六位对数表

中国工业出版社

六 位 对 数 表

中 国 工 业 出 版 社

六位对数表

中国工业出版社出版
新华书店发行
中国工业出版社第一印刷厂印刷

1956年5月第一版　1971年8月第五次印刷
15165·1201(测绘-12)　　每册2.70元

导　言

第 I 表

自然数之对数

頁数 1

一数的常用对数是底数10的指数，即将底数10依此指数求其乘方数则得該数者也，若是 $10^a = A$，則 a为A的对数，或以算式表之为：$a = \log A$。

用对数施行計算适用次之諸定理：

一积的对数等于諸因数的对数之和；

一商的对数等于被除数的对数与除数的对数之差；

一个羃的对数等于指数与底的对数之积；

一个根的对数等于根号內之数的对数与根指数之商；或以算式表之为：

$$\log(A \times B) = \log A + \log B$$

$$\log\frac{A}{B} = \log A - \log B$$

$$\log A^n = n\log A$$

$$\log\sqrt[n]{A} = \frac{\log A}{n}$$

依而应用对数可使計算簡便，将乘法除法改为加法及減法，将求羃及求根改为乘法及除法。

底数为10指数只为正整数或負整数者的羃，則其对数乃只为一有理整数所成之数。例如：

$\log 1000 = 3$	因 $10^3 = 1000$
$\log 100 = 2$	$10^2 = 100$
$\log 10 = 1$	$10^1 = 10$
$\log 1 = 0$	$10^0 = 1$
$\log 0.1 = -1$	因 $10^{-1} = 0.1$
$\log 0.01 = -2$	$10^{-2} = 0.01$

$$\log 0.001 = -3 \qquad 10^{-3} = 0.001$$

$$\log 0.0001 = -4 \qquad 10^{-4} = 0.0001$$

但一般言之，一数的对数是为一无理数且为由两部分所成者：一部分为整数曰指标，他一部分为小数曰假数。

依方程式：

$$\log(10 \times A) = \log A + 1$$

$$\log(100 \times A) = \log A + 2$$

…………………………………

我們知道一数的10、100、1000等等倍数的对数，其假数是相同者，仅因其小数点所在的位数不同而其指标有差異耳，故在对数表內只載对数的假数，而将指标一項則让于計算者临时补充之。关于补充指标有須注意者：在于1与10之間的一切数的对数其指标为0，在于10与100之間的一切数的对数其指标为1，在于100与1000之間的一切数的对数其指标为2，如此类推。反之在于1与0.1間，0.1与0.01間，0.01与0.001間等等之数的对数，其指标順次为−1，−2，−3等等。指标为負时，我們还是应当附一个正的假数，由于其負指标的位置以其补足为10之数书于其处，而于完全对数之后附加−10。例如我們写0.01的对数罢，因其指标为−2且其假数为0，故0.01的对数可写为8.000000−10，又因当实际計算之时，一数不容易与其10000000000倍的一数混乱不可分别，故我們亦往往将其附加之−10省略不写。

将指标补足为10之数依次之規則处理之：

較1大之数之对数的指标等于其整数位数减1之数，較1小之数之对数的指标等于零的个数之补足为10之数，所謂零的个数者包含在小数点前之一个零在内，如此补足指标后再附−10于其对数之末。

例如数

432　　57896　　32.467　　0.6798　　0.000573

的对数其指数順次为：

2，……　4，……　1，……　9，……−10　6，……−10

第一表包含由1至100000之一切数的对数的假数。

已知一数求其对数

若已知之数是一个数字、二个数字或三个数字者，則其对数載在第一表的首先四頁中，上面有N字之行所載之数为自然数，其右边上面記有 log 之行所載者为其对数的假数，还須依以上之規則补充其指标，例如数574之假数为758912，其指标为2，由是得数574的完全对数为2.758912。

若一数是由四个数字或四个以上之数字所成者則其对数可由第6頁以至185頁检出之。

搜索四个数字之数的对数其法与搜索三个数字之数的对数之法，完全相似，我們在上面有N之行內找得其数并在上面有0之行內与其数并排之列內找得其对数之假数。

但若数值为五位数，則我們先由上面有N之行內找得其头四位数字并在上面記有数字1、2、…9之列找得其第五位数字，然后在此行內并与头四位数字在同一列上之数即为其对数的假数之末四位数，而其假数之头二位数則須于上面有0之行內找得之，然因此头二位数在邻近的各对数中相同，故每五列載出一次，例如我們求11677的对数，則在第9頁中找得1167所在之列，并于上面有7字之行中与1167同列內找得7331，又于上面有0字之行內找得06二字，于是所求对数的假数为007331，惟因11677之指标为4，故得11677的对数为4.067331。

然若求39813的对数，則我們依以上所述之法在第65頁內找得假数之末四位数为0025，此时假数之头二位数字則为上面有0之行內之下一列所載之60，盖因在0025之列內其头二位数字已由59变而60故也，为注明此种情形起見，特在0025之头一个0字上附横线以記之，由是39813的对数即为4.600025。

若我們欲求位数多于五位的数的对数，則可先找出头五位数字相应的假数，并找出較其末一位大1之数的假数而作出其前后两假数的差，則較多的位数之数的对数可視为在一小間隔內对数的差与数之差成比例以求之，例如我們欲求11677697的对数，我們于第9頁內找得11677及11678的假数为067331及067368，并由此得假数之差为以第六位为单位的37，

再由比例式 1:0.697=37:X 卽可求得相应于 11677 的假数 067331的改正数为以第六位为单位之+26，再加入指标卽得 log11677697=7.067357。

为省去計算比例部分之乘法起見，就各种可发生的差在上面有 PP. 之行內載有小表，此小表系依其差之十分之一以載之者。就以上所举之例言之，可利用上面記有37的小表并对于其三位数字0.697由此小表查得：

对于	0.6	………………22.2
对于	0.09	……………… 3.33
对于	0.007	……………… 0.259
对于	0.697	………………25.789

或收为以对数之末位为单位的26，因其小数只在顾虑对于对数末位之影响，故上之加法計算可在脑筋中依默算得出之。

已知一对数求其相应之数

若我們已知一个对数而欲求其相应的数，则我們首先在上面有0之行內找出其假数的头两数字，然后再在上面有0,1、2、……之行內找出其后的且較已知对数稍小的四位数字，再由与此四字同列且在上面有N 之行內取出所求的数的头四位数字，并由找得較已知对数稍小四位假数所在之行之上面找出所求的数的第五位数。第五位以后之数則依对数之差与相应之数之差成比例以求之，卽将已知对数超出較小对数之数，以較小对数与在其后的直接邻近的对数之差除之。例如求对数 2.185249 的相应的数，则我們首先在第16頁上直接找出其較小之对数为 185230，其相应的数为 15319，由已知对数减去此对数得19，将此19以較已知对数稍大及稍小的表上的两对数之差29除之，若我們利用比例部分29的小表，其对于17.4为0.6及对于19－17.4=1.6采用为0.06，则得七位数为1531966，又因已知对数的指标为2，由是得所求之数为153.1966，若是已知之对数为8.185249，则所求的相应之数之七个数字仍然是1531966，但因其指标为8故其相应之数当为九位数，故应将求得之七位数字之后再附加两个0，依而所求之数为153196600，在同样的方法內，若已知之对数

为7.185249—10，則所求之数为0.001531966。

又在由1以至185頁內每頁的下脚載有S及T之値以及度分秒的变换值，关于此等值之应用可参閱Ⅵ頁之說明。

此第一表之末倘有一附表，即第186頁所載之表是也，該表所載者为常用对数率0.43429448之倍数，及对数率的倒数2.30258509之倍数，以为将常用对数(即以10为底的对数)变为自然对数（即以2.71828183为底的对数）或其反变之用 此項变换所須用的公式則在第186頁的下脚。

第 Ⅱ 表

由0°至5°每秒一載的正弦及正切的对数表

頁数　187—262

本表所包含者为0°至5°各秒之正弦及正切的对数或由85°至90°各秒之余弦及余切的对数，当将本表展开之时，其左边一頁所載者为正弦及余弦的对数，其右边一頁所載者为正切及余切的对数，每頁上面載有度数及分数，其秒数則在第一垂直行中載之，每頁下面亦載有度数及分数其秒数則在最后一垂直行中載之，本表所載者为对数之完全假数；其指标則因由188頁及189頁之第二半頁以后其单独各行之指标均是共同的，故每頁只在其第一个分数行內載有指标数，而其余各分数之行內則省略其指标，全体对数均当以—10附加之。

已知一角求其正弦对数或正切对数

本表对于各整秒的正弦对数及正切对数是直接載有者，例如 log sin 2°58′12′可由第232頁直接查得其为8.714439,

此值亦同时为 $\log\cos 87^{\circ}1'48''$ 之值，若已知之角尚有秒之小数，則与以前所述求数之对数的方法相同之法依比例以求之，卽先由本表查出已知角的整秒数的对数并将此对数与其大一秒的对数，而作出其差，依比例以算出已知角中不及一秒的小数相应之对数差，然后将此差加入于查出之对数中，卽得所求之对数矣，例如求 $\log\sin 2^{\circ}58'12'',34$，則由第 232 頁查出 $\log\sin 2^{\circ}58'12''=8.714439$ 及其差为以第六位为单位的 $+41$，将此数以0.34乘之得 $+14$ 为其比例部分，将此比例部分加入于 $\log\sin 2^{\circ}58'12''=8.714439$ 内卽得 $\log\sin 2^{\circ}58'12'',34=8.714453$。

已知一正弦对数或正切对数求其角

若已知一正弦对数或正切对数，欲求其相应之角，其法精密与已知一数的对数而求其相应之数之法相同，我們在表内先找出較小或較大的对数，若对数因角度之增大而增大者則找出較小的对数，若对数因角度之增大而减小者則找出較大的对数，然后求出此对数与已知对数之差，并得此差以找出的对数与直接在表内載有的，紧接其后的对数之差除之，由此則得直接查得的对数相应之整秒数后的小数部分，将此部分加于整秒数之后卽得所求之角矣。例如已知 log cos 为 8.685163，則先由表内找出較大的对数为8.685188，且查知其相应之角为 $87^{\circ}13'25''$，此对数与已知对数之差为以第六位为单位的25，而此对数与表内紧接其后的对数之差为44，由是以44除25得 $0'',57$，将此值附加于 $87^{\circ}13'25''$ 之后得 $87^{\circ}13'25'',57$，卽为所求之角。

为决定小角度的正弦对数及正切对数尚有其第二方法，此法为应用在第 2—185 頁下脚所載的 $S=\log\dfrac{\sin x}{x}$ 及 $T=\log\dfrac{\operatorname{tang} x}{x}$ 之值者，应用此法之基本定理为：正弦或正切的对数等于将角度化为以秒表示之数，并求其对数，再加上S或T之值，而S或T之值可由第 2—185 頁下脚以角度为引数查得之。例如欲决定 $\log\sin 0^{\circ}22'57'',708$，則由第13頁下脚查得相应于 $0^{\circ}22'58''=1378''$ 之 $S=4.685572$，

又由表查得log 1377，708＝3.139157，故得log sin0°22,57″，708＝7.824729，依同样的方法我們可求得log tang 0°22′52″，708＝4.685581＋3.139157＝7.824738。

既有此法以求小角度的正弦对数或正切对数，則当然又有一个反求的問題摆于我們的面前，即已知log sin或log tang而欲求其相应之角是也，此項反求的問題其基本定理为：以秒表示之角之数其对数等于已知之正弦对数或正切对数減去S或T之值，于此須多作一点小手續，即为求得査出S或T之值时所須要的引数，我們可先由第Ⅱ表査出角度只至整秒数的近似值，再以此近似值为引数由第Ⅰ表査出S或T之值，例如已知log tang＝8.107831，則由第199頁査出相应之角只至一秒止之近似值为0°44′4″，然后以此角为引数由第38頁査出T＝4.685599并由已知对数內減去此数則得所求之角的对数为3.422232，再将此对数由第Ⅰ表査出相应之数即为所求角度之秒数矣，就本例言之求得之值为0°44′3″，82。

此項方法仅当角度为甚小时較由第Ⅱ表直接査出的方法为有利，盖因角度甚小則第Ⅱ表內紧接的两个对数之差增大，其間之变化不合于比例故也。

又因第Ⅰ表內所載S及T之值仅至10000″＝2°46′40″止，故应用上述之法亦只限于在2°46′40″范围之內。

今为将与此相似的一个方法能应用之于5°，在第Ⅲ表的第264—293頁上載有上面有b字之一行，此行內所載之数是为将以弧度所表之角之对数变为此角的正弦对数而以对数第六位为单位者所須要的改正数，若我們依此項基础上欲由已知一角决定其log sin或log tang，則先由第Ⅰ表査出其已知角的以秒为单位所表之数之对数，然后由此对数內減去一常数ρ的对数（参照第595頁），再由減得之数內減去b行內所載之相应值則得所求的log sin，若由減去log ρ后之数內再加上b行內所載之相应值之二倍則得所求的log tang矣，例如已知一角为2°58′12″，34：

$$\log 2°58'12'',34 = 4.029073$$

$$\frac{\log \rho \qquad = 5.314425}{差 \qquad = 8.714648}$$

正　弦：

		8.714648
由第281頁	$-b=$	-194.5
$\log \sin 2°58'12'',34=$		8.714454

正　切：

		8.714648
由第281頁	$+2b=$	$+389.0$
$\log \tang 2°58'12'',34=$		8.715037

由此例观之，可知此法較直接由第Ⅱ表查出对数以及由第Ⅰ表查出S 及T 之法則广泛多矣，曾可为一便利之法也。

第 Ⅲ 表

每十秒一載的三角函数的对数

頁数　264—533

本表所包含者为一象限內每十秒一載的三角函数正弦，余弦，正切及余切的对数，由 0°以至45°其度数則載在表之上面，分数及秒数則載在左边之头两行內，表之单独各行之上端所記的标題卽为关系于一象限內之此一部分者。反之一象限內之第二部分卽由45°至90°，則度数及各行之标題均載在表之下面及行之下端，分数及秒数則載在表之右边末二行內。在正弦及余弦行內互相上下的二个对数之差則記于在其函数的右側且其标題为d之行內，但在正切及余切时則其差記在正切及余切两行之間且其标題为d.c.之行內，盖其差数对于正切及余切均适用故也，又因对于全象限內的正弦及余弦以及在于 0°--45°間之正切均为純分数，故表內所載之对数还須附加－10，但对于由 0°—45°的余切及由45°—90°的正切則为例外而不可附加－10也。

已知一角求其 log sin, log tang, log cotg或log cos。

在此种情形下所应用之法，与在Ⅴ頁上所述应用第Ⅱ表之法完全相似，而仅須注意在第Ⅱ表內为逐秒一載，而本表則为每十秒一載也，例如求log sin7°17′32″,36則先由第307頁查出log sin7°17′30″=9.103531 及其相应之差为 +165. 将此差以0.236乘之得+39 为其比例部分，附加于上之对数內卽得結果为log sin7°17′32″，36=9.103570。由第294頁以后，每頁的一旁載有差数小表，应用此等小表可无須用乘法手續，而只須将由小表內查得之两三个数字施行加法而已，仍就上例言之，卽可就上面記有165之小表查出。

对于	2″	…………33.0
对于	0.3	………… 4.95
对于	0.06	………… 0.990
	和	………… 38.940

由是得与以上相同之結果卽其比例部分为39，但若欲求log cotg54°58′17″,9,則在第474頁上查出log cotg54°58′10″=9.845720及差数−45，依上面記有45之小表，对于7″,9之比例部分为−36,再加于上之对数中卽得其結果为：log cotg 54°58′17″,9=9.845684。

已知 log sin, log tang, log cotg 或 log cos 求其相应的銳角

知角度增大时函数亦增大者 log sin及log tang是也，我們对于此种函数先在表內查出与已知函数最相近而較小的对数，然后由已知之对数內減去此对数之値，而将其所得之差以表內最近于已知对数而較小之对数与較大之对数之差除之，而此差則为表內已經載有者。其除得之商卽为由比例所得之小数部分亦卽所謂比例部分也。将其小数点向右移动一位后，則得秒之整数及小数部分，将此秒之整数及小数部分附加于較已知对数稍小的对数所相应的角度上卽得所求之角。

若应用差数小表则除法手續可省而只須应用减法而已。例如已知log sin＝9.872574 則在第514頁上查出与已知对数最相近而較小之log sin＝9.872565及其相应之角为 48°13′10″，此对数与已知对数之差为9，而此对数与表上較大之一对数的差为19，以19除9得0.47，将其小数点向右移动一位得4″,7，并将此4″,7附加于48°13′10″內卽得所求之角为48°13′14″,7。

但如角度增大而函数反因而减小者，如log cos 及log cotg是也，此种情形之函数，我們先在表內查出与已知函数最相近而較大的对数，由此对数减去已知之对数，而以表內与已知对数最相近而較大及較小两对数之差除之，例如已知log cos＝9.710739，則由第449頁查出 9.710751＝log cos59°5′10″，而将差数12以差数35除之得0.34，由是得所求之角为59°5′13″,4。

若由大于90°之角而欲求其log sin，log cos，log tang或log catg时，則由已知之角內减去包含于其內的 90°之最大倍数，若所减之数为90°的偶数倍則由其剩余之角度查出log sin，log cos，log tang及log cotg，若所减去之数为90°之奇数倍則由其剩余之角度查出log cos，log sin，log cotg及log tang，且須顾虑正弦在第 3 及第 4 象限內，余弦在第 2 及第 3 象限內，正切及余切在第 2 及第 4 象限內均为負。今将此項情形汇列为一覽表如次，但Z系表示一銳角者：

角　度	正　弦	余　弦	正　切	余　切
Z	+sin Z	+cos Z	+tang Z	+cotg Z
90°+Z	+cos Z	−sin Z	−cotg Z	−tang Z
180°+Z	−sin Z	−cos Z	+tang Z	+cotg Z
270°+Z	−cos Z	+sin Z	−cotg Z	−tang Z

由大于90°之角欲求其三角函数的对数，我們还可应用在下表內所載之規則：

角度	正弦	余弦	正切	余切
Z	+sin Z	+cos Z	+tangZ	+cotgZ
180°−Z	+sin Z	−cos Z	−tangZ	−cotgZ
180°+Z	−sin Z	−cos Z	+tangZ	+cotgZ
360°−Z	−sin Z	+cos Z	−tangZ	−cotgZ

由上之一覽表我們可知道同时有在于0°与360°間的二个角度均能与已知之一函数相应。若我們不知道所求之角究竟是在那一象限內，而又要所求得之角不发生二义的双关情形，則我們除已知之函数及其符号外同时还不可不知道他一函数之符号；但若已知之函数为log cotg或log tang时，則他一函数不可为log tang或log cotg也。

例如已知log tang=0.170923而欲求其相应之角且我們又知道正切为正及其余弦为負，則我們可找得所求之角为304° 0 19, 8，通常为决定一角当施行三角計算之时其終結时得到两个数的对数，且此两个数是与一角的正弦及余弦成比例者，例如log(a sinA)及log(a cosA)之类是也，若将此两个对数相减，則得log tangA，然若此两个数同时均为正或均为負（負数的对数在对数之末端附記一n 以表示之），則A在第 1 象限或在第 3 象限；若此两个数 a sinA及acosA为一正一負或一負一正，則A在第 2 象限或第 4 象限也。

第Ⅳ表　1及2

加法对数及减法对数

頁数　535—593

我們把加法对数表及减法对数表分为两个表，卽第 1 表及第 2 表，此二表之中其第 1 表对于加法及减法同能应用，第 2 表則只能应用于减法中的对数之差較 0.420000为大者

也。在第1表内所載之值为以$\log x$为引数之$\log(x+1)$之值，在第2表内所載之值为以$\log x$为引数之$\log\left(1-\frac{1}{x}\right)$之值。应用此二表若已知两数的对数則可决定此两数之和的对数或差的对数，其方程式如次：

对于加法者：若$a>b$，其方程式为：

$$\log(a+b)=\log a+\log\left(\frac{b}{a}+1\right),$$

表在第535—565頁

若$a<b$，其方程式为：

$$\log(a+b)=\log b+\log\left(\frac{a}{b}+1\right),$$

表在第566—570頁

对于减法者：若$a>b$，但其对数之差不超过0.420000者，其方程式为：

$$\log(a+b)=\log b+\log\left(\frac{a}{b}-1\right),$$

表在第535—570頁

若$a>b$，且其对数之差为較0.420000大者，其方程式为：

$$\log(a-b)=\log a+\log\left(1-\frac{1}{\frac{a}{b}}\right),$$

表在第572—593頁

求加法对数时其方法如下：

若已知两数的对数而欲求此二数之和之对数，則我們将其較大之数以a表之，較小之数以b表之，并作出对数之差$\log b-\log a=A$。以此A之值为引数在表内上面記有A之行与在第535—565頁的表中上面記有顺序数字之行內查出B之值，其法精密与第I表由已知之数查出其相应的对数之法相同。将查得之B之值加于較大之已知数之对数中，即得两数和的对数矣。

例如已知之两对数为0.477121及1.230449，則其形成之計算如下：

$$\log b = 0.477121$$

$$\log a = 1.230449$$

$$\log b - \log a = 9.246672 - 10 = A$$

依第550頁：

$$B = 0.070581$$

$$\log a = 1.230449$$

$$\log(a+b) = 1.301030$$

或若已知之二对数为0.131089及8.753210—10，则計算如下：

$$\log b = 8.753210 - 10$$

$$\log a = 0.131089$$

$$\log b - \log a = 8.622121 - 10 = A$$

依第539頁：

$$B = 0.017822$$

$$\log a = 0.131089$$

$$\log(a+b) = 0.148911$$

求减法对数时其方法如下：

若我們仍然以 a 表示大数b 表示小数， 則作出 $\log a - \log b = B$， 又若B 之值較0.420000为小， 則我們卽以此值为第535—570頁的表內之B， 并依已知数之对数而由第Ⅰ表査出其相应的数之法，由此表內査出A 之値， 然后将此A加于較小之数之已知对数中卽得所要的两数差之对数矣。然若B之値大于0.420000， 則我們 有其相应値C， 欲査出C之値可应用当求加法对数时査出B之法相似之法由第 572—593頁的表內以B为引数以査出之， 并将此C 加于較大之数之已知对数中。

例如已知两对数为1.230449及0.477121，则計算如下：

$$\log a = 1.230449$$

$$\log b = 0.477121$$

$$\log a - \log b = 0.753328 = B$$

依第579頁：

$$C=9.915679$$
$$\log\ a=1.230449$$

$$\log(a-b)=1.146128$$

若已知两数之对数为3.001750及2.854171而求其两数之差之对数，則計算如下：

$$\log\ a=3.001750$$
$$\log\ b=2.854171$$

$$\log a-\log b=0.147579=B$$

依第558頁：

$$A=9.607117-10$$
$$\log\ b=2.854171$$

$$\log(a-b)=2.461288$$

为使計算人有最可能的便利我們将其关系公式反复刊載于本表每頁之下脚。