

电路分析

李于凡 王定中 主编

华南理工大学出版社

电 路 分 析

李于凡 王定中 主编

华南理工大学出版社

• 广州 •

内 容 简 介

本书是根据原国家教育委员会高等教育司关于高等学校电工类及电子信息类本科专业的电路课程教学基本要求(1995年修订)而编写的。

全书共13章,主要内容是线性电路分析。先以电阻电路介绍一般分析方法,接着是动态电路的时域分析、频域分析和复频域分析。利用卷积积分、傅里叶级数和傅里叶积分、拉普拉斯变换处理各种信号。讨论了在直流信号、正弦信号、非正弦周期信号、非周期信号激励下的各种电路分析方法,还有线性非时变电路的冲激响应和频率特性以及网络函数。最后一章简述了非线性电路。

本书可作为高等学校电工及电子信息有关专业电路分析课的教材,也可供有关师生及科技人员参考。

图书在版编目(CIP)数据

电路分析/李于凡,王定中主编. —广州:华南理工大学出版社,2000.8
ISBN 7-5623-1418-7

I. 电…

II. ①李…②王…

III. 电路分析—电路理论

IV. TM133

华南理工大学出版社出版发行

(广州五山 邮编 510640)

责任编辑:傅穗文

各地新华书店经销

中山市新华印刷厂印装

*

2000年8月第1版 2000年8月第1次印刷

开本:787×1092 1/16 印张:27.25 字数:654千

印数:1—5000册

定价:42.00元

前 言

电路分析作为电学工程学生的入门课程,已有多种同类教材。正当跨入 21 世纪之际,按照教育改革对教材提出的新要求,我们在多年的教学基础上,重新编写了这本书。

第 1 章作为全书的基础,讨论了电路的 $2b$ 个基本方程。以自然界最基本的能量守恒定律对基尔霍夫定律作了说明。为此改变了惯例,提前介绍了拓扑图论的基本知识。通过 $2b$ 个基本方程对电路的描述,把电路看作是支路按拓扑条件组成的功率平衡系统。

许多电路定理是用来作电路变换的,根据其功用把它们收集在第 2 章的电路等效变换中。等效的含义在于电路方程的数学抽象变换和电路图直观变换的对应关系,尤其是电路端口伏安特性在变换前后的一致。

节点电压分析法和回路电流分析法分别在第 3 章和第 4 章讨论。把 $2b$ 个基本方程归结为 $(n-1)$ 个节点电压方程,或 $b-(n-1)$ 个网孔电流方程。电路方程用矩阵形式完整地表示,并以克莱姆法则进行求解。这是考虑到学生已经具备了数学基础,可为日后用计算机分析电路作准备。由于这两种基本分析方法的对偶性明显,因此在结束时介绍了平面电路的拓扑对偶和支路对偶。

此后转入电路的动态分析。动态是指电路中储能元件的能量存入与放出处于变动过程。对动态电路可用时域分析、频域分析和复频域分析。

时域分析在第 5 章和第 6 章讨论。在 $2b$ 个基本方程的基础上,或通过节点电压方程和回路电流方程,建立电路单变量的一阶或二阶时域微分方程,并以经典方法求解。还介绍了状态变量方程,以及时域的卷积方法。以往有的教材对时域电路的开关设置引起一些概念的含糊。例如,误将“直流一阶电路”和“直流二阶电路”作为标题就是由此而来。开关不是模型电路的支路,它只是使有关支路的元件具有时变参数。如直流电源加开关构成时变的阶跃电源,不可视作直流电源。直流电路无动态可言。本书严格区分时变电路与非时变电路。在考虑零状态电路的初始条件时,利用线性非时变系统的微积分性质,把 $t=0_-$ 、 0 、 0_+ 时的三个值合并为 $t=0$ 时一个值。

频域分析从第 7 章开始。先引入频域分析的基本信号 $e^{j\omega t}$,基于线性非时变电路的叠加原理,引出正弦信号的相量。频域分析还包括第 8 章功率和三相电路,第 9 章变压器和双口网络。一直到了第 10 章,才是非正弦信号激励下的电路频域分析。通过傅里叶变换,把绝对可积的信号用基本信号 $e^{j\omega t}$ 的加权积分来表示。它的加权系数 $F(j\omega)$,即傅里叶变换,分析电路时的功用与单频正弦的相量

相似。对于二阶电路的谐振频率,以其固有频率为定义,改变了以往用输入电流电压同相频率为定义或不止一个定义的状况。

在第12章讨论复频域分析时,解释了复频率之后,通过拉普拉斯变换,用基本信号 e^{st} 的加权积分来表示任何信号。它的加权系数 $F(s)$,即拉普拉斯变换,分析电路时的功用也有如相量。概念的清晰有利于驱除生疏感。在这一章,我们没有回避复变函数的留数概念,还特别引入了留数之和定理。

互易定理和泰勒根定理在以往的教材中有提到,只是显得枯燥无味。伴随电路分析法是现代计算机辅助分析电路的一个基本方法。把这些内容收集在第11章,作了有声有色的讨论,并涉及到近年故障分析问题。究竟这些内容是否全部都应该在电路分析课中讲授,由教师来掌握。

最后一章的非线性电路分析,主要通过几何作图来建立非线性分析的概念。静态分析比较详细。本书很难包容通过求解非线性微分方程的动态分析。这一章放在最后,许多问题容易处理,线性电路的叠加原理就是一例。

在处理以上内容时,我们还考虑到以下几个问题。

首先,电路分析作为入门课,非常重要的一项是使学生掌握各种电路方程的建立和求解。在第1章以 b 个支路方程和 b 个拓扑方程组成电路基本方程。其后,拓扑方程不变,支路方程却不断增加新的内容。基于 $2b$ 个基本方程而导出的、用作静态分析和动态分析(包括时域、频域和复频域)的节点电压方程和回路电流方程均表示为矩阵形式,前后出现达50次之多。在时域建立一阶、二阶微分方程,共用了20多个不同的电路。务必使读者在建立电路方程这一环节受到充分的训练。

其次,对信号有足够的重视。时域、频域和复频域分析的根本区别在于激励信号的表示方式不同。明确指出时域分析的基本信号是 $\delta(t)$,频域分析的基本信号是 $e^{j\omega t}$,复频域分析的基本信号是 e^{st} 。卷积、傅里叶变换、拉普拉斯变换在信号分析中具有同等的地位。还指出信号的图解描述形式有时域的波形、频域的频谱、复频域的零极点图。

第三,注意系统概念。本书内容着重在线性非时变电路。在开始讨论动态电路时,指出一阶电路微分方程的系数 τ 和二阶电路微分方程的系数 α 、 ω_n 不随时间而变,是电路非时变的含义。此后多处应用线性非时变系统的性质,如正弦稳态分析引入相量时应用了叠加原理,求解初始条件有突变的微分方程时引用其微积分性质。指出时域冲激响应 $h(t)$ 、频域的频率特性 $H(j\omega)$ 和复频域传输函数 $H(s)$ 是线性非时变系统特性的不同描述形式。本书没有继承以往教材使用的“换路”一词,它模糊了时变与非时变电路的界限。在时域分别求解零状态响应和零输入响应,不完全是应用叠加原理作简化分析,还因为线性电路看作单输入单输出系统时,只在零状态时才具有可加性、齐次性和微分性、积分性。

$h(t)$ 、 $H(j\omega)$ 和 $H(s)$ 都是在零状态下定义的。加强上述一类关于线性非时变系统的概念,是符合现时要求的。

参加本书编写的有王定中(第 1、2、3、4 章),林继尧(第 5、6、12、13 章),梁振权(第 7、8 章),江勋兰(第 9、10 章),李于凡(第 11 章)。林继尧总编了全部习题。

欢迎对本书提出批评。如赐宝贵意见,或任课教师需要习题详解作参考,请与林继尧联络。地址:广州,华南理工大学电子与信息学院。邮编:510640。电话:020—87114554。

编 者

1999 年 10 月



1 电路基本方程	1	4.4 回路电流分析	98
1.1 电阻支路电流电压约束方程.....	1	4.5 对偶电路.....	101
1.2 电源支路电流电压约束方程.....	3	4.6 本章小结.....	104
1.3 b 条支路电流电压约束方程.....	4	习题 4	105
1.4 电路的拓扑图.....	5	5 一阶动态电路的时域分析	107
1.5 $(n-1)$ 个 KCL 方程	7	5.1 斜坡函数和阶跃函数以及冲激函数	107
1.6 $b-(n-1)$ 个 KVL 方程	11	5.2 电感支路的电流电压约束方程.....	111
1.7 $2b$ 条基本方程.....	13	5.3 电容支路的电流电压约束方程.....	114
1.8 受控电源支路电流电压约束方程	16	5.4 电路的一阶微分方程.....	116
1.9 本章小结	19	5.5 一阶电路的零输入响应.....	124
习题 1	20	5.6 一阶电路的零状态响应.....	128
2 电路的等效变换与简化	24	5.7 一阶微分方程的初始条件.....	133
2.1 替代定理与电路撕裂	24	5.8 自由响应与强制响应.....	138
2.2 单口电阻网络	26	5.9 一阶电路的阶跃响应和冲激响应.....	144
2.3 双口电阻网络	29	5.10 本章小结	148
2.4 电源等效变换	34	习题 5	149
2.5 戴维南等效电路及诺顿等效电路	36	6 二阶动态电路的时域分析	154
2.6 最大功率传输	42	6.1 电路的二阶微分方程.....	154
2.7 受控电源的等效变换	44	6.2 零输入响应——过阻尼情况.....	157
2.8 线性电路的叠加原理	47	6.3 零输入响应——临界阻尼情况.....	162
2.9 本章小结	50	6.4 零输入响应——欠阻尼情况.....	164
习题 2	51	6.5 无阻尼自由振荡.....	166
3 节点电压分析法	58	6.6 阶跃响应.....	167
3.1 节点电压变量与支路电压变量	58	6.7 冲激响应.....	172
3.2 建立节点电压方程的基本方法	59	6.8 完全响应.....	177
3.3 受控电流源电路的节点电压分析	62	6.9 对任何信号的响应——卷积积分.....	180
3.4 电路参考节点的更换	64	6.10 状态变量分析	185
3.5 电压源电路的节点电压分析	69	6.11 本章小结	192
3.6 改良节点电压分析法	71	习题 6	194
3.7 运算放大器电路的节点电压分析	76	7 正弦稳态电路的频域分析	197
3.8 割集电压分析法	80	7.1 正弦信号.....	197
3.9 本章小结	83	7.2 正弦信号的相量.....	200
习题 3	84	7.3 电路的相量方程.....	203
4 回路电流分析法	89	7.4 阻抗与导纳.....	209
4.1 网孔电流方程	89	7.5 戴维南与诺顿等效电路.....	212
4.2 受控电压源电路的网孔电流分析	93	7.6 频域节点电压分析.....	214
4.3 电流源电路的网孔电流分析	96		

7.7 频域回路电流分析.....	218	11.1 特勒根定理	324
7.8 本章小结.....	223	11.2 无源电路的互易性	326
习题 7	224	11.3 交叉互易电路	328
8 功率与三相电路	231	11.4 伴随电路	330
8.1 平均功率.....	231	11.5 伴随电路分析法	332
8.2 最大功率传输.....	233	11.6 偏差分析	336
8.3 复功率.....	236	11.7 多重偏差分析	339
8.4 功率因数.....	238	11.8 故障分析	346
8.5 三相电源.....	240	11.9 本章小结	351
8.6 对称三相电路.....	241	习题 11	352
8.7 不对称三相电路.....	245	12 复频域分析	357
8.8 功率测量.....	248	12.1 复频率	357
8.9 本章小结.....	250	12.2 拉普拉斯变换	359
习题 8	251	12.3 拉普拉斯变换的基本性质	360
9 变压器与双口网络	255	12.4 微分方程的复频域求解	366
9.1 耦合电感的支路约束方程.....	255	12.5 拉普拉斯反变换	369
9.2 空心变压器电路分析.....	258	12.6 电路的复频域分析	375
9.3 理想变压器支路约束方程.....	261	12.7 传输函数	379
9.4 理想变压器电路分析.....	264	12.8 传输函数与冲激响应	382
9.5 双口网络及其导纳参数.....	266	12.9 传输函数与频率响应	385
9.6 双口网络的其他参数.....	269	12.10 本章小结.....	387
9.7 双口网络电路分析.....	272	习题 12	389
9.8 双口网络参数的转换.....	276	13 非线性电路分析	393
9.9 本章小结.....	280	13.1 非线性元件支路方程	393
习题 9	281	13.2 静态非线性电路的图解分析	396
10 非正弦电路的频域分析	288	13.3 电阻网络激励点特性和转移特性	398
10.1 周期信号的正弦分解	288	13.4 分段线性分析法	402
10.2 周期信号的离散频谱	293	13.5 交流小信号分析法	405
10.3 周期信号的指数函数分解	295	13.6 非线性电路微分方程	408
10.4 信号的傅里叶变换及连续频谱	300	13.7 非线性电路状态方程	410
10.5 一阶电路的频率响应特性	303	13.8 常见的非线性现象	412
10.6 二阶电路的频率响应特性	306	13.9 本章小结	414
10.7 谐振	308	习题 13	415
10.8 波特图	313	结语	417
10.9 本章小结	319	参考书目	419
习题 10	321	索引 Index	420
11 伴随电路分析法	324		

1

电路基本方程

电工设备和电子设备应用之广泛,已经人尽皆知,而且愈来愈复杂,愈来愈精巧。人们正在努力,要制造出和人一样聪明、比人更加能干的机电设备。所有这类设备的核心是其中的电路系统,由种类繁多的元件和器件组成,诸如电阻、电容器、电感线圈、晶体管、集成电路、电动机、开关、仪表、电声器件和光电器件等。电路系统完成电流电压的放大和波形变换以及功率输送,以实现信息传递以至模拟人类思维对事物进行识别、判断、记忆和操作。

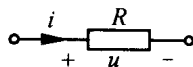
不论电路系统是复杂的还是简单的,总是以数学为工具才能对其作精确的分析。为此,电路系统中种类繁多的元件和器件都必须按其物理特性进行数学模型化,归结为若干基本的理想元件。例如,一个白炽灯泡可以用一个电阻为模型。一个干电池可以用一个电压源和一个电阻相串联的电路作为模型。一个晶体管,物理功能复杂,可以用若干个电阻、电感、电容和受控电源按一定方式联接成电路作为模型。

本书讨论的对象不是由商品元件和器件组成的电路系统,而是模型化之后由基本元件组成的模型电路。基本元件种类有限,主要是电阻、电感、电容、电源等。本书限于讨论集总元件的电路,假定元件导体的几何尺寸与工作波长相比可以忽略。

在这一章,讨论电阻和电源的理想模型(电容和电感留待后文讨论),进而根据其联接方式讨论电路的数学描述,即建立电路的基本方程。所谓电路分析,是在给定电路及其元件的条件下,分析电路的电压和电流,即建立以电流电压为未知变量的数学方程并进行求解。

1.1 电阻支路电流电压约束方程

一个电阻单独存在时,是一个元件。把它接到电路中便有电流流过并在其上产生电压,此时称为电阻支路。电阻支路的符号如图 1-1 所示。带有两根引线的 $3:10$ 矩形表示电阻元件,其上标以字母 R 。其中一根引线上标有箭头,并注有字母 i ,表示有一个电流 i 按箭头方向流经电阻。电阻两端标 $+$ 和 $-$ 符号以及其间的字母 u ,表示电阻两端有一个电压 u , $+$ 为正极, $-$ 为负极。



如图 1-1 所示,描述一条电阻支路要用到三个物理量,即电阻 R , 电流 i 和电压 u 。如何描述这三个物理量之间的关系,下面分三种情况来讨论。

1.1.1 线性电阻

电阻的电学特性可以用 $i-u$ 平面上的曲线来描述。线性电阻的 $i-u$ 特性曲线是通过原点的一条直线,如图 1-2 所示。 $i-u$ 特性也称为伏安特性。

线性电阻的电学特性也可以用数学解析式来描述。图 1-2 的直线可用方程表示为

$$i = \frac{1}{R}u \quad (1-1)$$

式中, $\frac{1}{R}$ 为直线的斜率。式(1-1)是我们已经熟悉的欧姆定律。它也是电阻支路的电流电压约束方程, 是电路的基本方程之一。当电流 i 的单位为安(A), 电压 u 的单位为伏(V), 则电阻 R 的单位为欧姆, 简称欧, 以符号 Ω 表示。

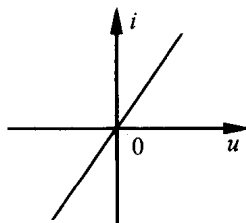


图 1-2 线性电阻的伏安特性

再回头观察一下图 1-2 的 i - u 特性。线性电阻具有双向导电特性。在第一象限, 电阻支路工作在 $i > 0$ 和 $u > 0$ 的情况, 其电流方向和电压极性如图 1-1 所示, 即电流从电压的正端流入从负端流出。电阻上消耗功率为

$$p = ui > 0 \quad (1-2)$$

当电压 u 的单位为 V, 电流 i 的单位为 A, 则功率 p 的单位为 W(瓦)。 $p > 0$ 表示消耗功率或吸收功率。在第三象限, 电阻支路工作在 $i < 0$ 和 $u < 0$ 的情况, 即其电流方向、电压极性均与图 1-1 的标示相反。例如, $i = -2\text{A}$, $u = -4\text{V}$ 。这里的“-”指实际的电流方向、电压极性与图中设定相反。但电阻上消耗的功率按式(1-2)计, 仍然是正的。所以, 不管电阻的电流方向如何, 它两端的电压极性相应地在电流流入端为正、电流流出端为负。电阻总是消耗功率的。这是电阻的一个重要的电学特性。

接在电路中的电阻支路在整个电路的分析结束以前往往无法确定其电流的真实流向和电压的真实极性。在图 1-1 中设定电流 i 的方向和 u 的极性时, 不能保证它们与真实情况相符, 因此, 称之为电流电压的参考标示。但有一点是肯定的, u 和 i 最终必须满足式(1-2), 即 $p > 0$, 电阻总是消耗功率。习惯上, 任意设定 i 的参考方向, 设定电压极性与之相关联, 即在 i 的流入端设定 u 的正极, i 的流出端为负极。如图 1-1 所示, 这称为电流电压的标准参考标示。

有时因受其他条件的限制, 无法采用电流电压的标准参考标示。在此情况下, u 和 i 仍要满足正功率的要求。例如, 对于图 1-3 的标示, 式(1-2)变为 $p = -ui > 0$ 。将有两种可能: ① 设 $i = 1\text{A}$, 则 $u = -5i = -5\text{V}$ 。② 设 $u = 5\text{V}$, 则 $i = -\frac{5}{5} = -1\text{A}$ 。

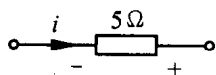


图 1-3 u 和 i 的非标准标示

电阻的倒数定义为电导,

$$G = \frac{1}{R} \quad (1-3)$$

电导 G 的单位为西门子(Siemens), 简称西, 以符号 S 表示。

1.1.2 非线性电阻

非线性电阻的 i - u 特性是一条曲线。图 1-4 所示为一例。许多非线性电阻的 i - u 特性不能用数学式子表示, 只给出 i - u 特性的曲线。对于非线性电阻, 欧姆定律不再适用。

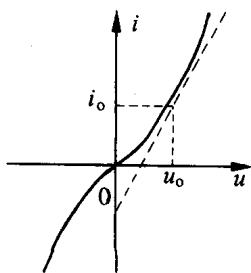


图 1-4 非线性电阻伏安特性

1.1.3 时变电阻与非时变电阻

i - u 特性随时间而变化的电阻为时变电阻,反之, i - u 特性不随时间而变化的电阻为非时变电阻。

1.2 电源支路电流电压约束方程

电源有电压源和电流源。内部没有损耗的电源称理想电源。我们讨论的电压源和电流源都是理想电源。

电压源支路的符号如图 1-5 所示。图 1-5a 是国际标准符号,外有“+”、“-”号表示电压极性且与两根引线贯通的小圆为电压源,其上标以 u_s 。图 1-5b 是通用的非国际标准符号,内有“+”、“-”号表示电压极性且与两根引线不贯通的小圆为电压源,其上标以 u_s 。图 1-5c 是直流电压源的专用符号。三种表示中,支路电流 i 从电压源正极流入、负极流出,支路电压 u 的极性与电压源极性一致。这样的标示为电压源支路的标准参考标示。这里规定支路电流从电压源正极流入,初时不易接受,后文将逐渐释疑。

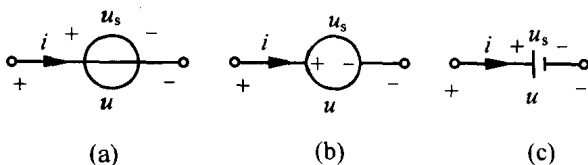


图 1-5 电压源支路

电压源的电学特性是它两端的电压始终保持给定值,与流过它的电流无关。电压源支路的 i - u 特性是横截距为 u_s 与 i 轴平行的直线,如图 1-6 所示。

电压源支路自身不能约束流经它的电流,支路电流 i 完全由外电路来确定。因此,电压源支路的电流电压约束方程取如下形式

$$u = u_s \quad (1-4)$$

它虽然简单,仍然是电路的基本方程之一。

在 i - u 特性的第一象限, $i > 0, u = u_s > 0$, 电压源支路的功率 $p = ui > 0$, 吸收功率。在 i - u 特性的第四象限, $i < 0, u = u_s > 0$, 电压源支路的功率 $p = ui < 0$, 提供功率。可见,电压源有两种可能的工作状态:吸收功率和提供功率。在吸收功率的情况下,支路电流 i 是从电压源正极流入,在提供功率的情况下,支路电流是从电压源正极流出。例如,一个蓄电池在充电时是吸收功率,在供电时是提供功率。

当电压源电压 u_s 不随时间变化,保持一个恒定值,称这一电源为直流电压源。 $u_s = 1.5\text{V}$ 的干电池就是一例。

当电压 u_s 随时间变化,常记作 $u_s(t)$,称为时变电压源。例如,电力供应电压 $u_s(t) = 220\sqrt{2}\cos(100\pi t)\text{V}$, 是人所共知的正弦交流电压。对于时变电压源, i - u 特性仍如图 1-6 所示平行于 i 轴的直线,只是 u 轴截距随时间变化。

由于电压源支路电流不受约束,流经直流电压源的电流可以是直流,也可以是交流,流经交流电压源的电流可以是交流,也可以是直流。

当 $u_s = 0$ 时,电压源支路呈现短路状态。

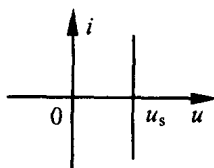


图 1-6 电压源伏安特性

另一种电源支路是电流源支路,它的电路符号如图 1-7 所示。图 1-7a 是国际标准符号,圆外箭头表示电流源电流方向。图 1-7b 是通用的非标准符号,圆内箭头表示电流源电流方向。这两种表示中, i_s 是电流源, i 是电流源支路电流,流向与 i_s 同, u 是电流源支路电压,正极性在电流 i 的流入端,负极性在 i 的流出端。这是电流源支路电流电压的标准参考标示。

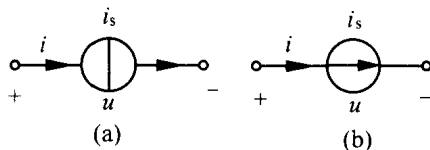


图 1-7 电流源支路

电流源的电学特性是它提供的电流 i_s 与它两端的电压无关而始终保持给定值。电流源支路的 $i-u$ 特性是纵截距为 i_s 且与 u 轴平行的直线,如图 1-8 所示。

电流源支路电压不能自行约束,其支路电流电压约束方程为

$$i = i_s \quad (1-5)$$

电流源支路工作在 $i-u$ 特性第一象限时吸收功率,工作在第二象限时提供功率。

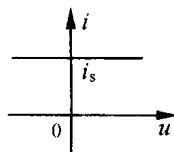


图 1-8 电流源伏安特性

当 $i_s = 0$ 时,电流源支路呈现开路状态。

电流源电流 i_s 可以是直流电流,也可以是交流电流。

1.3 b 条支路电流电压约束方程

设一个电路由 b 条支路联接而成,每条支路有一个元件。图 1-9a 是一个有 5 条支路的电路, $b=5$ 。图中电流源 i_{s1} 、电压源 u_{s4} 和三个电阻 R_2 、 R_3 、 R_5 的数值都是给定的,各支路电流和支路电压都是未知变量。

电路分析一开始,就要标出未知的各支路电流的参考方向和各支路电压的参考极性。现在按前述的支路电流参考方向和支路电压参考极性的标准标示规则来完成这一步骤。在电流源 i_{s1} 支路,标上支路电流 i_1 参考方向使其与 i_{s1} 的流向一致,用关联方式标上支路电压 u_1 的参考极性(i_1 的流入端为 u_1 的正极性)。在电压源 u_{s4} 支路,标上支路电压 u_4 的参考极性使其与 u_{s4} 的极性相同,用关联方式标上支路电流 i_4 的参考方向(u_4 的正极端为 i_4 的流入端)。对这两条电源支路,都有原始指引。对于三个电阻 R_2 、 R_3 和 R_5 所在的三条支路,则任意标定各支路电流 i_2 、 i_3 和 i_5 的参考方向,再用关联方式标定各支路相应的电压 u_2 、 u_3 和 u_5 的参考极性,如图 1-9b 所示。

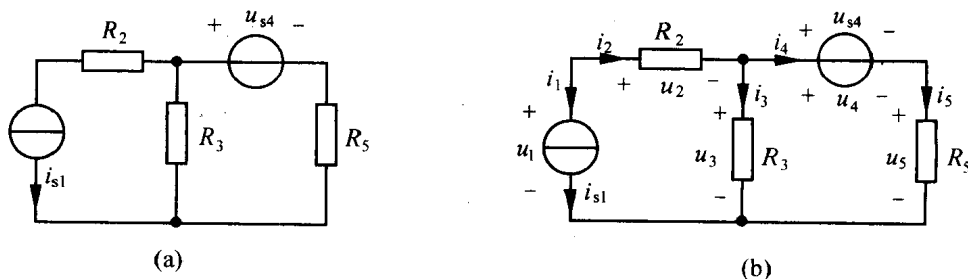


图 1-9 支路电流电压的标定

电路分析的第二步是写出 b 条支路的电流电压约束方程。根据图 1-9b 的标定, 可写出

$$i_1 = i_{s1}$$

$$u_2 = R_2 i_2$$

$$u_3 = R_3 i_3$$

$$u_4 = u_{s4}$$

$$u_5 = R_5 i_5$$

在此 $b=5$ 条支路方程中, 元件参数是给定的, 即 i_{s1} 、 R_2 、 R_3 、 u_{s4} 、 R_5 是已知量。5 条支路电压 u_1 、 u_2 、 u_3 、 u_4 、 u_5 是未知变量, 还有 5 条支路的电流 i_1 、 i_2 、 i_3 、 i_4 、 i_5 也是未知变量, 即共有 $2b=10$ 个电流电压变量。为要求解 $2b$ 个变量, 必须有 $2b$ 个方程。现在我们只有 b 个方程。

另外 b 个方程是根据电路中支路的联接方式来建立的。从下一节开始, 将讨论有关电路联接问题。

1.4 电路的拓扑图

在一个电路中, 一个元件作为一条支路。两条支路或多于两条支路的联接点, 称为节点。图 1-10a 是一个具有五条支路四个节点的电路。如果五条支路分别以五根有向线段来代表, 并以四个节点按原来的方式联接, 则构成图 1-10b 所示的连通的有向拓扑图。拓扑图中, 每条支路不再受元件特性约束, 只标有与原来电流相应的方向。因此, 拓扑图突出显示了各支路的联接关系。下面介绍几个重要而又枯燥的概念。

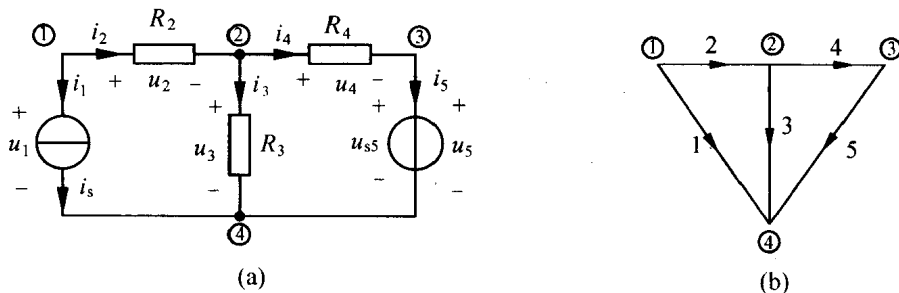


图 1-10 电路及其拓扑图

拓扑图中, 从某一节点出发, 沿着一些支路连续移动, 从而到达另一指定节点, 所经过的路径称为通路。一个闭合的且其中每个节点只经过一次的通路称为回路。图 1-10b 的拓扑图具有三个这样的通路, 它们都是回路, 分别重画于图 1-11 中。图 1-11a 所示的回路是由支路 1、2、3 和节点①、②、④构成的闭合通路。图 1-11b 所示的回路是由支路 3、4、5 和节点②、③、④构成的闭合通路。图 1-11c 所示的回路是由支路 1、2、4、5 和节点①、②、③、④构成的闭合通路。

观察图 1-10b, 图 1-11a 和图 1-11b 这两个回路都不包围任何其他回路。这样的回路又称为网孔。但是, 图 1-11c 却包围了两个回路, 所以图 1-11c 不是网孔。

拓扑图中有一种称为割集的支路集合。如将此集合的全部支路移去, 则连通的拓扑图被

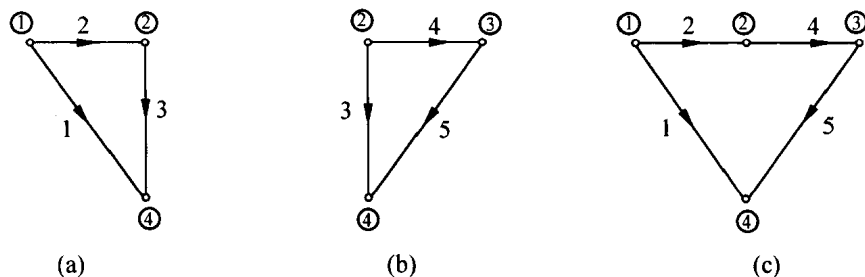


图 1-11 回路

分割成两个分离的部分；如将其中任一条支路放回它原来位置，两个分离的部分又被连通。

图 1-12 中，用虚线链结的支路集都是割集的例子。支路 1、3 和 4 是一个割集。将其全部移去后，连通图分成了两个分离的部分，一部分包括支路 2 和节点①、②，另一部分包括支路 5 和节点③、④；只要将支路 1 或 3 或 4 任一条放回原处，被分离的两部分又被连通。支路 1 和 2 也是一个割集。将其移去后，割开的一个分离部分包括支路 3、4、5 和节点②、③、④，另一个分离部分只有一个节点①，称为孤点。不论支路 1 还是 2 放回原处，割开的两部分又连通。支路 1、3、5 又是一个割集。图 1-12 中，还存在其他割集，未用虚线链结表示出来。

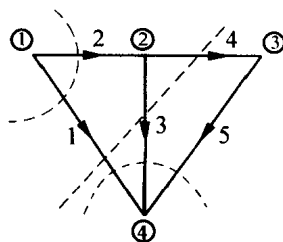


图 1-12 割集

当连通拓扑图的一个子图包含了全部节点且是连通的而又没有回路，则这个子图称为生成树，它包括的支路称为树支。在图 1-10b 的拓扑图中，可以找到树的若干例子，如图 1-13 中实线所示。树 a 由树支 2、3、4 构成，树 b 由树支 2、4、5 构成，树 c 由树支 1、2、5 构成。这些树各自还包含了全部节点①、②、③、④，但没有回路。

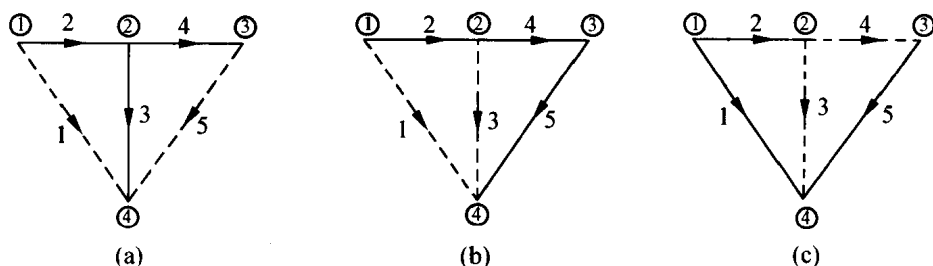


图 1-13 树

由于一个树拥有全部节点且连通又无回路，使以上所述的树都有三条树支。一个具有 n 个节点的连通拓扑图的树支数目为

$$T = n - 1 \quad (1-6)$$

对于一个指定的树，不属于树的支路称为连支。例如图 1-13 中连支均用虚线表示。对于指定的树 a，1 和 5 为连支，对树 b 而言，1 和 3 为连支，对树 c 而言，3 和 4 为连支。

一个具有 n 个节点和 b 条支路的连通拓扑图，连支的数目为

$$L = b - (n - 1) \quad (1-7)$$

在讨论的例子中,连支的数目 $L = 2$ 。

下面再引入与树有关的基本割集和基本回路的概念。

所谓基本割集,是指只有一条树支其余为连支的割集,而且树支的方向定为基本割集的方向。

设指定一个树如图 1-14 所示,树支 1、3、4 以实线描出,连支 2、5 以虚线描出。支路 1、2 组成一个基本割集 a ,以点线链结。树支 1 的方向为割集方向,即朝点线以右的方向。同理,支路 2、3、5 组成基本割集 b ,支路 4、5 组成基本割集 c 。连支 2 为割集 a 和 b 的公共支路,对 a 而言,连支 2 的方向与割集方向相同,为正;对 b 而言,其方向与割集方向相反,为负。连支 5 是割集 b 和 c 的公共支路,对 b 而言,连支 5 为正向;对 c 而言,连支 5 为负向。

基本割集的数目与树支的数目相同。对于一个具有 n 个节点的拓扑图,基本割集的数目为 $(n - 1)$ 。

所谓基本回路,是指只有一条连支其余为树支的回路,而且连支的方向定为基本回路的环行方向。

设指定一个树由支路 1、2、4 组成,如图 1-15 所示。支路 1、2、3 组成一个基本回路,连支 3 的方向为回路环行方向。支路 1、2、4、5 组成另一个基本回路,连支 5 为回路环行方向。共有两个基本回路。

基本回路的数目与连支的数目相同。对于一个具有 n 个节点和 b 条支路的拓扑图,基本回路的数目为 $b - (n - 1)$ 。

若指定另一个树由支路 1、3、5 组成,如图 1-16 所示。两个基本回路分别由支路 1、2、3 和 3、4、5 组成。这两个基本回路都是网孔。一个连通的平面拓扑图有 $b - (n - 1)$ 个网孔。但是, $b - (n - 1)$ 个网孔未必都是基本回路。

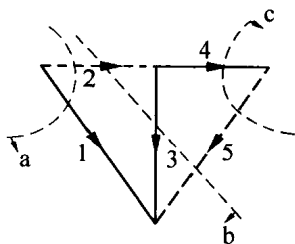


图 1-14 基本割集

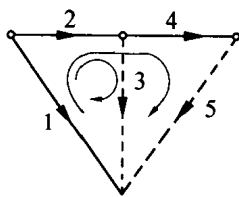


图 1-15 基本回路

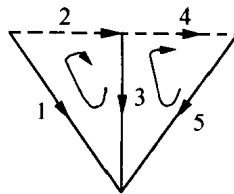


图 1-16 网孔

1.5 $(n - 1)$ 个 KCL 方程

设某电路的拓扑图如图 1-17 所示。假定对于某一个节点,流出节点的支路电流取正值,流入节点的电流取负值。在一个节点,电荷不能积累,即流进节点的电流必须等于流出节点的电流。基尔霍夫(Gustav Kirchhoff)在 1848 年提出了如下的电流定律:在集总电路中,与一个节点相接的所有支路电流的代数和在任何时候都为零。即

$$\sum_{k=1}^m i_k = 0 \quad (1-8)$$

式中, m 是与该节点相接的支路数目, i_k 分别是各支路电流。

基尔霍夫电流定律的英文为 Kirchhoff's Current Law, 取首字母 KCL 成为通用的简称。

对于图 1-17 的所有节点, 分别写出 KCL 方程如下:

$$\text{在节点 ①} \quad +i_1 + i_2 = 0$$

$$\text{在节点 ②} \quad -i_2 + i_3 + i_4 = 0$$

$$\text{在节点 ③} \quad -i_4 + i_5 = 0$$

$$\text{在节点 ④} \quad -i_1 - i_3 - i_5 = 0$$

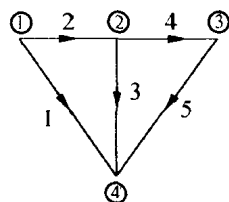


图 1-17 节点 KCL

两个相邻节点之间的一条支路, 其电流对其中一个节点为正, 对另一个节点则为负。在上述四个方程中, 每一支路电流总是正负值先后出现。将四个方程相加, 结果为零。在物理上, 电荷总得在一个电路中平衡, 因此不会有电流流出电路以外的世界。在数学上, 这四个方程是不独立的, 或称线性相关。任何一个节点的 KCL 方程都可以通过其余三个节点的 KCL 方程线性组合而得到。例如, 前三个节点 KCL 方程相加再乘以 (-1) , 便得到节点 ④ 的 KCL 方程。所以其中有一个方程是多余的。不独立的方程组的解不是唯一的。为了使方程有唯一解, 可从 4 个方程中任取 3 个方程。

对于有 n 个节点的电路, 任何一组 $(n-1)$ 个节点的 KCL 方程都是独立的。电路的 $(n-1)$ 个 KCL 方程属于拓扑约束方程, 是电路的基本方程。

例 1-1 求图 1-18 电路中的电流 i_1 、 i_2 、 i_3 。

解 电路共有 4 个节点, 前 3 个节点 KCL 方程为

$$\text{节点 ①} \quad -2 + i_1 + i_2 = 0$$

$$\text{节点 ②} \quad -i_1 + 1 - 3 = 0$$

$$\text{节点 ③} \quad -i_2 + i_3 - 1 = 0$$

由节点 ② KCL 方程得

$$i_1 = -2 \text{ A}$$

代入节点 ① KCL 方程得

$$i_2 = 2 - i_1 = 2 - (-2) = 4 \text{ A}$$

代入节点 ③ KCL 方程又得

$$i_3 = 1 + i_2 = 1 + 4 = 5 \text{ A}$$

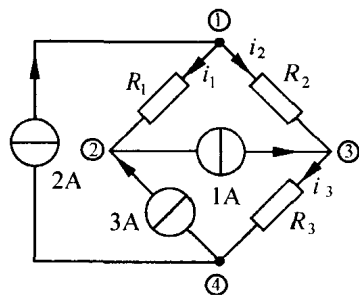


图 1-18 节点 KCL

例 1-2 求图 1-19 电路中, 2V 电压源的功率。

解 节点 ① 的 KCL 方程为

$$i + 12 - 10 = 0$$

$$i = -2 \text{ A}$$

负号表明 i 的实际流向与图中标示相反。

$$P = 2 \times (-2) = -4 \text{ W}$$

电压源对电路提供 4W 的功率。

当一个节点只有两条支路相接, 这两条支路称为串联支

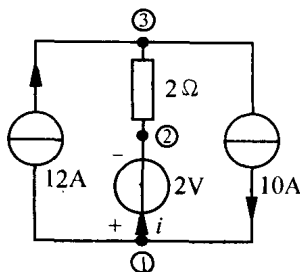


图 1-19 节点 KCL

路。图 1-20a 是串联的两条支路。用节点①的 KCL 方程立即可证明, $i_1 = i_2 = 2\text{A}$, 即串联支路流过的电流相同。图 1-20b 是三条支路串联, 同样可证明, 流经 R 和 u_s 的电流为 2A , 即 $i_1 = i_2 = i_3 = 2\text{A}$ 。

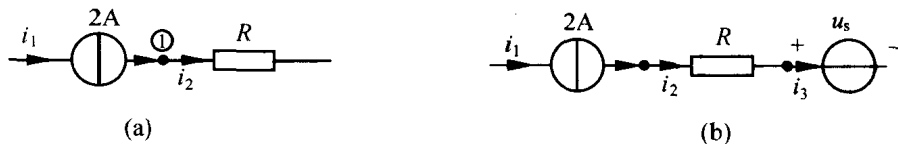


图 1-20 串联支路

例 1-3 求图 1-21 中流过 12V 电压源的电流 i_2 。

解 电路中 1Ω 电阻、 5A 电流源、 5V 电压源串联, 流经这三条支路的电流为 $i_3 = 5\text{A}$ 。在节点①的 KCL 方程为

$$i_1 + i_2 + i_3 = 0$$

式中, $i_1 = 10\text{A}$, 故

$$i_2 = -i_1 - i_3 = -10 - 5 = -15\text{A}$$

电流 i_2 的流向与图中标示相反, 实际电流

是从它的正端流出的。这个电压源对电路提供功率。电路中还有另外一个 5V 电压源, 流过它的电流是 $i_3 = 5\text{A}$, 从正端流入。这个 5V 电压源是从电路吸收功率的。

对于一个割集, 基尔霍夫电流定律也是成立的。割集把电路割开成两个分离的部分。流进一个分离部分的电流必须等于流出该部分的电流, 因为电荷不能在一个分离部分堆积。于是, 对于一个割集, 所有支路电流的代数和等于零。

在图 1-22 的拓扑图中, 选支路 2、3、5 组成一个树。相应地存在三个基本割集 a 、 b 、 c , 分别以三条点线链结。在一个割集中, 树支电流的方向定为割集方向, 树支电流总是为正。进出割集的连支电流其方向凡是与树支电流方向相同的取正, 其方向与树支电流相反的取负。于是可得基本割集的 KCL 方程如下:

$$\text{在割集 } a \quad i_2 + i_1 = 0$$

$$\text{在割集 } b \quad i_3 + i_1 + i_4 = 0$$

$$\text{在割集 } c \quad i_5 - i_4 = 0$$

上述在割集 a 与 c 的 KCL 方程分别与前述的(见图 1-18)在节点①和③的 KCL 方程相同, 在割集 b 的 KCL 方程则是在节点①、②两个 KCL 方程之和。 $(n-1)$ 个基本割集 KCL 方程是独立的, 但它们与 $(n-1)$ 个节点 KCL 方程是线性相关的。所以对于一个电路, 只能有 $(n-1)$ 个 KCL 方程是独立的。

例 1-4 对图 1-23a 所示的电路求 i_4 。

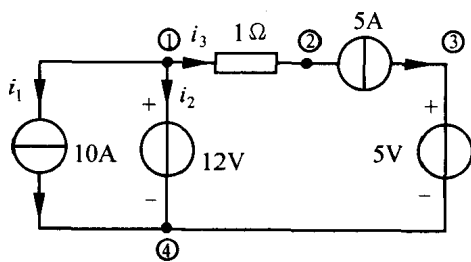


图 1-21 KCL

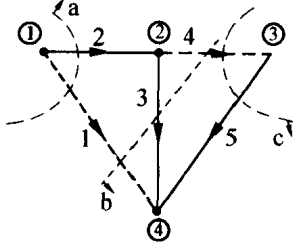


图 1-22 割集 KCL