

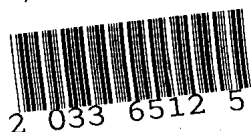
全国高等学校统一
招生考试资料汇编
1978 ~ 1984

数 学

北京市高等学校招
生委员会办公室编



煤炭工业出版社



全国高等学校统一招生考试资料汇编

数 学

1978~1984

北京市高等学校招生委员会办公室 编



煤炭工业出版社

全国高等学校统一招生考试资料汇编

数 学

1978~1984

北京市高等学校招生委员会办公室 编

*

煤炭工业出版社 出版

(北京安定门外和平北路16号)

人民教育出版社印刷厂 印刷

新华书店北京发行所 发行

*

开本 $787 \times 1092^{1/4}$ 印张 $6^{1/4}$

字数 141 千字 印数 1—324,800

1985年3月第1版 1985年3月第1次印刷

书号7035·2729 定价1.25元

前言

党的十二届三中全会作出了《中共中央关于经济体制改革的决定》的战略决策。这个具有伟大历史意义的决策，必将对全国各条战线产生巨大、深远的影响，进一步推动包括高等教育战线在内的各条战线改革工作的深入发展。

为适应全国高等学校招生改革形势的要求，进一步促进高校招生科研工作地开展，我们编印了《全国高等学校统一招生考试资料汇编》。其目的是为教育科研机构、高等和中等学校、招生部门以及社会上热心于高校招生改革的教育工作者探讨有关方面问题提供必要的参考资料，也为有志于参加高考的青年提供一个辅助材料。

这套汇编收集了一九七八年至一九八四年的高校招生考试资料。为使这套资料具有较好的科研参考价值以及便于查阅、使用，我们将考试试题、参考答案和评分说明按年度汇集在一起。全套汇编按考试科目分别编排为政治、语文、数学（含文理两科）、物理、化学、历史、地理、生物和外语（含英、俄语种）九个分册。为保证汇编的质量，我们聘请了北京航空学院、北方交通大学、北京医学院、北京化工学院、北京外国语学院、北京师范学院等高等院校的有经验的专家对全书从内容到文字进行了认真的校核。这里需要说明的是，随着政治、历史情况的进展和变化，个别科目的个别题目或参考答案已不够妥当，这些地方在编印本资料过程中进行了必要的删减。由于我们水平不高，时间较紧，书中不足和失误之处在所难免，敬请同志们予以指正。

编 者

一九八四年十二月

目 录

一九七八年试题	1
一九七八年试题解答	3
一九七九年试题 (文史类)	12
一九七九年试题解答 (文史类)	14
一九七九年试题 (理工农医类)	19
一九七九年试题解答 (理工农医类)	21
一九八〇年试题 (文史类)	31
一九八〇年试题解答及评分说明 (文史类)	34
一九八〇年试题 (理工农医类)	41
一九八〇年试题解答及评分说明 (理工农医类)	44
一九八一年试题 (文史类)	55
一九八一年试题解答及评分说明 (文史类)	58
一九八一年试题 (理工农医类)	66
一九八一年试题解答及评分说明 (理工农医类)	70
一九八二年试题 (文史类)	82
一九八二年试题解答及评分说明 (文史类)	86
一九八二年试题 (理工农医类)	100
一九八二年试题解答及评分说明 (理工农医类)	104
一九八三年试题 (文史类)	120
一九八三年试题解答及评分说明 (文史类)	125
一九八三年试题 (理工农医类)	137
一九八三年试题解答及评分说明 (理工农医类)	142
一九八四年试题 (文史类)	164

一九八四年试题解答及评分说明 (文史类).....	169
一九八四年试题 (理工农医类).....	180
一九八四年试题解答及评分说明 (理工农医类).....	185

一九七八年试题

注意事项:

1. 理工科考生要求除作(一)~(四)题和(七)题外,再由(五)、(六)两题中选作一题。文科考生要求作(一)~(四)题,再由(五)、(六)两题中选作一题(完全作对这五个题的,折合为100分);不要求作第(七)题。

2. 考生解题作答时,不必抄题。但须准确地写明题号。例如(一)2、(五)等。

(一) (下列各题每题满分4分,五个题共20分)

1. 分解因式: $x^2 - 4xy + 4y^2 - 4z^2$ 。

2. 已知正方形的边长为 a 。求侧面积等于这个正方形的面积、高等于这个正方形边长的直圆柱体的体积。

3. 求函数 $y = \sqrt{\lg(2+x)}$ 的定义域。

4. 不查表求 $\cos 80^\circ \cos 35^\circ - \cos 10^\circ \cos 55^\circ$ 的值。

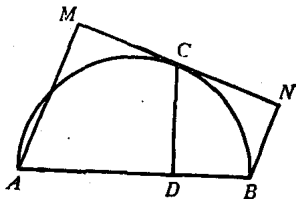
5. 化简: $\left(\frac{1}{4}\right)^{-\frac{1}{2}} \frac{(\sqrt{4ab^{-1}})^3}{(0.1)^{-2}(a^3b^{-4})^{\frac{1}{2}}}$

(二) (本题满分14分)

已知方程 $kx^2 + y^2 = 4$, 其中 k 为实数, 对于不同范围的 k 值, 分别指出方程所代表图形的类型, 并画出显示其数量特征的草图。

(三) (本题满分14分)

(如图) AB 是半圆的直径, C 是半圆上一点, 直线 MN 切半圆于 C 点, $AM \perp MN$ 于 M 点,



$BN \perp MN$ 于 N 点, $CD \perp AB$ 于 D 点。

求证: 1) $CD = CM = CN$

2) $CD^2 = AM \cdot EN$

(四) (本题满分12分)

已知 $\log_{18} 9 = a (a \neq 2)$, $18^b = 5$ 。求 $\log_{36} 45$ 。

(五) (本题满分20分。本题和第(六)题选作一题)

已知 $\triangle ABC$ 的三内角的大小成等差数列, $\tan A \tan C = 2 + \sqrt{3}$ 。求角 A 、 B 、 C 的大小, 又知顶点 C 的对边 c 上的高等于 $4\sqrt{3}$ 。求三角形各边 a 、 b 、 c 的长。(提示: 必要时可验证 $(1 + \sqrt{3})^2 = 4 + 2\sqrt{3}$)

(六) (本题满分20分)

已知: α 、 β 为锐角, 且

$$3\sin^2 \alpha + 2\sin^2 \beta = 1$$

$$3\sin 2\alpha - 2\sin 2\beta = 0$$

求证: $\alpha + 2\beta = \frac{\pi}{2}$

(七) (本题满分20分, 文科考生不要求作此题)

已知函数 $y = x^2 + (2m+1)x + m^2 - 1$ (m 为实数)。

1) m 是什么数值时, y 的极值是 0?

2) 求证: 不论 m 是什么数值, 函数图象 (即抛物线) 的顶点都在同一条直线 l_1 上。画出 $m = -1, 0, 1$ 时抛物线的草图, 来检验这个结论。

3) 平行于 l_1 的直线中, 哪些与抛物线相交, 哪些不相交? 求证: 任一条平行于 l_1 而与抛物线相交的直线, 被各抛物线截出的线段都相等。

一九七八年试题解答

解答

$$\begin{aligned} \text{(一) 1. [解] 原式} &= (x^2 - 4xy + 4y^2) - 4z^2 \\ &= (x - 2y)^2 - (2z)^2 \\ &= (x - 2y - 2z)(x - 2y + 2z) \end{aligned}$$

2. [解] 设直圆柱体的底面半径为 r 。则底面周长 $2\pi r = a$

$$\therefore r = \frac{a}{2\pi}$$

$$\therefore \text{体积} = \pi r^2 a = \pi \left(\frac{a}{2\pi} \right)^2 a = \frac{a^3}{4\pi}$$

3. [解]

$$\therefore \lg(2+x) \geq 0$$

$$\therefore 2+x \geq 1$$

$x \geq -1$ 为所求的定义域。

$$\begin{aligned} \text{4. [解法一] 原式} &= \sin 10^\circ \cos 35^\circ + \cos 10^\circ \sin 35^\circ \\ &= \sin(10^\circ + 35^\circ) \\ &= \sin 45^\circ \\ &= \frac{\sqrt{2}}{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{[解法二] 原式} &= \cos 80^\circ \cos 35^\circ + \sin 80^\circ \sin 35^\circ \\ &= \cos(80^\circ - 35^\circ) \\ &= \cos 45^\circ \end{aligned}$$

$$= \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\begin{aligned} 5. [\text{解}] \text{原式} &= (2^{-2})^{-\frac{1}{2}} \cdot \frac{(4ab^{-1})^{\frac{3}{2}}}{(10^{-1})^{-2}(a^3b^{-4})^{\frac{1}{2}}} \\ &= \frac{2 \cdot 2^3}{10^2} \cdot a^{\frac{3}{2} - \frac{3}{2}} \cdot b^{-\frac{3}{2} + 2} \\ &= \frac{4}{25} a^0 b^{\frac{1}{2}} \\ &= \frac{4}{25} b^{\frac{1}{2}} \end{aligned}$$

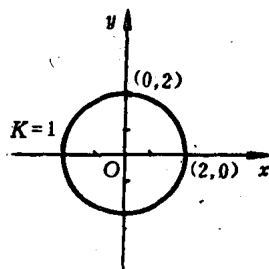
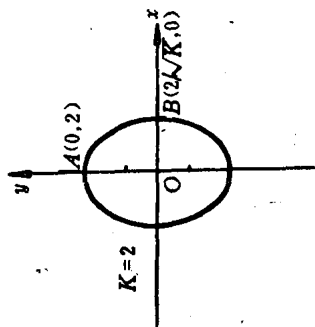
(二) [解] (注意: 只要求考生作出全面而正确的分析, 不要求写法和本题解完全一致。)

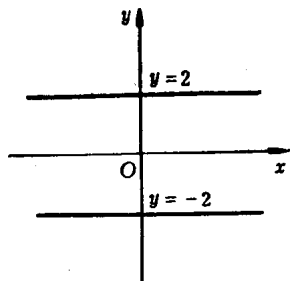
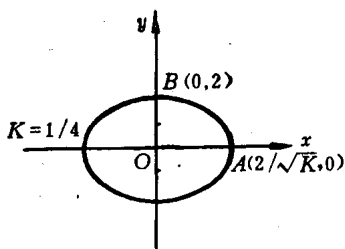
1) $K > 0$ 时, 方程的图形是椭圆, 中心在坐标原点。

i) $K > 1$ 时, 长轴在 y 轴上, 半长轴 = 2, 半短轴 = $\frac{2}{\sqrt{K}}$ 。

ii) $K = 1$ 时, 椭圆的特殊情况——圆, 半径 $r = 2$ 。

iii) $K < 1$ 时, 长轴在 x 轴上, 半长轴 = $\frac{2}{\sqrt{K}}$, 半短轴 = 2。





2) $K=0$ 时, 方程为 $y^2=4$ 。

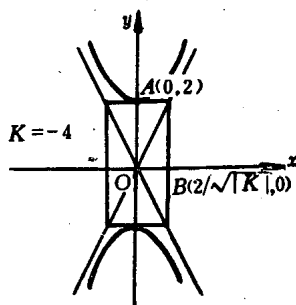
图形是两条平行于 x 轴的直线 $y = \pm 2$ 。

3) $K<0$ 时, 方程为

$$-\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{4} = 1,$$

$|K|$

图形是双曲线, 中心在坐标原点, 实轴在 y 轴上。



(三) [证]

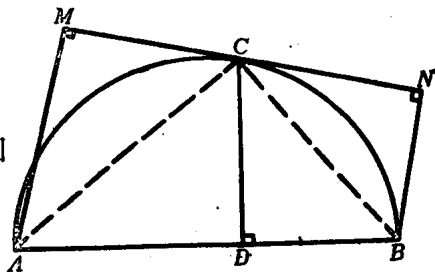
1) 连 CA 、 CB ,
则 $\angle ACB = 90^\circ$ 。

$$\angle ACM = \angle ABC$$

(弦切角等于同弧上的圆周角),

$$\angle ACD = \angle ABC$$

(同角的余角相等),



$$\therefore \angle ACM = \angle ACD$$

$$\therefore \triangle AMC \cong \triangle ADC$$

$$\therefore CM = CD$$

$$\text{同理} \quad CN = CD$$

$$\therefore CD = CM = CN$$

$$2) \because CD \perp AB, \angle ACB = 90^\circ$$

$$\therefore CD^2 = AD \cdot DB \quad (\text{比例中项定理})$$

$$\text{由1), 可知 } AM = AD, BN = BD$$

$$\therefore CD^2 = AM \cdot BN$$

$$(四) \text{〔解法一〕} \because \log_{18} 9 = a, \therefore 18^a = 9$$

$$\text{又} \quad 18^b = 5,$$

$$\therefore 45 = 9 \times 5 = 18^a \cdot 18^b = 18^{a+b}$$

$$\text{设} \quad \log_{36} 45 = x, \text{ 则 } 36^x = 45 = 18^{a+b}$$

$$\therefore \log_{18} 36^x = \log_{18} 18^{a+b}$$

$$x = \frac{a+b}{\log_{18} 36} = \frac{a+b}{1 + \log_{18} 2}$$

$$\text{但} \quad 36 = 2 \times 18 = 4 \times 9$$

$$\therefore \log_{18} (2 \times 18) = \log_{18} (2^2 \times 9)$$

$$\text{即} \quad 1 + \log_{18} 2 = 2 \log_{18} 2 + \log_{18} 9 = 2 \log_{18} 2 + a$$

$$\therefore \log_{18} 2 = 1 - a$$

$$\therefore x = \frac{a+b}{1 + (1-a)} = \frac{a+b}{2-a}$$

$$\text{〔解法二〕} \quad \log_{36} 45 = \frac{\log_{18} 45}{\log_{18} 36}$$

$$= \frac{\log_{18} 9 + \log_{18} 5}{\log_{18} 18 + \log_{18} 2}$$

$$= \frac{a+b}{1+\log_{18} 2}$$

以下解法同〔解法一〕。

$$(五) \text{〔解〕} \quad A+B+C=180^\circ$$

$$\text{又} \quad 2B=A+C$$

$$\therefore \quad 3B=180^\circ, \quad B=60^\circ, \quad A+C=120^\circ$$

$$\therefore \quad \operatorname{tg} A \operatorname{tg} C = 2 + \sqrt{3} \quad (1)$$

$$\text{而} \quad \operatorname{tg}(A+C) = \frac{\operatorname{tg} A + \operatorname{tg} C}{1 - \operatorname{tg} A \operatorname{tg} C}$$

$$\begin{aligned} \therefore \quad \operatorname{tg} A + \operatorname{tg} C &= (1 - \operatorname{tg} A \operatorname{tg} C) \operatorname{tg}(A+C) \\ &= [1 - (2 + \sqrt{3})] \operatorname{tg} 120^\circ \\ &= (-1 - \sqrt{3})(-\sqrt{3}) \\ &= 3 + \sqrt{3} \end{aligned} \quad (2)$$

由 (1), (2) 知 $\operatorname{tg} A$ 、 $\operatorname{tg} C$ 是 $x^2 - (3 + \sqrt{3})x + 2 + \sqrt{3} = 0$ 的二根。

解这方程得 $(x-1)[x-(2+\sqrt{3})]=0$

$$\therefore \quad x_1 = 1, \quad x_2 = 2 + \sqrt{3}$$

设 $A < C$, 则得 $\operatorname{tg} A = 1, \operatorname{tg} C = 2 + \sqrt{3}$

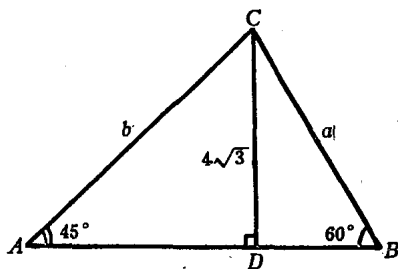
$$\therefore \quad A = 45^\circ, \quad C = 120^\circ - 45^\circ = 75^\circ$$

又知 C 边上的高等于 $4\sqrt{3}$,

$$\therefore \quad a = \frac{4\sqrt{3}}{\sin 60^\circ} = \frac{4\sqrt{3}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = 8$$

$$b = \frac{4\sqrt{3}}{\sin 45^\circ} = \frac{4\sqrt{3}}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = 4\sqrt{6}$$

$$c = AD + DB$$



$$= b \cos 45^\circ + a \cos 60^\circ$$

$$= 4\sqrt{6} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} + 8 \cdot \frac{1}{2} = 4\sqrt{3} + 4$$

(六) [证法一] 由 $3\sin^2\alpha + 2\sin^2\beta = 1$, 得 $3\sin^2\alpha = \cos 2\beta$

由 $3\sin 2\alpha - 2\sin 2\beta = 0$, 得

$$\sin 2\beta = \frac{3}{2} \sin 2\alpha = 3 \sin \alpha \cos \alpha$$

$$\therefore \sin^2 2\beta + \cos^2 2\beta = 9 \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha + 9 \sin^4 \alpha$$

$$1 = 9 \sin^2 \alpha (\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha)$$

$$1 = 9 \sin^2 \alpha$$

$$\therefore \sin^2 \alpha = \frac{1}{9}, \quad \sin \alpha = \frac{1}{3} \quad (\alpha \text{ 为锐角})$$

$$\sin(\alpha + 2\beta) = \sin \alpha \cos 2\beta + \cos \alpha \sin 2\beta$$

$$= \sin \alpha (3 \sin^2 \alpha) + \cos \alpha (3 \sin \alpha \cos \alpha)$$

$$= 3 \sin \alpha (\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha)$$

$$= 3 \sin \alpha = 1$$

$$\therefore \alpha + 2\beta = \frac{\pi}{2}$$

[证法二] 由 $3\sin 2\alpha = 2\sin 2\beta$ 得

$$3 \sin \alpha \cos \alpha = 2 \sin \beta \cos \beta$$

$$\therefore 9\sin^2\alpha\cos^2\alpha = 4\sin^2\beta\cos^2\beta$$

$$9\sin^2\alpha(1-\sin^2\alpha) = 4\sin^2\beta(1-\sin^2\beta)$$

$$\therefore \sin^2\beta = \frac{1}{2}(1-3\sin^2\alpha)$$

$$\therefore 9\sin^2\alpha(1-\sin^2\alpha) = 4 \cdot \frac{1}{2}(1-3\sin^2\alpha) \left[1 - \frac{1}{2} \cdot \right.$$

$$\left. \cdot (1-3\sin^2\alpha) \right]$$

$$= 2(1-3\sin^2\alpha) \cdot \frac{1}{2}(1+3\sin^2\alpha)$$

$$= 1-9\sin^4\alpha$$

$$\therefore 9\sin^2\alpha = 1$$

$$\sin\alpha = \frac{1}{3} \quad (\alpha \text{ 为锐角})$$

以下同〔证法一〕。

(七)〔解〕1) 用配方法得

$$y = \left(x + \frac{2m+1}{2} \right)^2 - \frac{4m+5}{4}$$

$$\therefore y \text{ 的极小值为 } -\frac{4m+5}{4}$$

所以当极值为 0 时, $4m+5=0$, $m = -\frac{5}{4}$

2) 函数图象抛物线的顶点坐标为

$$\left(-\frac{2m+1}{2}, -\frac{4m+5}{4} \right)$$

即

$$x = -\frac{2m+1}{2} = -m - \frac{1}{2}$$

$$y = -\frac{4m+5}{4} = -m - \frac{5}{4}$$

二式相减得 $x - y = \frac{3}{4}$

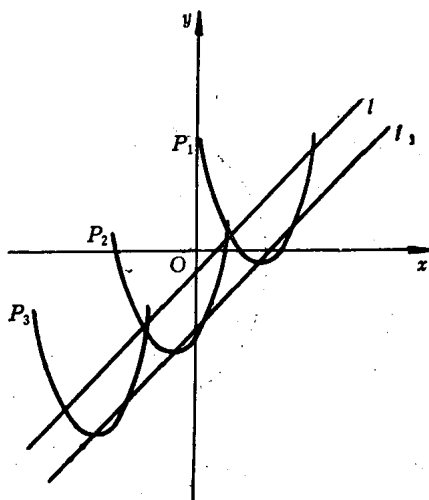
此即各抛物线顶点坐标所满足的方程，它的图形是一条直线，方程中不含 m 。因此，不论 m 是什么数值，抛物线的顶点都在这条直线 $l_1: x - y = \frac{3}{4}$ 上。

当 $m = -1, 0, 1$ 时， x, y 之间的函数关系为

$$y + \frac{1}{4} = \left(x - \frac{1}{2}\right)^2$$

$$y + \frac{5}{4} = \left(x + \frac{1}{2}\right)^2$$

$$y + \frac{9}{4} = \left(x + \frac{3}{2}\right)^2$$



分别作出它们的图象 P_1 、 P_2 、 P_3 。

它们的顶点都在直线 l_1 上。

3) 设 $l: x - y = a$ 为任一条平行于 l_1 的直线。

与抛物线 $y = x^2 + (2m+1)x + m^2 - 1$ 方程联立求解。

消去 y , 得 $x^2 + 2mx + m^2 - 1 + a = 0$ 。

$$\therefore (x+m)^2 = 1-a$$

因而当 $1-a \geq 0$ 即 $a \leq 1$ 时, 直线 l 与抛物线相交, 而 $1-a < 0$ 即 $a > 1$ 时, 直线 l 与抛物线不相交。

$$\text{当 } a \leq 1 \text{ 时, } x = -m \pm \sqrt{1-a}$$

即直线 l 与抛物线两交点横坐标为

$$-m - \sqrt{1-a}, \quad -m + \sqrt{1-a}$$

因直线 l 的斜率为1, 它的倾斜角为 45° 。

$\therefore$ 直线 l 被抛物线截出的线段等于

$$[(-m + \sqrt{1-a}) - (-m - \sqrt{1-a})] \sqrt{2} = 2\sqrt{2(1-a)}$$

而这与 m 无关。

因此直线 l 被各抛物线截出的线段都相等。

