具有齐次性的方程式称为齐次方程式。

特例 1

$f(x_1, x_2, \dots, x_n) = c_1 x_1 + c_2 x_2 + \dots + c_n x_n$ (c 为常数) 则式 (2-10) 变为

$$K(c_1 x_1 + c_2 x_2 + \dots + c_n x_n) = K_1 c_1 x_1 + K_2 c_2 x_2 + \dots + K_n c_n x_n \quad (2-11)$$

即要求 $K = K_1 = K_2 = \dots = K_n$

因 $K = \alpha^a \beta^b \gamma^c$, $K_i = \alpha^{a_i} \beta^{b_i} \gamma^{c_i}$ 。故式 (2-11) 要求

$$\left. \begin{aligned} a &= a_i \\ b &= b_i \\ c &= c_i \end{aligned} \right\} \quad (2-12)$$

式 (2-12) 意味着公式中相加、减的各物理量要求具有同一的尺度。

特例 2

$$f(x_1, x_2, \dots, x_n) = \text{const} \cdot x_1^{k_1} x_2^{k_2} \dots x_n^{k_n}$$

式 (2-10) 变为

$$\begin{aligned} K x_1^{k_1} x_2^{k_2} \dots x_n^{k_n} &= (K_1^{k_1} x_1^{k_1}) (K_2^{k_2} x_2^{k_2}) \dots (K_n^{k_n} x_n^{k_n}) \\ &= (K_1^{k_1} K_2^{k_2} \dots K_n^{k_n}) x_1^{k_1} x_2^{k_2} \dots x_n^{k_n} \end{aligned}$$

即

$$K = K_1^{k_1} K_2^{k_2} \dots K_n^{k_n} \quad (2-13)$$

或 $\alpha^a \beta^b \gamma^c = (\alpha^{a_1} \beta^{b_1} \gamma^{c_1})^{k_1} (\alpha^{a_2} \beta^{b_2} \gamma^{c_2})^{k_2} \dots (\alpha^{a_n} \beta^{b_n} \gamma^{c_n})^{k_n}$, 亦即要求

$$\left. \begin{aligned} M: & a_1 k_1 + a_2 k_2 + \dots + a_n k_n = a \\ L: & b_1 k_1 + b_2 k_2 + \dots + b_n k_n = b \\ T: & c_1 k_1 + c_2 k_2 + \dots + c_n k_n = c \end{aligned} \right\} \quad (2-14)$$