

高 等 学 校 教 学 用 书

两相流动理论基础

冶金工业出版社

高等学校教学用书

两相流动理论基础

东北工学院 佟庆理 编

冶金工业出版社

高等学校教学用书
两相流动理论基础

— 东北工学院 佟庆里 编

冶金工业出版社出版

(北京灯市口74号)

新华书店北京发行所发行

冶金工业出版社印刷厂印刷

*

850×1168 1/32 印张 11 1/8 字数 291 千字

1982年11月第一版 1982年11月第一次印刷

印数00,001~3,600册

统一书号: 15062·3915 定价1.40元

前 言

本书是根据1977年冶金部教材工作会议制定的高等院校选矿、采矿专业教学计划和工程流体力学教学大纲编写的。工程流体力学大纲分为两部分，第一部分是工程流体力学一般部分，第二部分是两相流动部分。本书为第二部分。全书共七章，其中前五章的基本部分为选矿专业的必修内容，其余章节为选修内容。本书除作为教学用书外，亦可作为采矿、冶金、化工、物料输送、通风除尘、环境保护、铸造及动力等有关部门的科技人员的参考书。

本书以近代流体力学的观点，依据理论结合实际的原则，较系统地介绍了液-固及气-固两相流动的理论基础，阐述了运动物体阻力和颗粒沉降的基本规律。结合矿业、冶金业及其它工业上的要求，介绍了物料的水力输送、气力输送的理论及水平流、斜面水流、旋转流、垂直流、流态化等流动中的两相流动理论。本书还吸取了一些国内外关于两相流的近代成果，如沉降速度的计算、非均质浆体管流的计算、斜面水流中颗粒的运动、旋风分离器的理论计算及紊流沉降室的计算等内容。为便于读者掌握书中内容，书中附有例题与习题。

本书于1972年即完成初稿，并经多次教学实践，1979年经北京钢铁学院周亨达副教授及中南矿冶学院唐玉白副教授审阅。在编写过程中还得到北京钢铁学院、中南矿冶学院及东北工学院等兄弟院校选矿教研室以及有关科研、设计及生产部门的大力支持，在此一并致以谢意。由于我们水平较低，经验不足，又缺乏国内外同类型教材的借鉴，书中一定会有不少缺点和错误，请读者批评指正。

编 者

一九八一年十二月

目 录

第一章 运动物体的阻力	1
第一节 固体物料的性质	1
第二节 运动物体阻力的基本类型	6
第三节 附面层(边界层)的概念及附面层的分离	9
第四节 附面层的流体运动微分方程	14
第五节 附面层的积分关系式	18
第六节 平板上层流与紊流附面层的计算	22
第七节 大雷诺数的圆球形物体的阻力	30
第八节 小雷诺数的圆球形物体的阻力	33
第九节 阻力的一般公式与特殊公式	36
第二章 颗粒的沉降速度	43
第一节 圆球形颗粒在静止流体中的自由沉降末速	43
第二节 过渡状态颗粒沉降末速的计算	61
第三节 气-固两相水平流中颗粒的沉降	65
第四节 液-固两相水平流中颗粒的沉降	75
第五节 放射状上升水流中颗粒的沉降	76
第六节 垂直上升流中颗粒的沉降	80
习 题	86
第三章 物料的水力输送	88
第一节 混合液的主要物理性质	88
第二节 管中两相流的物理模型、浓度与速度分布	95
第三节 两相流的伯努利方程	100
第四节 管道两相流的阻力特性与临界流速	102
第五节 圆管两相流的水力计算	104
第六节 非均质浆体管路的计算法	112
第七节 明槽两相流的水力计算	126
第八节 流槽、自流管简单水力计算法	132
习 题	136

第四章 斜面水流与固体颗粒的运动	138
第一节 明槽中的均匀流动	138
第二节 层流状态明槽均匀流的速度分布	143
第三节 紊流状态明槽均匀流的速度分布	146
第四节 旋涡的形成与紊流脉动	149
第五节 紊流中脉动速度的实验数据	153
第六节 明槽中垂直(横向)脉动速度及其对斜面流选矿的作用	157
第七节 矿粒在明槽中的悬浮条件	161
第八节 平板的突然运动	167
第九节 推移质矿粒的起动流速	170
第十节 推移质矿粒的扬动流速及止动流速	176
第十一节 悬移质浓度沿水深的分布	180
第十二节 悬移质对水流速度分布的影响	191
第十三节 分散颗粒流动的切向应力与法向应力	194
第五章 旋转流动与固体颗粒的运动	204
第一节 旋涡运动的基本知识	204
第二节 液体与气体旋流分离器的速度分布	215
第三节 旋流分离器的压力分布	220
第四节 旋流器的能量损失与矿浆量的计算	225
第五节 固体颗粒在旋转流中的运动	228
第六节 旋流分离器临界粒度的计算	231
第七节 旋风分离器捕收效率的理论计算	238
第八节 明槽弯道中的流动	251
第九节 颗粒沿离心选矿机鼓壁的运动速度	264
第六章 物料的气力输送	268
第一节 概述	268
第二节 颗粒的沉降速度与悬浮速度	269
第三节 静止空气中颗粒的加速运动	273
第四节 颗粒在静止空气中的水平运动	275
第五节 输料管中颗粒群的实际运动	279
第六节 输料管道压力损失的基本方程	284
第七节 短直输料管的压力损失	287
第八节 气力输送最佳的气流速度	298

第九节	分级设备阻力及管件的局部阻力	300
第十节	气力输送的初步设计计算与实例	307
第十一节	直长输料管中的压力损失	314
第十二节	气-固两相流测量的概述	317
第七章	流态化的基本原理	321
第一节	流态化过程的基本概念	321
第二节	流态化过程基本参数的统一关系	325
第三节	固体流态化现象的分析	332
第四节	固定床的流体力学原理	336
第五节	临界流化速度与流化床的压力降	341
习 题		344

第一章 运动物体的阻力

在阳光的照射下，我们可以看到有大量的灰尘浮在空气中进行紊乱的运动。在浑浊的河水中有大量的泥沙和水一起运动。在选矿生产中，用无介质磨矿时矿粒是在气流的挟带下进行输送和分级的；在选别矿物的过程中有矿浆的流动（水与矿粒的混合流）。在这些流动的空气和水中均有固体颗粒存在。从物理学的观点来说，这是液态与固态混合在一起的流动，我们把这种流动叫做两相流。本书将着重研究液、固与气、固的两相流。

两相流是研究流体与固体的相互作用的规律的。重力选矿过程就是借助流体的动力作用，实行矿粒按大小及比重的分离。无介质磨矿、分级与选别、浓缩与过滤、除尘与脱水等都是流体与固体在不同条件下由于相互作用而使矛盾转化的结果。因此，两相流理论是选矿工艺的基础理论之一，它对选矿生产的发展将起着指导作用。

第一节 固体物料的性质

两相流的运动规律，包含着固相的成分，因此，要对固体物料的性质进行研究。两相流中常涉及到的是固体物料的物理性质和几何性质。

一、固体物料的主要物理性质

1. 固体物料的密度 固体物料的密度是固体物料在密实状态下，单位体积所具有的质量，以符号 ρ_s 表示。在物理单位制中，密度的单位为克/厘米³。

2. 固体物料的重度 固体物料的重度是固体物料在密实状态下单位体积所具有的重量，以符号 γ_s 表示。在物理单位制中，重度的单位为达因/厘米³。因此，密度与重度在物理意义上及数值上都是不同的。根据牛顿第二定律可建立重度与密度的关系，即

$$\gamma_s = \rho_s \cdot g \quad (1-1)$$

在一般工程上，常采用工程单位制，其中“力”的单位以“克”（或千克、吨）来表示，这时重度的单位为克（力）/厘米³，因为质量为1克的物体所受的重力恰好等于1克（即980达因），所以工程制中的重度与物理单位制中的密度具有相同的数值。国际单位制重度的单位为（牛顿/米³）。

3. 固体物料的比重 固体物料的比重是固体物料的重量与同体积纯水的重量比，它是一个无因次的物理量。但是要注意它们与重度的物理概念是不相同的。

二、固体物料的几何性质

固体物料的粒度和形状的不同，对两相流流动有很大的影响。我们这里仅就粒径和形状问题作一简要的介绍。

1. 粒径

粒径是表示颗粒大小的一个量度。它不仅直接代表颗粒的粗细程度，而且与两相流流动状态有密切关系，因此粒径的大小是两相流中一个重要性质。在表达颗粒大小的时候，会遇到两个问题：一个是颗粒形状是不规则的；另一个是颗粒常常是大小不等的。

为了解决颗粒在形状上不规则的问题，我们采用等体积粒径来表示颗粒的大小。所谓等体积粒径，就是体积与颗粒相等的球体直径。如：某一矿粒的体积为 V ，则此颗粒的等体积粒径应为

$$d_s = \left(\frac{6V}{\pi} \right)^{1/3} \quad (1-2)$$

式中 V ——颗粒的体积；

d_s ——等体积粒径。

如果颗粒的重量 G 及重度 γ_s 为已知值，由 $G = \gamma_s \cdot V$ 可得

$$d_s = \left(\frac{6G}{\pi\gamma_s} \right)^{1/3} \quad (1-3)$$

为了解决一个试样中颗粒粒径不等的这个问题，工程上采用粒度曲线的表达方式，图1-1表示几种不同的矿样粒度曲线。这种粒度曲线画在半对数坐标纸上，横坐标表示矿粒的粒径，纵坐标

表示相应粒径的矿粒占总重量的百分数的累积曲线。

粒度曲线可以表示出矿样粒径的相对大小和均匀程度。坡度较陡的曲线(如图1-1中曲线5)代表粒径比较均匀的、而且粒度较小的矿样;坡度较平缓的曲线(如图1-1中曲线1)代表粒径比较不均匀而且粒度较大的矿样。

2. 颗粒的形状

实际颗粒的形状是多样的,粒度与重度相同而形状不同的颗粒,其在介质中运动的速度也是不相同的。各种形状的物体中,球形为最规整,而且表面积最小,所以取球形作为标准,以此来衡量颗粒的不同形状。在数量上以球形度 Φ (形状系数)来度量颗粒形状的差异程度,即

$$\Phi = \frac{S_{pb}}{S_{fb}} \quad (1-4)$$

式中 S_{pb} ——圆球体的表面积;

S_{fb} ——颗粒的表面积。

根据这个定义,圆球体 $\Phi=1$,其它形状的颗粒则为 $0<\Phi<1$ 。

不同固体颗粒球形度的计算值见表1-1。

球形度 Φ 的数据

表 1-1

物 料	Φ	物 料	Φ
砂 粒	0.534~0.628, 0.681	石 英 砂	0.554~0.628
铁催化剂	0.578	煤 粉	0.696
烟煤和无烟煤块或粒	0.625~0.63	立 方 体	0.806
碎 块	0.63	薄片长:宽:高=8:6:1	0.515

3. 分布粒度(非均匀)的平均直径

为了确定颗粒的粒度分布往往用一组不同筛孔的筛子来分筛颗粒,分别称量各筛间的物料重量 G_{d_i} , d_{i+1} 并计算其在总重量 G 中所占份额 x_i , 即

$$x_i = \frac{G_{d_i, d_{i+1}}}{G} \times 100\% \quad (1-5)$$

也常用 R_{d_i} % 表示颗粒大于 d_i 的物料重量在总重量中占的份额, 即 $R_{d_i}\% = \sum_{d_i}^{d_{\max}} x_i$ 。物料的筛分特性曲线如图1-1所示。

对粒径进行平均的方法很多。列举以下几种:

(1) 重量平均直径 $\bar{d}_s$, 它是各粒径 d_{si} (所处的相邻筛之孔径 d_i 和 d_{i+1} 平均直径) 与其重量份额 x_i 乘积的总和, 即

$$\bar{d}_s = \sum_{d_{si}=d_{s\min}}^{d_{si}=d_{s\max}} x_i d_{si} \quad (1-6)$$

这种计算方法简单, 所得的平均值往往较大, 说明突出了大颗粒的作用。

(2) $R_{d_i}\% = 50\%$ 平均直径, 即筛分特性曲线中 $R_{d_i}\%$ 为 50% 的粒径, 它保证较该粒径大的颗粒和小于该粒径的颗粒的重量份额相同。

(3) 按比表面积的平均直径, 床层颗粒的比表面积起重要作用时应用此平均直径, 参看流态化基本原理部分。

设非球形颗粒的比表面积为 a'_i

$$a'_i = \left(\frac{\text{颗粒表面积}}{\text{颗粒体积}} \right) = \frac{\pi d_s^2 / \Phi}{\pi d_s^3 / 6} = \frac{6}{\Phi d_s} \quad (1-7)$$

分布粒度非球形颗粒的平均比表面积 $\bar{a}'_i$ 为:

$$\bar{a}'_i = \sum_{d_{si}=d_{s\min}}^{d_{si}=d_{s\max}} a'_i x_i \quad (1-8)$$

若球形度相同, 则

$$\bar{a}'_i = \frac{6}{\Phi} \sum_{d_{si}=d_{s\min}}^{d_{si}=d_{s\max}} x_i / d_{si} \quad (1-9)$$

使用平均粒径 $\bar{d}_s$ 的比表面积 $\bar{a}'_i$, 即

$$\bar{a}'_i = \frac{6}{\Phi \bar{d}_s}$$

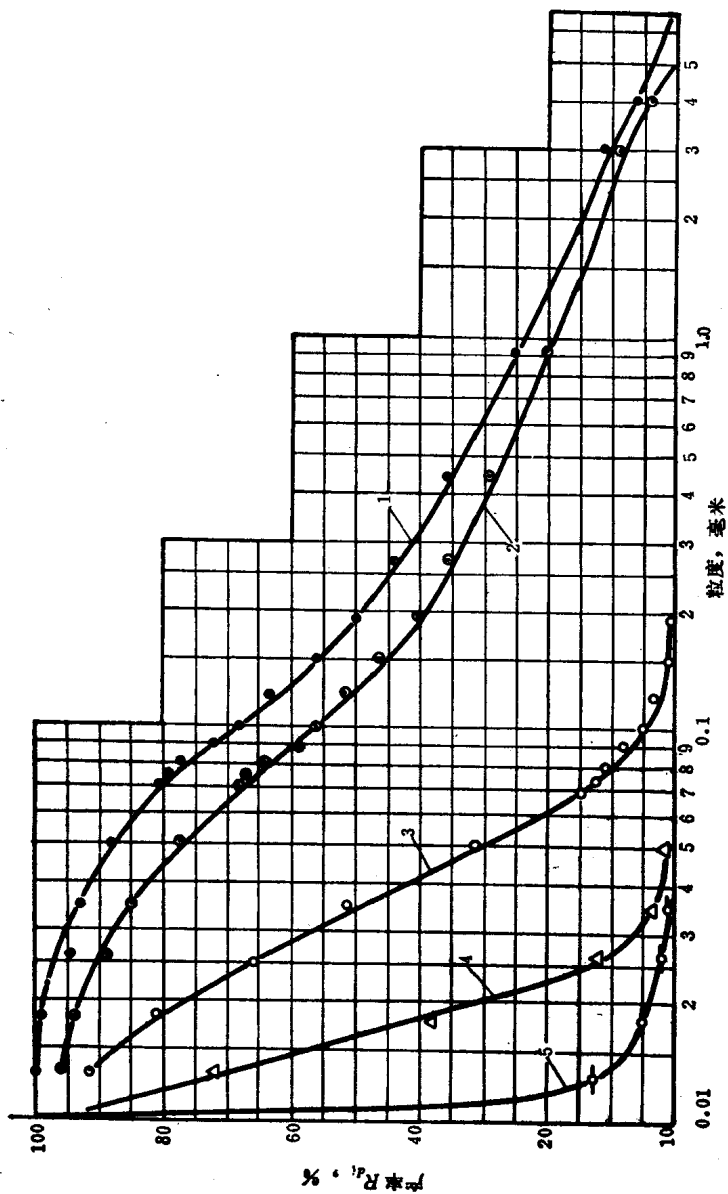


图 1-1 某厂自磨机生产系统各级产品粒度曲线 (某厂与东北工学院测定)

1—沉降箱排矿粒度特性; 2—磨机出口粒度特性; 3—旋风分离器排矿粒度特性; 4—D.F. 型除尘器排矿粒度特性; 5—回风粉尘粒度特性

则

$$\bar{d} = \frac{1}{\sum_{d_{st}=d_{s\min}}^{d_{st}=d_{s\max}} (x/d_s)_i} \quad (1-10)$$

第二节 运动物体阻力的基本类型

物体在流体中运动，由于流体的粘度，对物体运动发生了阻抗作用，消耗了机械能，所以运动着的物体产生了阻力。流体的粘性是产生阻力的根本原因。

在流动的气体和液体中存在着的颗粒受有重力和阻力作用，阻力的大小与颗粒的沉降速度有直接关系。而我们要研究运动的颗粒产生阻力的原因，并确定颗粒所受阻力的大小，进而找出沉降速度与阻力的关系，以便认识颗粒与流体的内在联系。

我们可以通过观察现象和实验，揭露物体在流体中所受阻力的规律。做物体在流体中运动的实验，这种方法既不方便又不经济。根据经典的相对性原理（运动转换法则）；认为远离物体的流体不动，物体以等速度 U 在流体中运动，则可转化为物体静止不动，而离开物体很远地方的流体流速与物体的运动速度大小相同方向相反。这样两种运动产生的效应是一样的，如图1-2所示。因此，把物体看成静止不动，让流体以相反的速度从它四周流过，这样对研究阻力来说，可以认为运动物体的阻力与流体流经静止物体的阻力（绕流阻力）是相等的。

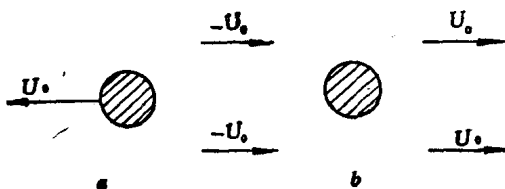


图 1-2 运动转换法则

a—物体以速度 U_0 前进流体静止不动；b—物体静止不动流体的速度为 $-U_0$ 。

图1-3为在烟风洞中平行气流绕物体流过时，物体在两种倾角下的流线谱。

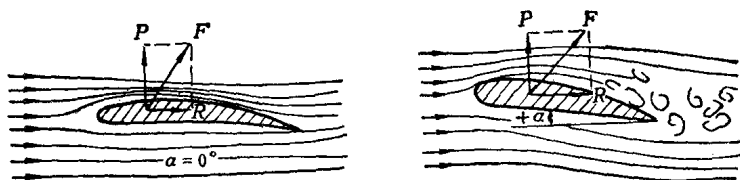


图 1-3 物体的流线谱

当观察倾角 $\alpha = 0$ 的物体时，其上表面的流线密集，下表面的流线稀疏。根据伯努利方程，在物体的上表面处速度大，压力低；在物体的下表面处流速小，压力高。因此，上下表面形成一压力差，这样在与运动速度垂直方向上就会产生升力 P ，在气流运动相反方向产生阻力 R 。这个阻力与运动物体的推动力是大小相等方向相反的。

当观察 $+\alpha$ 倾角的物体时，在物体上表面头部的流线仍很密集，但在上表面的尾部发生了旋涡区，而下表面的流线仍较稀疏，这时仍有升力 P 及阻力 R 产生。

综合上述分析，当一物体在流体中运动时，由于运动物体对流体的影响，流体对物体有一作用力，如图 1-3 所示，其合力 F 通常可分成两个分力：一个是与速度垂直方向的分力 P ，简称为升力；一个是与速度相反方向的分力 R ，叫做阻力。

在重力选矿的选别或输送颗粒的过程中，颗粒的运动受有阻力作用，有时由于颗粒的周围流体的速度差以及颗粒旋转等因素的影响，使颗粒的上下形成压力差，因而产生一种上升力，促使颗粒悬浮起来。在研究紊流运动的结构时，由于两层流体的速度差使流体质点发生旋转，形成旋涡，因此当流体质点产生较大的压力差时此流体质点即产生升力，这样即促使各流体质点互相交换，形成紊流的脉动作用。

如图1-4所示，在物体表面上，取微小面积 ds ，作用于微小

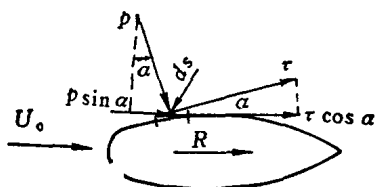


图 1-4 运动物体阻力类型

面积上的压力及切应力分别以 p 及 τ 表示，作用于微小面积上的摩擦力 $dT = \tau \cdot ds$ ，总压力 $dP = p \cdot ds$ 。此时沿物体整个表面上的阻力等于作用于物体表面上切向力及法向力在流动方向投影之

和，即

$$R = \int_s \tau \cdot ds \cos \alpha + \int_s p ds \cdot \sin \alpha$$

$$= R_m + R_p \quad (1-11)$$

由 (1-11) 式可知，运动物体的阻力分为两部分：一部分是由切应力产生的摩擦阻力 R_m ；另一部分是由压力产生的压力阻力 R_p 。

在粘性流体中，切应力及法应力的 大小 是由 不同 因素决定的，因而计算这些力的方法也是不同的。一般的说，阻力是雷诺数和物形的函数。但是，当雷诺数较小时，摩擦阻力占主要地位，压力阻力次之；当中等雷诺数时，摩擦阻力与压力阻力均起作用；当雷诺数较大时，压力阻力起主要作用，而摩擦阻力占次要地位。

关于从理论上确定阻力的问题，是一个复杂而困难的问题，因此用实验方法解决阻力问题仍起着很大作用。

当物体在流体中运动时，随着雷诺数 $\left(Re = \frac{u_0 l}{\nu} \right)$ 的不同，作用力的内在规律亦不相同。由相似原理得知，惯性力与粘性力的比值，即为雷诺数。当雷诺数很大时，则表示惯性力远远超过粘性力，当雷诺数很小时，则表示粘性力大大超过惯性力。

第三节 附面层（边界层）的概念及附面层的分离

一、附面层（边界层）的概念

物体在流体中运动，当雷诺数很大时，流体粘性的影响主要表现在靠近物体表面所谓附面层的流体里，这是产生摩擦阻力的主要原因，当这一边界的流体层发生分离现象时，就形成了压差阻力（旋涡阻力）。

什么是附面层呢？我们首先观察如图 1-5 所示流体流经物体的现象，由于流体质点和物体的摩擦作用，使靠近物体表面的流体质点停滞下来。由实验得知，紧贴物体表面的流速为零，稍离物体表面，流速很快增大到接近于未受干扰的流速。人们把流过靠近物体表面的这一薄的流体层叫做附面层，如图 1-5 中的点线部分 I。

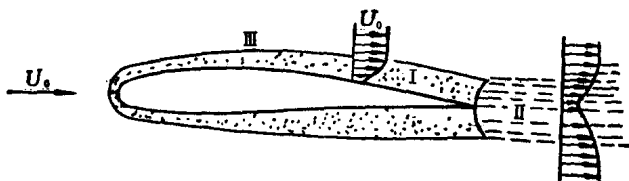


图 1-5. 物体表面的附面层

1. 附面层的基本特性

在附面层中法向速度梯度很大，粘性影响显著。由于附面层的厚度很薄，附面层内的压力沿着物体表面的法线方向是不变的，附面层内的粘性力与惯性力具有相同的数量级，附面层内有层流与紊流两种形态，这些就是附面层的基本特性。

2. 附面层的边界

严格地说，附面层是没有明显的边界的，因为附面层内的流速是逐渐的接近于外界流速的。但是，流速的改变，只是在此薄层中表现显著，过此就极为缓慢。因此，人们规定，附面层内的

流速等于外部流速的99%时的地方，就是附面层的边界。

3. 附面层与其周围流动

在附面层内，由于速度梯度很大，也就是物体表面上的速度与附面层边界的速度差很大，所以附面层内引起了流体质点强烈的旋转运动。由附面层流出来的流体质点，继续被卷入物体后部的区域内，该区域叫做尾流区，如图1-5中的Ⅰ区。尾流区的速度通常要比外部流体的速度小，这是由于流体质点从附面层流入尾流区时，受到了一定程度的阻滞。在尾流区内也产生旋涡运动，这种旋涡随着尾流离物体的距离地增加而逐渐减弱。在附面层的外部 and 尾流的外部，速度梯度很小，可以忽略内摩擦力，实际上就是没有旋涡的运动，这个区域叫做无涡运动区域，如图1-5中Ⅱ区所示。这样，流体流经物体的整个空间可分为三个区域：附面层区Ⅰ；尾流区Ⅰ；外部无涡区Ⅱ。

附面层内的流动状态，也是决定于雷诺数的大小，在雷诺数较小时，在物体表面上产生层流附面层，它的特点是流体质点呈层状运动，无明显的质点交换。当雷诺数逐渐增大时，层流状态被破坏而使附面层内流体质点发生剧烈的横向混杂运动（即脉动），这就是紊流附面层。

由于层流与紊流附面层内的流动性质不同，因而它们的速度分布也不同，从外表上看，层流附面层内速度分布曲线瘦些，接近于抛物线的分布规律，如图1-6 a 所示，而紊流附面层内的速度分布曲线就比较饱满些，并且在物体表面附近沿法向速度梯度很大，如图1-6 b 所示。

最后指出，边界层与近壁层流层的概念是不同的，前者可有两种流态，且厚度较大而后者只是层流运动，其厚度亦较前者为小。

二、附面层的分离

汽车快速行驶的时候，尾部的气流发生旋转引起尘土飞扬，船舶在水中航行时尾部也有旋涡的产生。

颗粒在介质中快速沉降时，尾部会出现旋涡区，这是由于附