测量不确定度与检验

——国际文献、标准选译

李慎安　张景信　　译

中　国　计　量　出　版　社

测量不确定度与检验

——国际文献、标准选译

李慎安　张景信　译

中国计量出版社

内 容 简 介

本书收集了国际计量委员会、国际标准化组织和联邦德国至1986年以来所公布的有关测量不确定度概念及计算的建议和标准共九件，其中特别是国际计量委员会的建议，我国计量学界自1984年来的会议文件中指明应以它作为基础统一对不确定度的分析方法和表达方式，并应在国内积极推广试用。

可供计量、标准化、质量检测和监督以及实验技术部门使用、参考。

测量不确定度与检验

——国际文献、标准选译

李慎安　张景信　译

责任编辑　刘宝兰

中国计量出版社出版

北京和平里11区7号

中国计量出版社印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行

开本 787×1092/16　印张 14.75 字数357千字

1989年12月第1版　1989年12月第1次印刷

印数 1—6 500

ISBN 7-5026-0273-9/TB·224

定价 6.20元

前　言

比较长的时期以来，无论是在国内还是国外，对测量数据的处理以及测量结果不确定度的表达形式和概念，均存在不同程度的分歧和混乱。鉴于这一情况，国际计量局（BIPM）经过几年的讨论研究，于1980年提出过关于不确定度的建议书INC-1，国际标准化组织的第69技术委员会（ISO TC 69）自70年代后期至最近，也陆续公布了有关的一批国际标准。联邦德国在INC-1公布后，于1983和1985年末分别公布了有关测量不确定度的两个标准。以上文件，对我国计量学界有重要意义，是重要参考文献。出版和研究这些文献对促进我国计量学界在测量不确定度的统一理解，对测得数据的处理以及正确地运用测量结果，将起到重要作用，从而在不久能提出我国的这方面的标准。这就是出版本书的目的。

译　者

1988．5．

目　录

一　国际计量委员会 INC-1（1980）　不确定度工作组织的建议书 ……………………（1）
二　联邦德国标准 DIN 1319 分号 3　1983 年 8 月　计量学基本概念——测量不确定度及计量器具评定 ……………………………………………………………（2）
三　联邦德国标准 DIN 1319 分号 4　1985 年 12 月　计量技术基本概念——测量结果评定中的不确定度处理 ……………………………………………………（21）
四　国际标准 ISO 2602（第二版　1980-02-15）检测数据的统计处理——平均值的估算——置信区间 …………………………………………………………（48）
五　国际标准 ISO 2854（第一版　1976-02-15）检测数据的统计处理——平均值和方差的估算与检验方法 ……………………………………………………（55）
六　国际标准 ISO 3207（第一版　1975-05-15）检测数据的统计处理——统计容许区间的确定 ……………………………………………………………………（99）
七　国际标准 ISO 3301（第一版　1975-08-15）检测数据的统计处理——成对观测情况下两平均值的比较 …………………………………………………………（114）
八　国际标准 ISO 3494（第一版　1976-12-01）检测数据的处理——平均值和方差检验的功效 ……………………………………………………………………（120）
九　国际标准 ISO 5725（第二版　1986-09-15）检测方法的精密度——通过实验室间的检测对标准检测方法的重复性及其复现性的确定 ……………………（162）
参考资料　算术平均值与实验标准偏差的计算 ……………………………………（219）

一　国际计量委员会　INC-1（1980）

不确定度工作组织的建议书

1　测量结果的不确定度一般包含几个分量，按其数值评定方法，这些分量可归纳两类：

A类：用统计方法计算的那些分量；

B类：用其他方法计算的那些分量。

A类和B类与以前用的“随机（偶然）”和“系统”不确定度不一定有一个简单的对应关系。“系统”不确定度这个术语会引起误解。应避免使用。

任何详细的不确定度报告应该有各个分量的完整表格材料，每个分量应详细说明其数值获得方法。

2　A类分量用估计方差 s_i^2 或估计标准偏差 s_i 和自由度 ν_i 表达。必要时，估计协方差应给出。

3　B类分量用量 u_j^2 表达。它考虑作为假设存在的相应方差的近似。象方差那样去处理 u_j^2，象标准偏差那样去处理量 u_j，必要时，协方差应该用相似方式处理之。

4　用对方差合成的通常方法，可以得到合成不确定度的表达值。合成不确定度及其分量，应用标准偏差形式表达。

5　对特殊用途，若须对合成不确定度乘以一个因子以获得总不确定度时，所乘的因子通常必须加以说明。

二　联邦德国标准 DIN 1319 分号 3　1983 年 8 月

计量学基本概念——测量不确定度及计量器具评定

分　目　录

1　目的与适用范围
2　一般原理
3　测量偏差的种类与原因
4　实验条件
5　测量列中量值的随机离散的计算
6　测量不确定度 u
7　测量结果
8　计量器具的评定
附录 A 举例

1　目的与适用范围

本标准适用于对物理量测量结果的评定及其量值的表达，也适用于计量器具的评定。

本标准的目的是明确在直接测量方法中，测量不确定度的概念以及其数值的计算规则。至于其他测量方法，例如，通过若干量的测量，按照函数关系求出某一物理量的情况，本标准不予涉及，将在另外的标准中再加以规定。此外，在第 8 节中，对评定计量器具的某些概念，给出了定义。

2　一般原理

任何测量的目的，都是要得出被测量的真实值。由于在 3.1 节中提出的一些原因，出现对测量的影响而导致测量偏差存在（以下往往简称为“偏差）。这也就是为什么不能得到真值 x_w 的原因。如何从某一被测量的测量列中的每个单次的测得值 x_i 求出随机变量 X 的问题，因此便提出来了。随机变量 X 服从或然分布，这种分布通过两个参数来表达，一是期望值 μ，二是标准偏差 σ。在没有系统偏差 u_s（参阅 3.3 节）的情况下，期望值 μ 与真值 x_w 一致。而标准偏差 σ 则是单个测得值对被测量的期望值的随机性偏差离散程度的一个指标（参阅 3.2 节）。

或然分布中的参数 μ 与 σ 在一般情况下都是未知的。要从测量列中计算出它们的估算值，一般来说，测量列中所得出的算术平均值 $\bar{x}$（参阅 5.1 节）即作为 μ 的估算值，而（实

验）标准偏差 s 即作为 σ 的估算值（参阅 5.2 节）。由于测量列中的测得值本质上是个随机变量，从而 $\bar{x}$ 对 μ 以及 s 对 σ 之间的差也有随机的偏差。

如果从测得值分布规律的假设出发（在本标准中假定为正态分布），则通过 $\bar{x}$ 与 s 可以给出一个置信范围，它以给定的或然率（置信水平）$(1-\alpha)$ 与期望值 μ 相一致(见 5.3 节)通过这一置信范围，可以掌握随机偏差对测量结果的影响（参阅 DIN 1319 Teil 1）*。

至于已经掌握的系统偏差，则应通过修正值消除（参阅 3.3.2 节）。对于未知的系统偏差（参阅 3.3.3 节）通过扩大置信范围把它包括进去。至于把置信范围扩大到何种程度，这与按经验导出的未知系统偏差大小有关（参阅 6.2 节）。

由测量列所得到的最终测量结果，其构成是一个与被测量的真值 x_w 存在一个可能的相差范围的平均值，以包含其未知系统偏差。这个范围的上限与平均值之差，或是这个平均值与这个范围的下限之差，称之为测量不确定度。这两个差往往，但并不总是，相等的（参阅 6.3 与 7.1 节）。

3 测量偏差的种类与原因

3.1 测量偏差❶的原因

任一测得值以及任一被测量的测量结果，都不可避免地受到计量器具和测量装置、测量方法以及被测对象的不完善，此外由于环境和观测人员带来的影响，其中，这些影响还可能随时间变化。

作为环境影响，其中包括地点不同，时间的变化而带来的如：温度、大气压力、湿度、电压、频率、电场或磁场等的变化，都需引起注意（参阅 8.3.1 节注 2，关于影响量）。

作为观测人员的影响，与观测者个人的特性、熟练程度（例如：注意力、操作水平、眼力、估读能力）有关。

此外，测量结果也还可能被观测人员的过失所歪曲，为选择了不恰当的测量方法所歪曲。甚至为已知的但未加以防范的干扰所歪曲。这样一类问题带来的错误，在本标准中不予涉及。

3.2 随机偏差❷

量值（测量值）的离散

对某一目的物的多次测量中，由于不能掌握的对测得值的某些影响，而使测得值不等，在一个测量列中，测得值形成离散（见 5.1 节），并由此形成了测得值对真值的随机偏差。

这种随机离散可以通过适当的统计学的量来表达，并可通过估算值用数值表达（见 5 节）。得到一定程度可靠的估算值的前提是，要在适当的重复条件（见 4.1 节）下来测出测得值。测得值的随机离散与未知的系统偏差（见 3.3.3 节）一起，使测量结果不可靠。

只要没有系统偏差出现，平均值可视作真值的估算值。

注： 同一观测人员对同一目的物的同一被测量，以同一测量仪器在相同条件下的重复测量中，各个单次的测得值彼此不等，它们“随机地离散”(见 5 节)。

---

❶简称为偏差。

* 中国计量出版社 1988《计量学基本概念》中有此译文。——译者注

❷随机偏差过去曾称为随机误差，而系统偏差曾称为系统误差。而“误差”一词是另有含义的，用于计量器具的评定，见 8.2.2 节。

在一个测量列中单个测得值的离散，也可能由于被测目的物在测量过程中发生变化而造成，也就是，由于被测量本身的随机波动产生。这种情况下，实际上，平均值以及标准偏差往往照样有意义，这里，也照样可以给出一个置信范围，它同时反映了被测量的变动性。

被测目的物的不均匀性也可能是离散的主要根源；测量结果往往只能从大量的不同的单次测得值取平均值．例如，钢制件的硬度。

3.3 系统偏差❶

3.3.1 概述

系统偏差分为两类

a）在测量中，它恒以不变的大小和确定的符号（加或减）出现（例如：计量器具的不正确调整所带来的）；

b）随时间改变的系统偏差，它以固定的方向影响被测量的改变（例如：某个方向的温度变化过程、磨损、老化）。这类随时间产生的变化，在测量中应尽量避免．在任何一个测量结果中都会有系统偏差而在重复条件下（见 4.1 节）又不可能发现它。

注：在随机偏差从未知的系统偏差之间的严格区别往往不可能，而且也没有意义．例如，由充分多的参加者所进行的环形实验中，系统偏差也可作为随机偏差来处理。

3.3.2 已知系统偏差

已知系统偏差（包括随时间以确定关系变化的系统偏差）应该通过修正，按 8.2.5 节所提出的，予以消除．由此得到一个修正后的测得值。如果在测得值中所包含的系统偏差没有修正，则这个测得值是不正确的。

注：属于已知系统偏差的有，例如：对计量器具通过检定所给出的系统偏差；它可按 8.2.5 节作为修正值对测得值加以修正。

3.3.3 未知系统偏差

有这样一些系统偏差，能在实验的基础上予以估算或是明确它的存在，但是，它的大小及其符号无法肯定甚至完全不知道。这样一些未知系统偏差，在很多情况下（不能按统计学的方法）也能予以估计；因此，在测量不确定度的计算中，必须按一定的方式把它加进去（见 6.2 节与 6.3 节）。与之不同的是，也还有些未知系统偏差不能估算出来．

注：未知系统偏差可能由于测量仪器有未知的误差或是某种测量方法有不可避免的干扰影响而又不能予以排除或是予以修正而引起。

例：

利用接触法测量热量和温度的过程中的热损失，在这种情况下，只能通过其他方法或更好的设备来发现．

4 实验条件

在对某被测量的测得值加以评定之前，必须首先检查，是否所有这些测量是在同一条件下进行的，而且，各次测量是否彼此独立。在一些实验条件中，以下两种模棱两可的情况应予注意（见 DIN 55350 Teil 13 与 DIN ISO 5725)。

4.1 重复条件

重复条件的前提是：同一观测人员，按其一给定的测量方法，对同一被测目的物，在相

❶见前页❶。

同的实验条件下（用同一计量器具，在同一实验室内），在较短时间内进行多次测量．

在重复条件下所得出的标准偏差称为重复标准偏差 σ_r，根据这一已知重复标准偏差 σ_r，可以计算出，在重复条件下，以95%的或然率预期，在两个测得值之间的差值范围．这称为**可重复性**。

$$r=1.96\sqrt{2}\ \sigma_r\approx 2.77\,\sigma_r$$

（在 DIN ISO 5725 中，给出的值不是 2.77 而是 2.83，系按 $2\times\sqrt{2}$）

在重复条件下，一般存在相同的系统偏差．因此，通过重复测量列，不可能确定系统偏差。

4.2 比较条件

如果由不同的实验人员，按给定的相同实验方法，对某同一被测目的物在不同实验室条件下（用不同计量仪器，在不同的场所或不同实验室），在不同时间进行测量。这样的条件称为比较条件。

比较条件下的标准偏差，称为比较标准偏差 σ_R，通过已知的比较标准偏差 σ_R，可以计算出，在比较条件下，以95%的或然率预期，在两个测得值之间的差值范围。这称为可比较性。

$$R=1.96\sqrt{2}\ \sigma_R\approx 2.77\,\sigma_R$$

（在 DIN ISO 2575 中，给出的值不是 2.77 而是 2.83，系按 $2\times\sqrt{2}$）。

在比较条件下，由不同实验室所给出的测得值的比较中，可以发现彼此间的系统偏差，而这些问题在任何一个实验室内部，是不能确定的。

例：

在有些标准化的石油检验方法中，比较标准偏差 σ_R 大约等于重复标准偏差 σ_r 的两倍。

注 1：作为质量（品质好坏）的总括概念，重复标准偏差，可重复性，比较标准偏差，可比较性这样一些量（定量给出的量）往往总括地称之为**精密度**。

注 2：由于实验上得出重复标准偏差以及比较标准偏差，都需要相当长的时间（特别是有时还需要较多的实验室参加测量），因而，实验标准偏差 S_r 与 S_R 的统计值，常作为 σ_r 与 σ_R 来看待（见 5.2 节）。

5　测量列中量值的随机离散的计算

5.1 算术平均值 $\bar{x}$

设在重复条件下，对某一量进行了彼此独立的 n 次测量，则这个测量列中的 n 个单次测得值的算术平均值 $\bar{x}$，简称为平均值，由下式给出：

$$\bar{x}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}x_i \tag{1}$$

$\bar{x}$ 是期望值 μ 的估算值。

注：如果所得到的各个单个测得值彼此之间没有关联，无相互影响的共同因素，则称为彼此独立。

5.2 （实验）标准偏差 s

变化系数 v

在测量列中，n 个单次测量结果对其平均值 $\bar{x}$ 的随机离散度的数值计算是最重要的。称之为（实验）标准偏差 s：

$$s=\sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2}$$

$$=\sqrt{\frac{1}{n-1}\left[\sum_{i=1}^{n}x_i^2-\frac{1}{n}\left(\sum_{i=1}^{n}x_i\right)^2\right]} \qquad (2)$$

标准偏差的二次方称为“方差”s^2，或 σ^2。实验标准偏差 s 为方差 s^2 的正根，为标准偏差 σ 的估算值。

按实验标准偏差 s，可得出变化系数 ν，它常以%数值给出，在 $x\neq0$ 时：

$$\nu=\frac{s}{|\bar{x}|} \qquad (3)$$

注：为判定实验结果，常需画出所获得的单次测量的测得值按大小出现频繁次数的分布曲线。

5.3 期望值 μ 的置信极限与置信区间

5.3.1 概述

不应认为平均值 $\bar{x}$ 就是期望值 μ 或是真值 x_w（见 2 节），即令没有系统偏差存在也不应这样。但是，可以按给定的或然率（$1-\alpha$）给出，将已知系统偏差修正后的平均值 $\bar{x}$，在多大的范围内与期望值 μ 一致。对于期望值 μ 的这个极限称为置信极限，而这个极限的大小范围称之为置信区间。这里的（$1-\alpha$）称为置信水平。

在没有特别约定的情况下，置信水平应为：$1-\alpha=95\%$（参阅 ISO 3534）。

注：置信水平过去常称之为“统计的可靠度”，而用符号 P 表示。

在实际应用中，置信水平有以下不同情况：在物理学以及大地测量学中，往往按标准偏差的一倍（它本身的大小）值给出，从而，只有较低的置信水平 $1-\alpha=68.26\%$。物理常数* 的值，也是以标准偏差给出其不确定度的，同样其置信水平也是如此。在生物学中，长期以来采用较高的置信水平 $1-\alpha=99.73\%(3\sigma)$。最近，它被修约成为一个整数，例如，$1-\alpha=99\%$，这是国际上推荐的。在工业技术中，国际上也推荐了一个置信水平，定为 $1-\alpha=95\%$。例如，美国 ASTM 标准以及德国的石油方面的标准，全都以此为基础。

关于以上情况，人们经常要问，究竟采取怎样一个置信水平作为一个一致约定的根据来进行工作。但是，给出一个适用于一切情况的统一规定，是没有意义的，如果不提置信水平有什么特别要求时，则我们总应认为其置信水平 $1-\alpha=95\%$。

在本标准中，假定测得值是正态分布，而且，各个单次的测得值是彼此独立的。

在计算置信极限时，必须区别，是否标准偏差 σ 并不得知（例如在进行一种新的实验），还是通过过去的测量实践，对它已充分掌握的两种情况。

5.3.2 未知标准偏差 σ 情况下置信极限和置信区间。

很多实际情况是，从 n 次测得值的测量列，按式（2），只能算出实验标准偏差 s。在这种情况下，置信极限是对称地在其平均值两侧的，对于其期望值 μ 来说，由下式给出：

* 物理常数即为自然常量。——译者注

表1 在置信水平（$1-\alpha$）的各种不同数值情况下的 t 与 $t/\sqrt{n}$ 之值

单次测得值的数 n	$1-\alpha=68.26\%$		$1-\alpha=90\%$		$1-\alpha=95\%$		$1-\alpha=99\%$		$1-\alpha=99.5\%$		$1-\alpha=99.73\%$	
	t	$t/\sqrt{n}$	t	$t/\sqrt{n}$	t	$t/\sqrt{n}$	t	$t/\sqrt{n}$	t	$t/\sqrt{n}$	t	$t/\sqrt{n}$
2	1.84	1.30	6.31	4.46	12.71	8.98	63.66	45.01	127.32	90.03	235.8	166.7
3	1.32	0.76	2.92	1.69	4.30	2.48	9.93	5.73	14.09	8.13	19.21	11.09
4	1.20	0.60	2.35	1.18	3.18	1.59	5.84	2.92	7.45	3.73	9.22	4.61
5	1.15	0.51	2.13	0.95	2.78	1.24	4.60	2.06	5.60	2.50	6.62	2.96
6	1.11	0.45	2.02	0.82	2.57	1.05	4.03	1.65	4.77	1.95	5.51	2.25
8	1.08	0.38	1.90	0.67	2.37	0.84	3.50	1.24	4.03	1.42	4.53	1.60
10	1.06	0.34	1.83	0.58	2.26	0.71	3.25	1.03	3.69	1.17	4.09	1.29
13	1.05	0.29	1.78	0.49	2.18	0.60	3.05	0.85	3.43	0.95	3.76	1.04
20	1.03	0.23	1.73	0.39	2.09	0.48	2.86	0.64	3.17	0.71	3.45	0.77
30	1.02	0.19	1.70	0.31	2.05	0.37	2.76	0.50	3.04	0.56	3.28	0.60
32	1.02	0.18	1.70	0.30	2.04	0.36	2.74	0.49	3.02	0.53	3.26	0.58
50	1.01	0.14	1.68	0.24	2.01	0.28	2.68	0.38	2.94	0.42	3.16	0.45
80	1.00	0.11	1.66	0.19	1.99	0.22	2.64	0.30	2.89	0.32	3.10	0.35
100	1.00	0.10	1.66	0.17	1.98	0.20	2.63	0.26	2.87	0.29	3.08	0.31
125	1.00	0.09	1.66	0.15	1.98	0.18	2.62	0.23	2.86	0.26	3.07	0.27
200	1.00	0.07	1.65	0.12	1.97	0.14	2.60	0.18	2.84	0.20	3.04	0.21
超过200（这时，$t=t_\infty$）	1.00	$\frac{1.00}{\sqrt{n}}$	1.65	$\frac{1.65}{\sqrt{n}}$	1.96	$\frac{1.96}{\sqrt{n}}$	2.58	$\frac{2.58}{\sqrt{n}}$	2.81	$\frac{2.81}{\sqrt{n}}$	3.00	$\frac{3.00}{\sqrt{n}}$

$$\left.\begin{aligned}&\text{上置信限：}\ \bar{x}+\frac{t}{\sqrt{n}}\cdot s\\ &\text{下置信限：}\ \bar{x}-\frac{t}{\sqrt{n}}\cdot s\end{aligned}\right\} \tag{4}$$

式中 t 的值与所选定的置信水平 $(1-\alpha)$ 有关，而且也与单次测量的次数 n 的大小有关。对于以下六种置信水平：$1-\alpha=68.26\%$、90.0%、95.0%、99.0% 以及 99.73% 来说，t（按学生氏 t 分布）因子以及 $t/\sqrt{n}$ 在表 1 中给出，可以看出，当 n 较小，而 σ 又未知时，就必定会出现一个较大的置信区间。

注：表 1 的第 1 栏，给出的单次测量次数 n 在其他地方的表中，往往代以 $f=n-1$。

5.3.3 当标准偏差 σ 为已知时的置信极限与置信区间。

当按过去测量结果，对标准偏差 σ 已充分查明的情况下，通过 n 次测量，对期望值 μ 的置信极限以及置信区间由表 2 给出。

表 2 在标准偏差 σ 已知时，期望值 μ 的置信极限和置信区间

置信水平 $(1-\alpha)\%$	置信下限	置信上限	置 信 区 间
68.26	$\bar{x}-\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$	$\bar{x}+\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$	$\bar{x}-\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\leqslant\mu\leqslant\bar{x}+\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$
90.0	$\bar{x}-\frac{1.65\sigma}{\sqrt{n}}$	$\bar{x}+\frac{1.65\sigma}{\sqrt{n}}$	$\bar{x}-\frac{1.65\sigma}{\sqrt{n}}\leqslant\mu\leqslant\bar{x}+\frac{1.65\sigma}{\sqrt{n}}$
95.0	$\bar{x}-\frac{1.96\sigma}{\sqrt{n}}$	$\bar{x}+\frac{1.96\sigma}{\sqrt{n}}$	$\bar{x}-\frac{1.96\sigma}{\sqrt{n}}\leqslant\mu\leqslant\bar{x}+\frac{1.96\sigma}{\sqrt{n}}$
99.0	$\bar{x}-\frac{2.58\sigma}{\sqrt{n}}$	$\bar{x}+\frac{2.58\sigma}{\sqrt{n}}$	$\bar{x}-\frac{2.58\sigma}{\sqrt{n}}\leqslant\mu\leqslant\bar{x}+\frac{2.58\sigma}{\sqrt{n}}$
99.5	$\bar{x}-\frac{2.81\sigma}{\sqrt{n}}$	$\bar{x}+\frac{2.81\sigma}{\sqrt{n}}$	$\bar{x}-\frac{2.81\sigma}{\sqrt{n}}\leqslant\mu\leqslant\bar{x}+\frac{2.81\sigma}{\sqrt{n}}$
99.73	$\bar{x}-\frac{3\sigma}{\sqrt{n}}$	$\bar{x}+\frac{3\sigma}{\sqrt{n}}$	$\bar{x}-\frac{3\sigma}{\sqrt{n}}\leqslant\mu\leqslant\bar{x}+\frac{3\sigma}{\sqrt{n}}$

6 测量不确定度 u

由一个测量列得到的测量结果中，如在其算术平均值 $\bar{x}$ 中，已按已知的系统偏差进行了修正，则它与被测量的真值之间的差，存在某一估算的间隔（区间）范围。这个范围的上限与修正过的平均值间的差，也就是修正过的平均值与这个范围的下限之差，称之为测量不确定度 u，通常这两个差相等，但也并非总是相等，参阅 7.1 节。

注：被测量的真值存在范围的估算总幅度，也就是其上限与下限之差，不得称为不确定度。

以下给出测量不确定度 u 的基本计算规则。测量不确定度包括两部分。第一部分涉及随

机的偏差（随机分量 u_z）；另一部分涉及未掌握的（未知的）系统性偏差（系统分量 u_s）。

6.1 随机分量 u_z的值

在随机分量 u_z值（参阅 3.2 节）的计算中，必须区别以下三种情况：

6.1.1 在重复标准偏差 σ_r未知的情况下，重复条件下的测量列

设测量列是在重复条件（根据 4.1 节要求）所进行的，则

$$u_z = \frac{t}{\sqrt{n}} \cdot s \tag{5}$$

如 5.3 节所述，它就是具有给定置信水平的测量列期望值 μ 的置信区间的半宽。

6.1.2 在已知重复标准偏差 σ_r的情况下，重复条件的测量列中单次值较少的测量列

常有这样的情况，每一单次测量都花费很高的代价，而这种测量方法的随机性偏差的标准偏差 σ_r，按过去所进行的测量又属于已知的，则采用下式是恰当的。

$$u_z = \frac{t_\infty}{\sqrt{n}} \cdot \sigma_r \tag{6}$$

以不太多的 n 个测得值 x_i的平均值 $\bar{x}$ 作为测量结果，比只按单一测得值作为测量结果好得多。与此相反，由这种不太多的 n 次所计算出的置信区间（见 6.1.1 节），则比按经验所计算出的值 σ_r大得多（见例 A.2）。

6.1.3 在已知重复标准偏差 σ_r时的单一测得值

设有一单次测得值，而其重复偏差 σ_r是已知的（见 4.1 节），则

$$u_z = t_\infty \cdot \sigma_r \tag{7}$$

设已给出其可重复性 r（见 4.1 节），则可计算出其重复标准偏差 $\sigma_r = r/2.77$。

若 σ_r未知，则可以借用仪器生产厂给出的 u_z值，或者按经验估算 u_z值。

注（对 6.1 节而言）：5.3 节所给出的计算式只适用于测得值是正态分布的前提。如果没有给出这一前提，则期望值 μ 的置信区间就不能以某一或然率给出。在这样的情况下，测量不确定度 u 的随机分量 u_z用 $s/\sqrt{n}$ 来给出，却也还是有意义的，其中 s 为实验标准偏差，而 n 为单次测量的数目。

6.2 系统分量 u_s的值

一般来说，系统分量 u_s只能借助于充分多的实验方法（或由仪器制造厂所提供的方法或数据）来估算。在这样的估算中，应该确定所希望的，但又是不致被超出的值。往往不太能确切地知道未知的正系统偏差与未知的负系统偏差是否可以设它们相等，从而只能给出一个单一的值 u_s。

注：在某些特殊情况下，为要对未知系统性偏差作出定量的判断，允许按照给定的（标准化的）测量方法，在严格注意实验条件的情况下，有充分多的实验室参加所构成的闭环实验（Ringversuch）来予以估算是可能的。（见 DIN ISO 5725 和 DIN 51848 Teil 1 至 Teil 3），这种闭环实验（方差分析）的数据，可以用于得出第 4 节所说的量：可重复性 r 以及可比较性 R。在 r 与 R 之间的差别，虽是未知的，但是，在不同实验室里，各个室内部存在的系统偏差却是不等的，从而可以估算出它们各自的大小（参阅 3.3.3 节的注，为查明系统偏差采用不同测量方法的优点）。

6.3 测量不确定度 u 的分量 u_z 与 u_s 的合成

将分量u_z与u_s合成为测量不确定度u有好多形式。如果未知系统偏差不能估算出，则u_z必须作为测量不确定度给出，并且说明，在u中只包括了随机偏差。

6.3.1 方法 1（线性相加）

最简单而且也是较为保险的合成方式就是线性相加：

$$u = u_z + u_s \tag{8}$$

当这两个分量中的一个显著地大于另一个的情况下，往往推荐采用这种相加合成，这对于测量不确定度估算过高的危险也较小。

6.3.2 方法 2（平方相加）

如果系统分量u_s的获得方法与随机分量u_z的获得方法相同，则可以按：

$$u = \sqrt{u_z^2 + u_s^2} \tag{9}$$

当这两个分量u_z与u_s大约相等的情况下，只要符合上述前提，常推荐采用这一方式。

注：在有怀疑，不定的情况下，既可以用方法 1，也可以用方法 2。

7 测量结果

7.1 测量结果的一般表达

测量列的平均值$\bar{x}$（见 5.1 节），应是按已知系统偏差修正过的（见 3.3.2 节），按修正值K（见 8.2.5 节），可得经修正的平均值$\bar{x}_E$：

$$\bar{x}_E = \bar{x} + K \tag{10}$$

而测量结果y必须是除了包括修正值K外，还包括 6.3 节所得的测量不确定度u的下述形式：

$$y = \bar{x}_E \pm u \tag{11}$$

式（11）的前提是：对平均值来说，测量不确定度向上和向下的极限是相等的、至于另外的情况，即其测量不确定度向上和向下不相等时，按规则，除给出其平均值$\bar{x}_E$外，分别给出两个测量不确定度。如果说只应给出一个不确定度时，则应给出其中较大的一个。

往往，附带给出标准偏差也是有用的。

注 1：在只有单一测得值的情况下，这个值就替代上述式中的平均值$\bar{x}$，它修正后就是$\bar{x}_E$。

注 2：对于测量结果不能定量地给出其“准确度”时*，它只能用不确定度（见 6 节）的概念。

给出测量结果的例：

按工业上的习惯，置信水平一般取 $1-\alpha=95\%$。

a）某一分度值为 0.1℃ 的温度计，其测量不确定度的随机分量为 $u_z=0.02$ ℃。在这一情况下，忽略其系统分量u_s不计，可以给出其测量结果 $t=(21.54\pm0.02)$℃。

b）在测量金属热导率中，其相对测量不确定度（见 7.2 节）为 $\varepsilon=2\%$。

测量结果（Al 样品）：

$$\begin{aligned}\lambda &= \bar{x}_E(1\pm\varepsilon)\\ &= 220.0(1\pm0.02)\ \mathrm{W/(m\cdot K)}\end{aligned}$$

---

* 这里准确度一词原文系 Genauigkeit 在 DIN 1319的 Teil 2 中并没有它的定义。——译者注

c) 被测量的频率 $f=10.380\,62$ MHz，其不可靠为 10 Hz（不确定度 10Hz）。

测量结果：$f=10.380\,62\,\text{MHz}\pm1\times10^{-5}\text{MHz}$

d) 某石油样品的运动粘度，用乌别洛特粘度计测量，通过单次实验测出：

$$\nu=125.0\ \text{mm}^2/\text{s}$$

根据长期经验，已知其比较标准偏差为：

$\sigma_R=0.3\ \text{mm}^2/\text{s}$，则其测量结果表达为：

$$\begin{aligned}\nu &= x_E \pm t_z\cdot\sigma_R\\ &=125.0\ \text{mm}^2/\text{s}\pm1.96\times0.3\ \text{mm}^2/\text{s}\\ &=(125.0\pm0.6)\text{mm}^2/\text{s}\end{aligned}$$

7.2 相对测量不确定度

测量不确定度 u 与修正后的平均值 $\bar{x}_E$ 间的商就是相对测量不确定度 ε：

$$\varepsilon=\frac{u}{\bar{x}_E} \tag{12}$$

因此，在对称情况下，测量结果给出为：

$$y=\bar{x}_E(1\pm\varepsilon) \tag{13}$$

7.3 对于十分准确的测量，其测量结果的给出

由 n 个相互独立的单次测得值构成的测量列求出的测量结果，如果包含有下列数据，对于十分准确的测量，应全面地给出：

a) 修正后的平均值 $\bar{x}_E$〔按式（1）将平均值中的已知系统偏差修正〕；

b) 单次测得值的数量 n 以及标准偏差 s；

c) 按所预定的（$1-\alpha$）得出的随机分量 u_z；

d) 系统分量 u_s；如果需要，还应给出其中所包含的部分。

8 计量器具的评定

对于计量器具，可以根据它所给出的测得值内包含的系统偏差和随机偏差来评定。

8.1 计量器具按随机偏差的评定

通过计量器具对某一量的测量所得到的值中的随机偏差（见 3.2 节），可以利用重复条件下的测量列加以评定。它给出了计量器具精密度（Präsision）的定量指标，例如，按重复标准偏差（见 4.1 节）的形式。

注：必须注意到重复标准偏差在测量条件下有任何变化时，都可能导致其大小发生变化（如被测量取了另外的值，使用到计量器具另外的测量范围）。

8.2 计量器具按系统偏差的评定

8.2.1 概述

期望值 μ 与真值 x_w 之间的差，总不能准确地给出，因为不仅期望值 μ，而且其真值 x_w 原则上都是未知的。我们常用充分大量的单次测得值的算术平均值 $\bar{x}_a$ 来代替期望值，用适当正确的值（协议正确的值）x_r 来代替真值 x_w。正确值可以是用未知系统偏差明显比较小的计量器具测出的（指比要评定的计量器具的系统偏差小很多）。它往往是通过标准仪器或标准器测出的。

注：如果以估算值

$$\bar{x}_a-x_r$$

来代替系统偏差 $\mu - x_w$ 用于评定，而差

$$\mu - x_w - (\bar{x}_a - x_r)$$
$$= (\mu - \bar{x}_a) - (x_w - x_r)$$

仍应作为未知系统偏差而保留。

但是，就不能再继续存在，当可以借助在重复条件下扩大测量列的 n 而使 $\mu - \bar{x}_a$ 减小，以及借助引用更为准确的计量器具进行检定，而使 $x_w - x_r$ 减小，以用于被评定的计量器具的检定。

8.2.2 指示式计量器具

如果被评定的是指示式计量器具，在此计量器具上所读取的“指示”值（本标准以下角标 a 区别）的算术平均值 $\bar{x}_a$。假若已知被评定计量器具的随机偏差大大地小于其系统偏差，经常只需要一个示值就够了。这样，所确定的系统偏差为：

$$\left.\begin{aligned} A_a &= \bar{x}_a - x_r \\ \text{或}\quad A_a &= x_a - x_r \end{aligned}\right\} \qquad (14)$$

这样确定的系统偏差可以称为“误差”*。

注 1：这里示值 x_a 在很多计量技术领域中称之为实际示值（Ist-Anzeige）。其词头“Ist-”与另一个词头“Soll-”**在这里均应避免引用，因为它们常被误解。

注 2：在某些个别情况下，约定按示值进行计算是恰当的（例如：只用单次测得值或预定重复数量；如 $n = 3$，所得到的平均值）。

注 3：给出间接示值的计量器具（见 DIN 1319 Teil 2），可按同样方式予以评定。只要把给出的值（测量输出或其他信号）代替示值（读数）即可。

8.2.3 量具

如评定的计量器具是量具，则与示值（参阅 8.2.2 节）x_a 相当的值即为量具的标称值 x_A（下标为 A）。正确值 x_r 则通过对量具的检定得出。例如，与标准器比较。因而，给出的系统偏差（对名义值）为：

$$A_A = x_A - x_r \qquad (15)$$

这一系统偏差可称之为“误差”。

注 1：在本标准中，量具也作为计量器具。在其评定中要检定其标称值（示值），并由此给出其系统偏差 $x_A - x_r = A_A$，标称值对正确值的系统偏差。

与之相反，如在长度计量等个别领域中，例如量块，它本身又作为被测对象（制品）来对待时，我们要检验其尺寸与其标称值所给出的正确尺寸（应具备的尺寸）相差有多大。因此，通常给出差值 $x_r - x_A$ 作为偏差；这个偏差的符号与按式（15）所计算的系统偏差 A_A 的符号相反。

注 2：量具上刻的值也称为称呼值（名义值）。这与技术上使用的另一个词：“Nenn-went-Begniff”的含义有混淆的危险而应避免使用（见 DIN 55350 Teil 12 与 DIN 40200）。在有可能混淆的情况下，应指明所确定的偏差。

---

* 这里误差一词，在原文中用的是 Fehler。——译者注

** 其含义为应有的、规定的。——译者注