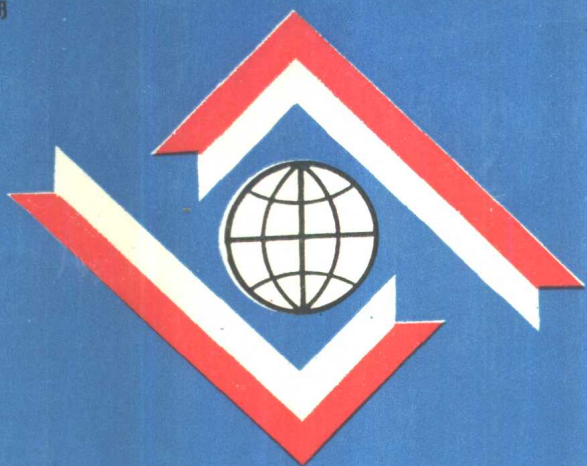


测绘学 公式集

董 德 编



解 放 军 出 版 社



测绘学公式集

董 德 编

解 放 军 出 版 社

测绘学公式集
总参谋部军事测绘杂志社

解放军出版社出版发行

(北京平安里三号)

(邮政编码 100035)

山东电子工业印刷厂印刷

787×1092毫米32开本11.125印张 200千字

1990年4月第一版 1990年4月(山东)第1次印刷

ISBN 7 - 5065 - 1372 - 2 / P · 7

前 言

为给计算机编程提供数学模型，方便计算，我们从大量著作和教材中收集了包括三角、导线、水准、天文、卫星、物理大地测量；工程、地形测量；地面、航空、卫星摄影测量；制图、印刷；测量平差等内容的公式及测绘专业常用的数学、物理公式，汇编成这本《测绘学公式集》。

《公式集》力求实用。重点收集各测绘专业常用公式，为便于研究测绘理论及推导实用公式，列出了部分理论公式。为了保持公式集的系统性及完整性，在列出复杂公式的同时也列出一些简单公式；在列出现阶段使用较多的实用公式的同时，还列出了一些由于技术发展现在已使用较少的实用公式。《公式集》尽量收集了最新资料。

应该指出，计算机的型号不同对公式的表达方式有不同要求，有的可直接用原始公式计算，有的则要求对原始公式进行较大的变换整理。这样的工作要由计算者根据不同计算机的需要去完成，《公式集》只给出公式的原形。

初稿编写过程中，谢奇光同志为收集常规大地测量公式资料做了不少工作；王孟昭、赵乃福、孟微波、吴延忠等同志为本书编写了部份章节。审定过程中承蒙(以姓氏笔画排序)王玉玮、王贵昭、卢福康、李国藻、张良琚、张绪茂、杨定国、党诵诗、徐正扬、崔元日、游存碌、廖家源等多位专家教授指导。孙忠昭、杨敏、高寿松等同志为本书绘画了插图。在此一并表示感谢。

由于水平、时间、资料所限，书中错误在所难免，恳请测绘同行批评指正。

使用说明

(一)、计算公式的精度及使用条件，多数著作均有详尽的讨论，《公式集》照引原著，对个别不明确的，均通过试算作了补充交待。具体分析一个公式的精度，请按第六章第一节第五条精神处理。

(二)、章、节、题后的注数为参考文献序号，缺省时以上一级标题注数为准。

(三)、公式编号由章、节及序号组成，如 3.2.3 即三章二节第三公式，用表及插图按同样原则编号。

(四)、专业惯用符号，只在文前一次注释，文中另作他用时，及时加注。能用表达式表示的，不再赘以文字。

(五)、公式中的计量单位，用括号或逗号分隔，如“(mm)”及“，mm”。

目 录

第一章 大地测量

第一节 椭球解算及投影

一、椭球元素及其相互关系	(1)
(一) 基本元素	(1)
(二) 各元素间关系	(2)
二、几种坐标系间的关系	(2)
(一) 由大地坐标计算空间大地直角坐标	(2)
(二) 由空间大地直角坐标计算大地坐标	(2)
(三) 由大地坐标计算子午面直角坐标	(3)
(四)、由子午面直角坐标计算空间大地直角坐标	(3)
(五) 由大地坐标计算归化纬度坐标	(3)
(六) 由大地坐标计算地心坐标	(4)
(七) 由地心坐标计算子午面直角坐标	(4)
三、地面元素归算至椭球面上	(4)
(一) 椭球面上的几种曲率半径	(4)
(二) 子午线及平行圈弧长	(4)
(三) 水平方向归算到椭球面上的改正	(6)
(四) 地面长度归算到椭球面上	(6)
(五) 拉普拉斯方程式	(7)
(六) 垂线偏差公式	(7)
(七) 椭球面上三角形解算	(7)
四、椭球面元素归算至高斯平面 (高斯投影)	(7)
(一) 正反算公式	(7)
(二) 曲率改正公式	(8)

(三) 距离改正公式	(9)
(四) 子午线收敛角计算	(9)
(五) 邻带坐标换算	(10)
(六) 方位角换带	(15)
(七) 边长换带	(15)
五、短距离大地测量主题解	(15)
(一) 高斯平均引数算式	(15)
(二) 赫里斯托夫算式	(18)
六、长距离大地测量主题解	(20)
(一) 贝塞尔算式	(20)
(二) 赫尔默特算式	(23)
(三) 韦伯算式	(24)
(四) 约旦方法	(27)
七、长距离大地测量主题近似解	(29)
(一) 莫洛佐夫正算近似公式	(29)
(二) 张志新反算近似公式	(30)
八、椭球变换	(30)
(一) 广义大地坐标微分公式	(31)
(二) 略去欧拉角和尺度变化的微分公式	(31)
(三) 球近似大地微分公式	(32)
(四) 新旧大地坐标的转换	(34)
(五) 高斯平面坐标系统转换	(35)
(六) 广义弧度测量方程	(37)
(七) 方位角变换(用于短边).....	(37)
(八) 边长变换(用于短边).....	(37)

第二节 三角测量

一、选点及观测中常用公式	(39)
(一) 觇标高计算	(39)
(二) 图形强度因素 R 及权倒数 $1/p$	(40)

(三) 仪器三轴误差及对观测值影响	(40)
(四) 照准部及度盘偏心差	(41)
(五) 度盘位置分配	(42)
(六) 垂直角及指标差计算	(43)
(七) 球、气差公式	(43)
二、概算常用公式	(43)
(一) 基本计算	(43)
(二) 控制网几何条件检校	(45)
(三) 三角高程计算	(45)
(四) 精度估算及限差	(47)

第三节 导线测量

一、导线测量原理公式	(57)
(一) 第 n 条边方位角公式	(57)
(二) P_{i+1} 点坐标公式	(57)
二、长度测量改正	(57)
(一) 尺长改正	(57)
(二) 温度改正	(57)
(三) 倾斜改正	(57)
三、导线测量的概算	(58)
(一) 边长归心改正	(58)
(二) 方位角条件和图形条件闭合差计算及限差 ...	(58)
(三) 按 w_{β} 、 w_{Δ} 计算测角中误差	(58)
(四) 坐标条件闭合差及限差	(59)
四、导线的设计	(60)
(一) 国家导线网布设规格	(60)
(二) 导线形状	(60)
五、导线测量的精度估算	(61)
(一) 导线方位角中误差	(61)
(二) 导线纵横向上中误差及点位中误差	(61)

六、电磁波测距斜距计算	(62)
(一) 一测回斜距	(63)
(二) N 测回斜距	(63)
(三) 斜距化算到参考椭球面上	(64)
(四) 几种测距仪测距的折射率改正	(64)
(五) 气压及湿度随高度变化的关系式	(67)
(六) 大气压力的单位换算	(67)
七、测距仪精度估算	(68)
(一) 微波测距仪	(68)
(二) 激光测距仪	(68)
(三) 红外测距仪	(68)
八、电磁波测距仪技术数据	(68)

第四节 水准测量

一、仪器检验及外业计算	(74)
(一) i 角计算公式	(74)
(二) 标尺分划面弯曲引起的尺长改正	(74)
(三) 计算高差的各项改正数及概略高程计算	(74)
(四) 每公里高差中数之中误差	(75)
二、水准测量精度估算	(75)
(一) 用往返高差不符值计算每公里高差中数 之偶然中误差 η 及系统中误差 σ	(75)
(二) 用水准路线闭合差 w 计算 σ	(75)

第五节 天文测量

一、地球上与地球公转有关的几个主要圈、点、线 ...	(76)
二、天球坐标系	(77)
三、几个天球坐标系间之关系	(77)
(一) 地平坐标系与时角坐标系	(78)
(二) 时角坐标系与赤道坐标系	(78)

(三) 赤道坐标系与黄道坐标系	(78)
四、空间直角坐标系及其旋转	(78)
(一) 空间直角坐标系一般式	(78)
(二) 天球直角坐标系	(79)
(三) 直角坐标轴旋转	(79)
(四) 用转轴法转换天球坐标系	(80)
五、时间化算	(81)
(一) 地方时与地理经度关系	(81)
(二) 地方民用时与区时的关系	(81)
(三) 区时与世界时的关系	(81)
(四) 日界线	(81)
(五) 化平太阳时为恒星时	(81)
(六) 化恒星时为平太阳时	(81)
六、蒙气差、光行差、视差	(82)
(一) 蒙气差	(82)
(二) 周年光行差	(82)
(三) 周日光行差	(83)
(四) 视差	(83)
七、岁差、章动引起天体坐标的变化	(84)
(一) 岁差对 α 、 δ 的影响	(84)
(二) 岁差对 α 、 δ 影响的精确计算	(85)
(三) 章动对恒星 α 、 δ 的影响	(85)
八、恒星位置计算	(86)
(一) 由星表历元平位置计算岁首平位置	(86)
(二) 由岁首平位置计算测瞬视位置	(86)
九、纬度测定	(87)
(一) 南北星中天高差法	(87)
(二) 太尔各特法	(87)
十、经度测定	(89)
(一) 收时测定	(89)

(二) 表差确定	(89)
(三) 经度概算	(90)
(四) 经度精算	(91)
十一、多星等高同时确定经纬度	(92)
(一) 计算公式	(92)
(二) 天文等高测量等精度条件	(92)
(三) 图解法确定测站经纬度	(93)
(四) 平差法求测站经纬度	(93)
十二、方位角测定	(94)
(一) 一测回方位角计算	(94)
(二) 测站上方方位角总结果的计算	(96)
十三、天文测量成果的归算	(96)
(一) 经纬度归算至三角点中心	(96)
(二) 方位角归心	(96)
(三) 子午线收敛角的改正	(96)
(四) 正反方位角检验	(97)
十四、天文常数	(97)

第六节 卫星大地测量

一、卫星轨道参数及符号	(98)
二、卫星轨道基本定律	(99)
(一) 运动方程	(99)
(二) 开普勒三定律	(99)
(三) 开普勒方程	(100)
三、轨道参数间的关系	(100)
四、卫星运动的主要摄动	(101)
(一) 由地球扁度引起的	(101)
(二) 由大气阻力引起的	(101)
五、入轨点速度及角度误差对卫星轨道的影响	(102)
(一) V_0 影响	(102)

(二) ξ 、 V_0 合并影响	(102)
六、圆或近圆轨道卫星星下轨迹计算	(103)
(一) 轨道周期	(103)
(二) 运动角速度	(103)
(三) 地球自转角速度	(103)
(四) 轨道平面振动的角速度	(103)
(五) 计算星下点经纬度	(103)
(六) 卫星入轨后第一次通过结点的经度	(104)
(七) 卫星飞经以后各结点的经度	(104)
(八) 在不同纬度, 卫星离开某一结点所需的时间 及相应的经差	(104)
七、已知卫星轨道参数 a 、 e 、 i 、 ω 、 Ω 、 τ 求卫星飞经 某一纬度的 φ 、 h 、 v 、 t 、 λ	(104)
八、最大斜距 S , 观测弧段 L , 作用范围 D	(105)
九、非过顶卫星情况下观测弧段长度计算	(105)
十、根据卫星星下点轨迹上两点的经纬度求卫星轨道 上相应两点间弧段长	(105)
十一、卫星方位角 A 及仰角 E	(106)
十二、静止同步卫星观测计算	(106)
十三、卫星蒙气差附加改正数	(107)
十四、人造卫星光行差时间改正	(107)

第七节 物理大地测量

一、地球重力场	(109)
(一) 地球对单位质点的引力	(109)
(二) 地球的重力	(109)
(三) 地球重力位	(109)
(四) 水准椭球表面上的正常重力位	(110)
(五) 水准椭球外部点正常重力位	(110)
二、正常重力公式	(110)

(一) 椭球面上正常重力	(110)
(二) 正常重力实用公式	(111)
(三) 正常重力的高程改正	(112)
三、地球形状理论	(112)
(一) 扰动位	(112)
(二) 重力归算与重力异常	(113)
(三) 重力位的球谐函数表达式	(113)
(四) 大地水准面起伏 N 、重力异常 Δg 、纯重力 异常 δg 的球函数展开式	(114)
(五) 由重力异常计算地球位系数	(115)
(六) 扰动位的球面近似解——斯托克斯公式	(115)
(七) 扰动位的近似地面解——莫洛琴斯基公式 ...	(116)
四、高程及高程异常	(117)
(一) 正高	(117)
(二) 正常高	(117)
(三) 大地高	(117)
(四) 用天文水准方法计算高程异常差	(117)
(五) 用天文重力水准方法计算高程异常	(118)
五、地球外部重力场	(118)
(一) 引力沿球坐标三个分量	(118)
(二) g 在向径、运动、轨道面法线方向的分量 ...	(118)
(三) 沿上述方向的摄动分量	(119)
(四) 正常引力沿三个坐标轴的分量	(119)
(五) 扰动重力三个分量	(119)

第二章 地形及工程测量

第一节 地形测量

一、交会法计算	(120)
二、引点法计算	(123)

三、导线法计算	(124)
四、水准路线平差	(125)
五、间接高程计算	(125)
六、量距改正	(125)
七、视距公式	(126)
八、用水平面代替水准面的限度	(127)
九、水银气压计读高改正	(128)

第二节 地形成图、成果精度

一、地形图精度标准	(128)
二、各专业要求之特殊精度	(129)
三、地形图修测精度	(129)
(一) 地物	(129)
(二) 高程	(129)
四、起算数据对总中误差的影响	(129)
五、测角精度	(130)
(一) 水平角观测值的精度	(130)
(二) 垂直角观测精度	(130)
(三) 测角限差	(132)
六、测距精度估算	(132)
(一) 普通测距	(132)
(二) 视差测距	(132)
(三) 几种视距之精度	(133)
(四) 量距之精度	(133)
七、控制点之精度估算	(133)
(一) 线形锁	(133)
(二) 交会点	(134)
(三) 导线测量	(135)
(四) 水准点精度	(135)
(五) 间接高程	(135)

第三节 工程测量

一、工程设计对地形图精度要求	(136)
二、图上图解一点的位置误差	(137)
三、对平面控制测量精度要求	(137)
四、对高程控制测量之精度要求	(137)
(一) 测区首级高程控制网精度	(137)
(二) 测区内互为最远点之间的高程中误差	(137)
五、测图控制网布测	(138)
(一) 末级控制网边长	(138)
(二) 末级基本控制点边长	(138)
(三) 最弱边相对中误差	(138)
(四) 测回数的确定	(138)
(五) 点位误差椭圆	(138)
六、放样	(139)
(一) 直线及角度放样	(139)
(二) 曲线放样	(139)
七、放样元素的精度分析	(141)
(一) 普通钢尺测设长度的精度估算	(141)
(二) 角度放样精度分析	(141)
(三) 高程放样的精度分析	(142)
(四) 直角坐标法测设点位精度	(142)
(五) 极坐标法测设点位精度	(143)
(六) 方向线交会法测设点位精度	(143)
(七) 长度交会放样精度	(144)
(八) 轴线交会法精度	(144)
八、坑道测量	(144)
(一) 横向贯通误差	(144)
(二) 竖向贯通误差	(146)
(三) 竖井联系测量	(146)

九、机场测量	(148)
(一) 净空点计算公式及精度	(148)
(二) 导航台定位精度	(149)
(三) 主方格网点定位精度	(149)
(四) 土方量计算	(150)
十、海港测量	(150)
十一、变形观测	(151)
(一) 精度要求	(151)
(二) 高精度水准对 1 角的严格要求	(151)
(三) 倾斜观测	(152)
(四) 水平位移观测	(152)

第三章 摄影测量

第一节 地面摄影测量

一、地面立体摄影测量基本公式	(154)
(一) 等偏式	(154)
(二) 正直式	(155)
二、镜箱主距及像主点位置的确定	(156)
(一) 焦距 f 值的计算	(156)
(二) x_0 、 y_0 的确定	(156)
三、摄影基线的长度要求	(156)
四、摄影机安置误差及限制	(156)
(一) 外方位元素误差对像点坐标的影响	(156)
(二) 摄影机的安置误差	(157)
五、地面立体摄影测量的精度估计	(157)

第二节 航空摄影测量

一、基本公式	(159)
(一) 航空摄影	(159)

(二) 透视变换中的特别点、线间的关系	(160)
(三) 航测中常用的坐标系	(160)
(四) 综合法中常用的物、像坐标关系式	(161)
(五) 像点坐标的系统误差及其改正	(162)
(六) 像点比例尺	(165)
(七) 因像片倾斜和地面起伏引起的像点移位	(166)
(八) 因像片倾斜和地面起伏引起的方向偏差	(167)
(九) 空间直角坐标系的旋转变换	(168)
(十) 共线条件方程	(173)
(十一) 单像空间后方交会公式	(174)
(十二) 空间前方交会	(176)
(十三) 相对方位元素的计算	(176)
(十四) 模型点坐标重心化	(177)
(十五) 空间相似变换	(178)
(十六) 空间双点后交	(178)
(十七) 像片纠正	(179)
(十八) 测微高差仪计算航高差	(184)
(十九) 激光测高仪之改正	(184)
(二十) 脉冲雷达定位改正	(185)
二、航测内业中常用公式	(186)
(一) 航摄资料的验收	(186)
(二) 接触印像	(186)
(三) 照像与缩小	(187)
(四) 纠正镶嵌	(188)
(五) 分带投影转绘	(190)
(六) 电算加密	(191)
(七) 视差立体测图仪	(207)
(八) 多倍仪测图	(211)
(九) 精密立体测图仪	(213)
(十) 正射投影技术	(222)