

世界塑性加工最新技术

译文集

机械工业出版社

世界塑性加工最新技术

译 文 集

中国机械工程学会锻压学会

中国金属学会轧钢学会

译



机械工业出版社

本书是第一届国际塑性加工会议论文集。收入论文215篇，补遗3篇，共218篇。

论文集中代表了世界各国塑性加工的最新水平。它反映了塑性加工领域的最新技术和最新成就。

该书内容极其广泛。它涉及到轧制、挤压、拉拔、板材成形、锻造等传统加工工艺；新开发的粉末锻造、高能率成形、回转成形、超塑成形等新工艺和CAD/CAM、FMS等新技术以及塑性加工理论、工艺润滑、材料试验等。

本书可供从事冶金、金属学、塑性加工方面的工程技术人员和大专院校师生参考。

世界塑性加工最新技术

译 文 集

中国机械工程学会锻压学会 译
中国金属学会轧钢学会

责任编辑：王兴垣 仲晖 曲彩云

封面设计：田淑文

*

机械工业出版社出版（北京阜成门外百万庄南里一号）

（北京市书刊出版业营业许可证出字第117号）

北京龙华印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行·新华书店经售

*

开本 787×1092¹/₁₆·印张 71 1/2·插页 2·字数 22 41 千字

1978年12月北京第一版·1987年12月北京第一次印刷

印数 0,001-2,380·定价18.00元

*

科技新书目：161-097

统一书号：15033·6605

译审委员会

主任委员: 程秉恒 海锦涛

副主任委员: 王焰山 贺毓辛 贾武章

俞新陆 王仲仁 肖景容

阮雪榆 姜奎华 林秀安

委员: 周贤宾 张承鉴 胡正寰 梁炳文

霍文灿 王祖唐 朱 泉 吴隆华

罗子健 李铁生 何 钿 颜寿葵

周大隼 王兴垣 余同希 赵林春

译者前言

《世界塑性加工最新技术》是第1届国际塑性加工会议的论文集。书中收入论文215篇，此外还有补遗3篇共218篇。其中有中国作者的论文14篇。

论文的作者很多是当今世界各国塑性加工领域的权威和学科带头人。论文集代表了世界各国塑性加工的最新水平。它反映了塑性加工领域的最新技术和最新成就。

该书内容极其广泛。它涉及到轧制、挤压、拉拔、板材成形、锻造等传统加工工艺；新开发的粉末锻造、高能率成形、回转成形、超塑成形等新工艺和CAD/CAM、FMS等新技术；以及塑性加工理论、工艺润滑、材料试验等。

全书分5部分，主要内容如下：

第1部分，塑性加工新材料和材料的试验；板材成形、锻造、轧制、拉拔和挤压工艺中的摩擦、磨损和润滑，以及它们的机理和评定方法。

第2部分，塑性加工新工艺——粉末锻造、高能率成形和回转成形等的研究和应用。塑性加工工艺CAD/CAM的研究，及在锻造和轧制等工艺上的应用。塑性加工的挠性加工系统（FMS）的开发，及在多品种、小批量生产中的应用。

第3部分，板材的可成形性和成形极限的影响因素，及其评定方法；板材成形旧工艺（剪切、弯曲、校平、成形）研究的新进展和新成就；板材成形新工艺（精冲、超声波成形和脉冲成形等）的开发和应用。

第4部分，塑性加工理论——滑移线场理论、上限元技术（UBET）、有限元法（FEM）和边界元法（BEM）在金属成形分析中的应用。材料的可锻性和塑性加工工艺的物理模拟的研究；冷锻、温锻、精密模锻、回转锻造、横轧和异形环轧制工艺的最新进展和实际应用。

第5部分，轧制的模拟和管材、棒材的轧制；新的轧制工艺和设备的开发；轧制过程的自动检测和控制；轧件形状和凸度的控制。

书中大部分内容是紧密联系生产实际的，对工业生产具有巨大的指导作用。该书对塑性加工行业的科研院、所的研究人员，生产厂家的工程技术人员和高、中等院校的有关专业的师生，均是一本极好的参考书。因此翻译出版这本书是很有意义的。它将对我国塑性加工工业的进步起促进作用。

为了加强国内同行业内单位之间的了解和交流，本书附录部分对部分设置本专业的院校、研究单位和工厂企业进行了介绍，以便于促进横向联系。

为降低成本，节省版面，故每篇后的参考文献略。

本书由中国机械工程学会锻压学会、中国金属学会轧钢学会和《锻压技术》编辑部联合组织翻译。参加翻译工作的同志大部分是国内有关领域的专家，有些是会议的参加者。在整个过程中得到各有关单位和个人的大力支持。在此谨致衷心谢意。

参加本书翻译工作的单位有：北京大学、清华大学、北京航空学院、北京钢铁学院、北京钢铁研究总院、机械部机械科学研究院、机械部北京机电研究所、哈尔滨工业大学、东北重型机械学院、东北工学院、上海交通大学、华中工学院、武汉工学院、西安交通大学、西北工业大学、合肥工业大学、内蒙古工学院等。

793-53/2-2

12822

V

全书由贾武章（第1部分），颜寿葵（第2部分），何钿（第3部分），王焰山（第4部分），贺毓辛（第5部分）等统一和整理。

本译文集的出版，得到上海锻压学会、天津大学、吉林工业大学锻压工艺研究所、北京钢铁学院、北京航空学院、清华大学、华中工学院、长江锻压技术开发公司、第二汽车厂、上海交通大学、哈尔滨工业大学、东北重型机械学院、武汉工学院、青岛精锻齿轮厂等单位的赞助，特表示感谢。

译审委员会

1986年 8月

目 录

第 1 部分

聚合物成形的极限分析..... 3	金属塑性流动时冷态变形粘接机制 103
用金属模和聚合物模进行高密度聚乙烯 (HDPE) 静液挤压..... 8	用滚轮压入法冷压缝焊 108
纤维增强复合材料在压制过程中的流动..... 13	金属成形过程中的摩擦学..... 112
用新轧制工艺提高热塑性塑料板材的机械性能..... 18	评价板材粘附能力的摩擦试验 122
在新材料塑性加工过程的数值分析中所涉及的问题..... 24	金属成形中材料粘附到工具表面的研究 126
ODS镍基合金的锻造及形变热处理..... 31	评价工具材料在金属成形中抗胶合能力的一种方法 132
糊状态金属成形模型的研究..... 35	铝及其合金加工硬化对其粘着性的影响 137
半固态合金挤压特性以及通过触变铸造法对它的改善..... 38	由滑移或塑性变形造成的磨蚀等表面损伤的基本机理 142
装有光导纤维的线焊接金属管的轴向多工位拔制..... 42	应力状态和表面粗糙度 148
复杂应力状态下超塑性变形的试验研究..... 46	研究材料加工过程的摩擦学方法 152
α - β 钛合金的超塑性和热模锻变形..... 51	模具与工件之间摩擦过程的一个模型 157
在高静水压力和高变形速度下材料试验设备及锌的一些试验结果..... 56	金属塑性流动与金属和工具接触面上摩擦现象之间的相互关系 163
在高压高温下 Al-Cu 共晶合金和亚共晶白口铸铁由脆性向塑性的转变..... 60	热锻中的磨损、摩擦和润滑剂 167
中碳钢变形过程中的动态回复..... 65	大型锻中工具和材料交界面上摩擦边界条件的研究 170
奥氏体钢非弹性的本构模型..... 69	经表面处理的模具钢的抗磨损和抗粘附能力的评价 175
在静水压下铁素体球墨铸铁的破坏机制..... 73	一般热锻过程的摩擦学、润滑和渗氮处理的影响 180
轧辊的磨损和表面粗糙度的变化..... 79	用压电传感器评价液体润滑剂的方法 183
热轧工作辊的磨损和表面损伤..... 84	冷轧板材时的摩擦学原理——评价润滑剂润滑性能方法的发展 187
热轧工艺润滑极限效果的研究..... 90	评价铝板 and 铝箔轧制用的润滑剂 192
用三维上限理论预测作用在犁削锥体上的力的分量..... 93	线材拉拔时入口区润滑剂的温升 197
有关金属加工过程中滑动和粘着摩擦机构的一些新设想..... 98	冷正挤压时工具与工件接触面上的

应力	202
用挤压型摩擦试验机研究粘结机制	208

评价在模拟金属成形时滑动及滚动 的接触表面上的粘着	214
------------------------------------	-----

第 2 部分

用微型计算机控制的液压机进行薄 壁管胀形	221
圆管横截面在均匀弯曲时的变扁	226
管材冷成形的计算机模拟	231
应变硬化指数对承受静液内压力的 有限长薄壁管变形的影响	236
型钢在纯弯曲时的失稳现象	242
用于制造长圆管的UO连续弯曲	247
实验力学方法研究轧制力学变形特 征(平轧应力、应变和力及变形 研究之一)	253
钢锭热轧时坯料和轧辊之间的压力 分布和摩擦系数	258
对二维塑性变形的磁带录像图像 进行微机辅助分析的方法	262
弯曲板二面角摄象测量法	267
粉末锻造在汽车零件生产中的应用	273
用烧结金属粉末预成形件变薄拉延 生产深圆筒形件和方杯形件	279
环形粉末预制坯的锻造	284
静水压力对烧结金属变形的影响	290
在冲击内压力作用下管子变形的有 限元分析	295
管端电磁力脉冲成形	300
在批量生产中板材零件的爆炸金属 成形新工艺	305
铝板在爆炸成形中的成形极限判据 和可成形性	309
对圆柱棒材回转成形工艺理论分析 的探讨	313
高尺寸精度筒形件强力旋压技术	322
剪切旋压模型	327
用钢球辗压法成形平面波纹板	331

冷辊压成形过程中纵向应变的发展 以及它对产品平直度的影响	336
用新的辊模成形工艺辊压成形U型 筋板	340
塑性加工的柔性加工系统	345
金属冲压中的柔性制造系统	354
为国家综合柔性制造系统工程研制 的金属成形机	356
小批量棒材和圆棒材的柔性轧制	366
采用工业机器人的多工位板料冲压 连续自动线	370
对轴对称成形零件自动选择工艺的 考虑因素	373
用多动压力机的精密成形	377
用三排压力机成形三维表面	381
从塑性加工技术的观点看 CAD/CAE/CAM的应用	386
CAD—CAM和旋压	391
轧辊、工具和轧材的计算机辅助 设计和辅助制造集成系统	395
冷辊压成形的计算机辅助设计系统	400
计算机辅助设计系统在辊压成形中 的新发展	405
用激光切割法制造叠层拉深模	410
精冲模的计算机辅助设计与制造	416
塑性加工模具和工艺的CAD/CAM	421
CAD系统在热锻中的应用	430
冷锻工序的计算机辅助设计	437
挤压模的计算机辅助设计	441
利用UBET进行锻造和预成形设计	446
上限元技术在CAD中的应用	450
塑性加工工艺和模具设计的数值 计算法	454

第 3 部分

弯曲和反弯曲过程中的压力峰	461	用于板材成形分析的本构方程	564
拉滚校直理论的新成就	466	用 Marciniak 方法预测板材双向拉伸	
金属板弯曲回弹的计算	470	的极限应变	568
在圆柱模间板料的冲压和回弹	475	关于建立塑性加工过程中成形极限	
将悬臂梁作为接触问题的平面应力		准则的理论研究	573
分析	481	在确定应变路径对成形极限图的影	
轴对称成形中, 轴对称弹塑性薄壳		响中新屈服准则的应用	576
起皱的理论研究	486	日本车身成形工艺发展趋势	580
在横向剪切时变形硬化因素对极限		高强度钢板在深弯曲时对侧壁挠弯	
位移的影响	491	的控制	586
板材平面剪变形中的保兴格尔效应	495	金属板材成形的模型化	591
复杂应变路径下采用剪切失稳准则		材料性能对在压力成形中由于弹性	
时的板材成形极限	501	回复引起的表面挠曲特性的影响	595
关于板材成形中的成形极限	505	纯拉胀的研究	600
应变硬化与应变速度敏感性在单向拉		采用粘塑性介质作为压力传递介质	
伸与半球凸模伸展成形中的作用	509	的金属板材成形过程	606
应力主轴与各向异性轴不重合时的		铝、铜及其合金的成形极限曲线	611
板材成形极限	514	单动压床的反压拉深	614
液压胀形试验中实验误差的数值		借助于径向压力的液压反压深拉深	620
分析	519	碳素钢和不锈钢带的剥制	626
板材成形工艺的计算机辅助分析	524	金属的电增强塑性	631
基于 Kirchhoff 板理论的圆形板胀形		脉冲成形新技术及实施装备	634
和凸模拉胀的数值分析	527	超声场中的金属成形	638
板材 U 形弯曲的弹塑性应力分析	534	无毛刺冲裁	643
用有限元法对非轴对称压延件的		精冲的材料消耗	650
分析	540	低冲压性塑料聚合板用振荡冲孔	
材料可成形性的评价	546	精密剪切	655
新的塑性本构方程及其在板料成形		非晶体合金的冲裁	661
极限问题中的应用	553	通过数据处理归纳方法对冲裁模具	
本构关系与成形极限准则	559	磨损进行统计分析	667

第 4 部分

改进镦粗试验中确定应力—应变		1100 铝、2024 铝和 7075 铝合金在	
曲线的精度	673	等温绝热锻造试验中的冷成形	
预拉拔工艺对冷锻材料强度和可锻		极限	686
性的影响	677	破坏图 (负压—应变—温度图) 及	
预示碳钢冷锻极限的韧性破坏准则	681	它在体积变形过程中的应用	692

回火过程中的温锻——一种新的热力学处理方法	696	用蜡泥塑料和铅模拟热钢的塑性加工	798
精密冷模锻新工艺的开发	701	用刚塑性有限元法模拟金属成型中的三维变形	804
齿轮类零件模锻分析	710	利用不独立节点位移对刚塑性材料在考虑摩擦力时的有限元法	809
汽车齿轮的温锻	715	以单元间存在滑动有限元法为基础的金属塑性成形过程的数字模拟系统	815
钢材的反挤冷挤压模模壁径向应力分析	721	用简化三维单元分析块料压缩	819
复合挤压变形力的研究	725	有限元法在金属成型技术中的作用	824
金属成形模预应力圈过盈配合结构的优化	729	加工成形过程的有限元法	828
用于模锻的连续铸造钢的锻粗	734	有限元网格重新划分及其在金属成形分析中的应用	833
空心圆筒件精锻	739	边界元法在弹/粘塑性问题中的应用	839
楔横轧、异型环轧工艺的模拟及数值分析	744	有限变形的一些特点	844
轴对称阶梯轴的楔横轧技术应用研究	749	热塑性物体的速度间断	848
摆动辗压——一种新方法	754	平面应变与轴对称成形工艺的滑移线场分析	851
通过锥形收敛凹模的流动分析——1984年最新资料	759	平面应变滑移线场理论中的库仑摩擦边界值问题	857
金属加工成形的塑性流体力学——一类延性材料的一般解	767	带凹入外形杯体深拉深的研究	861
非轴对称锻造中上界元技术的应用	772	板材各向异性及其对拉延的影响	866
铝厚圆柱坯用实心 and 空心冲头进行开式冲孔时深压过程的塑性流动	778	具有运动学边界条件的平面塑性流动问题	869
中国的锻压	784	平面塑性流动的线性优化	873
塑性加工过程的物理模拟	787		
热锻时变形分布的分析	793		

第 5 部分

冷轧机的在线屈服应力模型	879	异步轧制过程轧制带材板形特征的试验研究	921
三维有限元预极轧制矩形坯料的流动和应变分布	882	异步轧制极薄带材时的变形特性与“弹性塞”理论	926
金属轧制过程的应力和变形分析	889	轧边时坯端动态变形的分析	931
板带轧制过程的有限元分析	893	二十辊轧机轴向和径向调节机构的研究	935
冷轧数学模型——试验验证	898	用上界法分板型钢轧制变形	940
计算冷轧带钢宽向载荷和横断面形状的分析 and 数值复合模型	904	热带轧机粗轧机组的宽度自动控制系统	947
考虑轧辊变形的冷轧三维变形分析	907		
轧制带材板形的分析法	916		

预报热轧厚板端部几何形状的数值 模型	953
稳态, 非稳态和考虑影响系数情况 下的线材轧制模拟	958
新型热板带轧机上的规格自由轧制 技术	966
轧辊配置及轧辊尺寸对多辊轧机板 形可控性的影响	974
非对称八辊轧机的轧制特点	979
热带钢轧机的一个展宽板坯的新 概念	984
立辊轧边时板坯绕其纵轴的翻转 行为	989
无缝管轧制时的塑性理论及其现场 应用	994
压缩比对无缝钢管性能的影响	1006
新型DM行星冷轧管机——试验及 结果	1013
三辊行星轧机的发展——轧制过程 的试验及分析研究	1016
斜轧延伸的工具设计和流动不均匀性 的调整——一种模拟材料的研究	1023
采用力多边形图和二维速度场对环	

补

解体心立方晶格多晶体滑移系的 有限元法	1114
平辊时宽展和应变分布的分析	1117

轧过程进行低限上界分析	1028
一种新的棒材轧制速度预测方法	1034
棒材轧制时轧机辊缝设定系统的 数学模型	1039
带钢轧机的动态模拟和控制	1045
环轧过程的最优控制系统设计	1054
热带钢板形仪	1059
涡流型板形仪在铝带冷轧机上的 应用	1064
改进后的鹿岛全速连续式冷连轧机 的新计算机控制系统	1070
板材轧机液压压下AGC系统	1075
热轧铝带的凸度控制	1080
热带钢或钢板轧制时板凸度的数学 模型与控制	1087
轴向移动带有锥形凸度工作辊的 热轧钢带断面形状控制	1093
用于热带钢凸度控制的成对交叉 轧辊轧机的研究	1098
“住友”可变凸度轧辊系统在不同 型式带材轧机上的应用	1103
在冷连轧机上采用冷却轧辊方式 控制板形	1109

遗

凝胶双折射光法的压延应力分析	1122
附录	1128

第 1 部分

聚合物成形的极限分析

Nobuo Inoue, Nobuyuki Kaneko

本文给出了对聚合物变形过程进行极限分析的基本方程。聚合物材料的特点是其屈服性能与压力有关且各向异性。本文描述了下限法和上限法。所用的屈服准则由Raghava修正Hill准则而得到。考虑了聚合物材料所特有的加工硬化特征。这两种方法用于室温下聚合物板通过各种挤压比直线模的冲头挤压。通过加压情况下的拉伸试验, 获得应力-应变曲线, 并用它计算挤压压力, 计算值与试验数据吻合很好。

1. 引言

理想塑性固体理论中的极值原理最初是针对金属材料建立的。近年来聚合物材料已广泛用于制造结构件, 且这种趋势可能还要继续下去。这种材料的屈服性能在很多方面与金属不同。聚合物的屈服与应力的静水分量有密切关系, 而金属的屈服实际上却与压力无关。聚合物在冷加工前可视为各向同性, 但塑性变形后它的各向异性很明显。此外, 室温下聚合物的加工硬化特性比金属广泛得多。本文的目的在于将聚合物的这些特性与现有的极限分析理论结合起来, 以便于聚合物的成形。为说明其应用, 对已知应力-应变关系的高密度聚乙烯板进行了冲头挤压试验。并将试验确定的挤压压力和挤压比的关系与用上限法和下限法得到的这种关系做了比较。

2. 屈服准则

未冷加工的聚合物是各向同性的, 但在单向冷拉伸时它有极强的各向异性。例如, 对一块有取向的聚乙烯板进行冷拉伸直到颈缩完全出现为止^[1], 在拉伸方向其拉伸屈服强度增加了9倍, 而在垂直拉伸方向屈服强度的变化很小。聚合物有压力相关性, 因此这种各向同性材料压缩时的屈服强度总比拉伸时的高。压缩与拉伸屈服强度之比通常在1.3左右, 它随聚合物种类不同而有变化, 且与静水压力有关^[2]。Raghava和Caddell^[3]为各向异性和压力相关材料建立了如下以6个应力分量

$\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z, \tau_{xy}, \tau_{yz}$ 和 τ_{zx} 表示的屈服准则。

Caddell和Kim^[4]用聚碳酸脂进行了验证。

$$H(\sigma_x - \sigma_y)^2 + F(\sigma_y - \sigma_z)^2 + G(\sigma_z - \sigma_x)^2 + 2N\tau_{xy}^2 + 2L\tau_{yz}^2 + 2M\tau_{zx}^2 + K_x\sigma_x + K_y\sigma_y + K_z\sigma_z = 1 \quad (1)$$

这9个系数分别由沿 x, y, z 方向单轴压缩和拉伸时的屈服强度 $C_x, C_y, C_z, T_x, T_y, T_z$ 所确定, 这里假设 x, y, z 方向与各向异性主轴一致:

$$\left. \begin{aligned} H+G &= (C_x T_x)^{-1} & K_x &= (C_x - T_x)(C_x T_x)^{-1} \\ F+H &= (C_y T_y)^{-1} & K_y &= (C_y - T_y)(C_y T_y)^{-1} \\ G+F &= (C_z T_z)^{-1} & K_z &= (C_z - T_z)(C_z T_z)^{-1} \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

当材料为各向同性时:

$$C_x = C_y = C_z \quad T_x = T_y = T_z$$

C_x 与 T_x 之比 m 可看成压力相关性指标, 如果它为1则无压力相关性。当对材料进行单向冷拉伸时, 沿该方向的拉伸屈服强度增加了某一个倍数。这个倍数的量值与拉伸比有关, 以 n 表示。在垂直拉伸方向的平面上拉、压的屈服程度, 以及沿拉伸方向的压缩屈服强度均无明显的改变。

在平面应变问题中:

$$\sigma_z = (\sigma_x + \sigma_y)/2 \quad \tau_{yz} = \tau_{zx} = 0$$

若按逆时针方向引入最大主应力方向与 x 轴的夹角 α , 则方程(1)简化成:

$$\begin{aligned} &[(4H+F+G)\cos^2 2\alpha + 2N\sin^2 2\alpha]\tau^2 \\ &+ (K_x - K_y)\tau\cos 2\alpha + (K_x + K_y \\ &+ K_z)\sigma = 1 \end{aligned} \quad (3)$$

其中, $\sigma = (\sigma_1 + \sigma_2)/2$, $\tau = (\sigma_1 - \sigma_2)/2$, σ_1 和 σ_2 为主应力($\sigma_1 > \sigma_2$)。

另外, 在平面应力问题中:

$$\sigma_z = \tau_{yz} = \tau_{zx} = 0$$

若忽略板厚的变化, 方程 (1) 简化为:

$$\begin{aligned} & [(4H+F+G)\cos^2 2\alpha + 2N\sin^2 2\alpha]\tau^2 \\ & + [2(G-F) + K_x - K_y]\tau\cos\alpha \quad (4) \\ & + (F+G)\sigma^2 + (K_x + K_y)\sigma = 1 \end{aligned}$$

3. 下 限 法

在通常的塑性理论中第一极限定理是: 一个刚塑性物体能承受一组给定的外载荷而不发生塑性流动, 如果存在一个静态的允许应力场与外载荷平衡。在平面问题中, 该静态的允许应力场满足下列平衡方程的屈服准则和应力边界条件:

$$\begin{aligned} \partial\sigma_x/\partial x + \partial\tau_{xy}/\partial y &= 0 \\ \partial\tau_{xy}/\partial x + \partial\sigma_y/\partial y &= 0 \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} \text{其中: } K &= \left| 1 - M^2 \right|^{-1/2} \quad M^2 = 2(1 - d\tau/d\sigma)^{-1} \\ d\rho/\rho &= d\sigma/\tau \quad dt = -\rho g^{-1} dq \\ dq/q &= -(1 - d\tau/d\sigma) d\sigma/2\tau \end{aligned}$$

在方程 (8) 以及下式中的双符号选取方法是: $M < 1$ 时取上面的符号, $M > 1$ 时取下面的符号。

求出方程 (8) 的一个特解 $\psi(t, \theta)$ 后, ψ 对 t 和 θ 的导数亦可算出。若一族曲线 $\phi(t, \theta)$

$$\left. \begin{aligned} \partial x/\partial t &= q^{-1} \cos \theta \quad \partial \phi/\partial t = (\rho q)^{-1} \sin \theta \partial t/\partial t \\ \partial x/\partial \theta &= q^{-1} \cos \theta \quad \partial \phi/\partial \theta = (\rho q)^{-1} \sin \theta \partial \psi/\partial \theta \\ \partial y/\partial t &= q^{-1} \sin \theta \quad \partial \phi/\partial t = (\rho q)^{-1} \cos \theta \partial \psi/\partial t \\ \partial y/\partial \theta &= q^{-1} \sin \theta \quad \partial \phi/\partial \theta = (\rho q)^{-1} \cos \theta \partial \psi/\partial \theta \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

积分方程 (11) 给出变量 x 和 y 做为 t 和 θ , 也做为 q 和 θ 的函数。从这些方程解出 q 和 θ , 则函数 q 和 θ 将做为坐标 x 和 y 的函数被给出。应用方程 (4) 可将变量 σ , τ 和 H 表示成 x 和 y 的函数。这样, 便确定了一个静态允许应力场, 从而计算出屈服点的下限载荷。

3.2 滑移线场

用下述方法可确定静态允许力场的基本方程 (10) 的特征线。定义一个新变量 ω , 使:

$$\left. \begin{aligned} \partial \phi/\partial \omega + \partial \psi/\partial \theta &= -K^{-1/4} (dk^{1/4}/d\omega) \phi \\ \partial \phi/\partial \theta + \partial \psi/\partial \omega &= \pm K^{1/4} (dk^{-1/4}/d\omega) \psi \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

消去 ψ 或 ϕ , 得到下面的方程:

$$\left. \begin{aligned} \partial^2 \phi/\partial \omega^2 \pm \partial^2 \phi/\partial \theta^2 &= K^{1/4} (d^2 K^{-1/4}/d\omega^2) \phi \\ \partial^2 \psi/\partial \omega^2 \pm \partial^2 \psi/\partial \theta^2 &= K^{-1/4} (d^2 K^{1/4}/d\omega^2) \psi \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

当 $M > 1$ 时微分方程组 (16) 的特征线是实的, 并由下式给出:

$$\Gamma_+: \omega + \theta = \text{常数} \quad \Gamma_-: \omega - \theta = \text{常数} \quad (17)$$

若引入最大主应力方向与 x 轴沿逆时针方向的夹角 θ , 由莫尔图有:

$$\begin{aligned} \sigma_x &= \sigma + \tau \cos 2\theta \\ \sigma_y &= \sigma - \tau \cos 2\theta \\ \tau_{xy} &= \tau \sin 2\theta \end{aligned} \quad (6)$$

通过在平面应变条件下满足屈服准则 (3), 在平面应力条件下满足 (4), 再结合平衡方程 (5) 和应力边界条件, 若能确定未知量 σ , τ 和 θ , 也将得到屈服点载荷的下界。

3.1 主应力轨迹线

在一个静态允许应力场内, 若一族曲线

$$\psi(x, y) = \text{常数} \quad (7)$$

为最大主应力轨迹线, 已经证明^[8]函数 ψ 满足如下方程:

$$\partial^2 \psi/\partial t^2 \pm K \partial^2 \psi/\partial \theta^2 = 0 \quad (8)$$

= 常数表示最小主应力的轨迹线, 由下面方程可求出 ϕ 对 t 和 θ 的导数。

$$\begin{aligned} \partial \phi/\partial t &= \pm K \partial t/\partial t \\ \partial \phi/\partial \theta &= -\partial \psi/\partial t \end{aligned} \quad (10)$$

将这样得到的四个导数代入下列方程:

$$\begin{aligned} d\omega &= \mp K^{1/2} dt = \pm \mu q^{-1} dq \\ \mu &= \left| 1 - M^2 \right|^{-1/2} \end{aligned} \quad (12)$$

若将方程 (10) 中的 t 换成新变量 ω , 则以 t 和 θ 表示的 ψ 和 ϕ 的基本方程 (10) 可变成:

$$\begin{aligned} \partial \phi/\partial \omega &= -K^{1/2} \partial \psi/\partial \theta \\ \partial \phi/\partial \theta &= \pm K^{1/2} \partial \psi/\partial \omega \end{aligned} \quad (13)$$

$$\text{定义: } \phi = K^{1/4} \psi \quad \psi = K^{-1/4} \phi \quad (14)$$

并以这种 ϕ 和 ψ 分别替换原来的 ϕ 和 ψ 则方程 (13) 变成:

$$\left. \begin{aligned} \partial \phi/\partial \omega + \partial \psi/\partial \theta &= -K^{-1/4} (dk^{1/4}/d\omega) \phi \\ \partial \phi/\partial \theta + \partial \psi/\partial \omega &= \pm K^{1/4} (dk^{-1/4}/d\omega) \psi \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

消去 ψ 或 ϕ , 得到下面的方程:

$$\left. \begin{aligned} \partial^2 \phi/\partial \omega^2 \pm \partial^2 \phi/\partial \theta^2 &= K^{1/4} (d^2 K^{-1/4}/d\omega^2) \phi \\ \partial^2 \psi/\partial \omega^2 \pm \partial^2 \psi/\partial \theta^2 &= K^{-1/4} (d^2 K^{1/4}/d\omega^2) \psi \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

当 $M > 1$ 时微分方程组 (16) 的特征线是实的, 并由下式给出:

$$\Gamma_+: \omega + \theta = \text{常数} \quad \Gamma_-: \omega - \theta = \text{常数} \quad (17)$$

因此, 若将 ω 和 θ 换成变量:

$$\xi = \omega + \theta, \quad \eta = \omega - \theta \quad (18)$$

则方程(13)变成:

$$\begin{aligned} dz &= dx + i dy = q^{-1} e^{i\theta} (d\psi + i \rho^{-1} d\psi) \\ &= q^{-1} e^{i\theta} [-(\mu - i) \rho^{-1} (\partial\psi/\partial\xi) d\xi + (\mu + i) \rho^{-1} (\partial\psi/\partial\eta) d\eta] \end{aligned} \quad (20)$$

还可以进一步改写成:

$$dz = (\rho c)^{-1} e^{i\theta} [e^{iU} (\partial\psi/\partial\eta) d\eta - e^{-iU} (\partial\psi/\partial\xi) d\xi] \quad (21)$$

其中, $c = q/M$, 新变量 U 定义为:

$$\sin U = M^{-1} = c/q \quad (22)$$

这样由下面方程给出了两簇特征线: $\xi = \text{常数}$ 和 $\eta = \text{常数}$:

$$\left. \begin{aligned} C_+: dz &= (\rho c)^{-1} e^{i(\theta+U)} (\partial\psi/\partial\eta) d\eta \\ C_-: dz &= -(\rho c)^{-1} e^{i(\theta-U)} (\partial\psi/\partial\xi) d\xi \end{aligned} \right\} \quad (23)$$

正如由这些方程中所看到的, 最大主应力轨迹线与滑移线簇交角为 U 。增移线 C_- 的切线方向可以从最大主应力轨迹线切线方向顺时针转过一个角度 U 来得到。对 C_+ 则要逆时针转动。

对于Von Mises材料, 滑移线和最大剪应力轨迹成一致: 滑移线 C_- 与第一剪切线或称 α 线相对应, 而滑移线 C_+ 与第二剪切线式 β 线相对应。

4. 上 限 法

在计算运动学允许的速度场时假设体积为常量, 这就是说屈服准则(1)的9个系数中存在如下关系:

$$K_x + K_y + K_z = 0 \quad (24)$$

因为在平面应变中, 屈服准则简化成:

$$\begin{aligned} &[(4H + F + G) \cos^2 2\alpha + 2N \sin^2 2\alpha] \tau^2 \\ &+ (K_x - K_y) \tau \cos 2\alpha = 1 \end{aligned} \quad (25)$$

5. 聚合物板的挤压

做为应用上述理论的一个例子, 用高密度聚乙烯板做了冲头挤压试验(图1)。毛坯用Mitsui石油工业的高密度聚合物Hizex 5000B的熔炼-挤压棒料加工而成。使用的直线模具具有 10° 的半模角。一个柱塞以 0.4mm/min 的常速率推入容器并测出所需要的压力。如此获得的稳态挤压时挤压压力与挤压比之间关系绘于图2中, 并把它和用下节所描述的下限法和上限法所得到的结果进行了比较。

为了确定毛坯/模具界面上的摩擦力, 设计制造了一个装置。在图3中用两块和挤压试验模具同种材料的板对一圆周 10mm 、高 10mm 的柱形高密度

$$\partial\psi/\partial\xi = -K^{1/2} \partial\psi/\partial\xi$$

$$\partial\psi/\partial\eta = K^{1/2} \partial\psi/\partial\eta \quad (19)$$

从而, 以 $i = \sqrt{-1}$, 有:

聚乙稀试件进行轴向压缩, 以类似于挤压时速率向上推被压缩的试件。与处理毛坯和模具界面的方法类似, 用蓖麻油可使接触面润滑很好。这样, 高密度聚合物毛坯和黄铜模具之间的剪切系数测得为 0.086 。

对毛坯材料, 在不同的压力 P 下进行一系列单轴拉伸试验。流动应力 σ_s 被确定为塑性应变 ϵ 的函数^[6]:

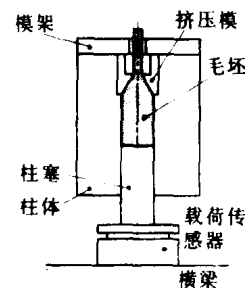


图1 冲头挤压装置

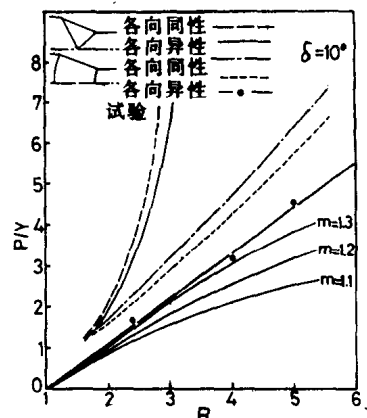


图2 冲头挤压时 P 与 R 的关系

$$\sigma_s = Y (0.38e^{1.15\epsilon} - 0.1\epsilon + 0.62) + 0.09P_s \quad (26)$$

发现在大气压下单轴拉伸时的屈服强度 Y 为27 MPa。

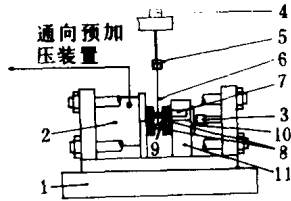


图3 冲头挤压装置

1—横梁 2—冲头 3—载荷传感器 4—载荷传感器 5—夹头 6—夹具 7—差动变压器 8—压缩板 9—试件 10—柱塞 11—圆柱

5.1 挤压压力的下限

把挤压过程的整个毛坯分成3个区域（图4）。

1区变形尚未开始，它包含了进入的毛坯料，界面 Γ_1 把它与变形区分隔开。界面 Γ_1 为圆筒形，其半径为 b ，圆心为模具边缘的顶点 O 。变形区的二个同心柱面 Γ_1 和 Γ_2 以及模具表面 Γ_3 为界。柱面 Γ_2 半径为 a ，圆心还在边缘顶点上，它把变形区与2区出的成品分开。在 AB 和 AC 面上边界条件以应力表示，即：在 AB 上为均匀压力，即挤压压力，在 AC 上没有应力。沿边界 CE ，是运动学边界条件：材料沿边界流动。在 EG 和 GH 面上的边界条件以应力表示为自由拉应力。若假设沿 CD 作用有均匀压力且与挤压压力相等，可以看出：变形区是一个在内压 P 作用下的部分厚壁筒，2区应力自由，也可看出它们的应力边界条件。在 Γ_1 和 Γ_2 曲面上应力间断，其中切向应力间断，法向应力连续。因为满足应力平衡方程和屈服准则并适合应力边界条件，所以这样求出的挤压压力 P 即为屈服点载荷—挤压压力的下限。在内压的厚壁筒中，最大主应力轴为径向，故在方程（2）中取：

$$C_x = C_y = C_z = mT_y \quad (27)$$

$$T_y = T_z \quad T_x = nT_y$$

屈服准则（3）化简为：

$$r = [A + (B - C\sigma)^{1/2}] / 2D \quad (28)$$

其中 $A = (n-1)/\sqrt{3}n$

$$C = 4D(2mn + m - 3n)/\sqrt{3}mn$$

$$B = A^2 + 4D$$

$$D = (n+2)/3mn \quad (29)$$

由方程（9）、（12）和（17）得到滑移线 Γ 的控制方程为：

$$d\sigma = -2r [1 - (dr/d\sigma)^2]^{-1/2} d\theta \quad (30)$$

从 $\sigma + r = 0$ 的 E 点开始，增加 θ 的增量直到这样得到的滑移线 Γ 碰上边界 CD 为止，都可由方程（30）算出 σ 的增量的增加。取 $d\theta = 0.1^\circ$ ，进行这样的计算，对 $m=1.1, 1.2$ 和 1.3 的情况所得到的挤压压力与挤压比 $R=b/a$ 的关系绘于图2中。

