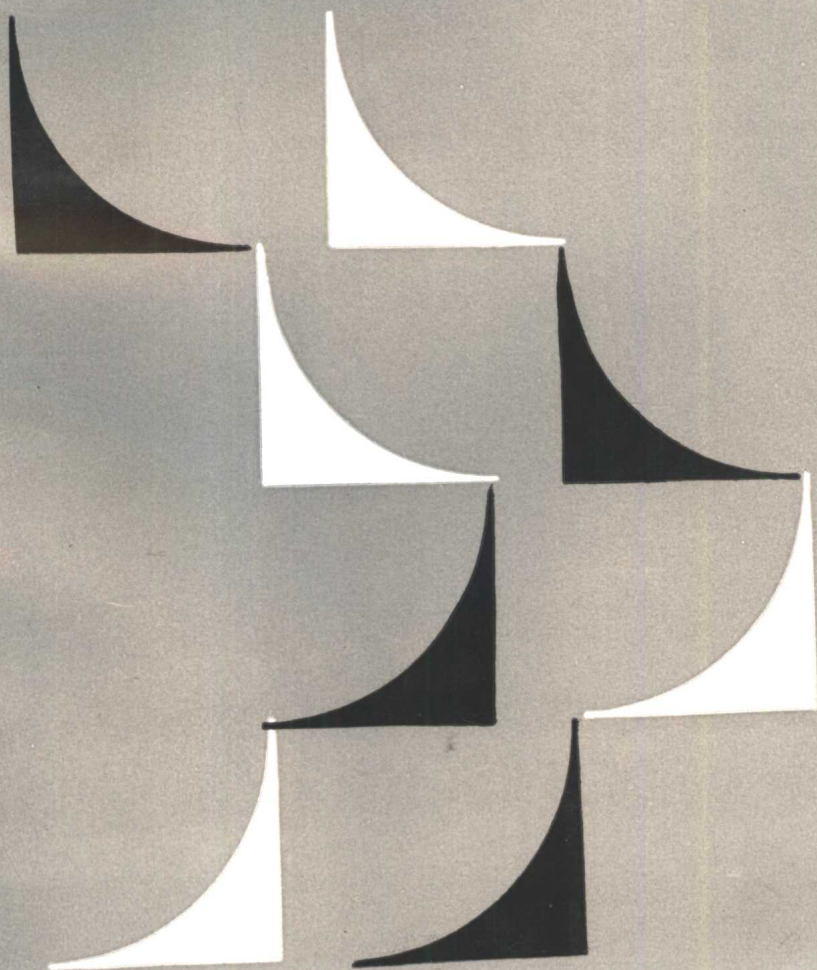




# 灰色系统 基本方法

邓聚龙著

华中理工大学出版社



# 灰色系统基本方法

邓聚龙 著

华中理工大学出版社

FF30/11

## 内 容 提 要

“灰色系统”理论自 1982 年正式发表以来,已引起了国内外很多学者、科学技术人员的重视,并在众多方面获得了成功的应用。

本书对“灰色系统”的基本概念、基本理论和基本方法作了通俗明了的阐述。全书包括概言、关联分析、生成数、灰色建模、灰色预测、灰色决策、灰色控制七章。

本书内容精练、数学不深、注重方法、讲清实例,适合于具有高中以上文化程度的读者阅读,可作为了解和学习“灰色系统”理论的入门书,也可供从事预测决策、系统分析、工程控制、社会经济、计划管理、农业研究、气象水利、医药生物、生态环境科学的科技工作者和大专院校师生参考。

### 灰色系统基本方法

邓聚龙 著

责任编辑 殷伯明

\*

华中理工大学出版社出版发行

(武昌喻家山)

新华书店湖北发行所经销

武汉市新华印刷厂印刷

\*

开本:850×1168 1/32 印张:8 字数:183 000

1987年11月第1版 1996年5月第4次印刷

印数:18 001—20 000

ISBN 7-5609-0045-3/TP·8

定价:8.00元

**(鄂)新登字第 10 号**

(本书若有印装质量问题,请向出版社发行部调换)

# 前 言

现在，虽然已出版了四本有关灰色系统的专著：国防工业出版社出版的《灰色系统（社会经济）》，华中工学院出版社出版的《灰色控制系统》和《灰色预测与决策》，科学普及出版社出版的《灰色系统预测决策建模程序集》，但是，仍然缺少一本讲清方法，着重实例，内容简练，数学不深，篇幅不大，易于阅读，读者面广的普及本。出版这样的一本书，正是一千多封国内外来信的要求。

从1984年11月开始，郭洪同志主持了全国灰色系统理论函授班。开班以后，得到了全国22个省市灰色系统的支持者、热心者、扶持者、研究者的响应。本书《灰色系统基本方法》，就是在函授教材的基础上，经过加工、整理、完善、补充后写出的。

在内容上，本书尽量精练，紧紧围绕灰色系统的几个基本问题与方法，组织材料。这些基本内容是：

- 灰色系统关联分析
- 灰色系统的生成函数
- 灰色系统的建模
- 灰色预测
- 灰色决策
- 灰色控制

这些内容前后联贯，成一整体。如关联分析本身既是系统分析的基本方法，同时又与生成函数一起，为建模提供了基础。建模是预测的基础，而预测又是决策与控制的前提。

在结构上，本书尽量从方法的完整着眼。为了让读者对这些基本方法能通过自学来掌握与应用，在阐述上尽量从实际计算入手，介绍方法和步骤，用实例说明方法的应用领域、意义和效果；在数学上，充分照顾高中文化程度的读者。

在选材上，本书尽量从新，即尽量选用最新的应用成果。这些成果很大部分来自1984年12月太原召开的全国第一次灰色系统与农业学术会议论文集，同时也收入了一些1985年以来的成果。

在篇幅上，本书尽量做到少而精。凡是与基本方法、基本观点、基本概念有关的部分，就不惜篇幅，尽量阐述清楚，而非基本部分则从略，尽量做到有方法、有计算、有实例、有应用、有分析、有习题。

本书的前身，灰色系统函授教材第一章至第六章由邓聚龙撰写，第七章主要由郭洪撰写。整个函授教材由郭洪同志作了全面订正，并由郭洪解答了函授中的绝大部分问题。这些问题已作为正式内容收入本书中。

邓聚龙

1985年7月于华中工学院

# 目 录

## 前言

<b>第一章 概言</b> .....	( 1 )
一、什么是灰色系统.....	( 1 )
二、灰色系统应用情况.....	( 2 )
三、灰色系统研究任务.....	( 4 )
<b>第二章 关联分析</b> .....	( 17 )
一、关联分析概言.....	( 17 )
二、关联系数与关联度.....	( 19 )
三、几个应用实例.....	( 31 )
四、优势分析.....	( 34 )
<b>第三章 生成数</b> .....	( 43 )
一、生成数概言.....	( 43 )
二、累加生成.....	( 44 )
三、累减生成.....	( 52 )
四、残差辨识预测模式.....	( 56 )
五、灰数生成.....	( 64 )
六、灰色统计.....	( 73 )
七、灰色聚类.....	( 81 )
八、应用实例.....	( 91 )
<b>第四章 灰色系统理论的建模问题——GM模型</b> .....	( 96 )
一、GM模型建模机理.....	( 96 )
二、GM(1,N)模型.....	( 97 )
三、GM(1,1)模型.....	( 104 )
四、GM(1,1)模型群与参数区间.....	( 108 )
*五、GM(1,1)残差模型.....	( 114 )

六、GM(1,1)包络模型.....	(118)
七、五步建模.....	(120)
GM模型附录.....	(129)
<b>第五章 灰色预测</b> .....	<b>(140)</b>
一、数列预测.....	(141)
二、灾变预测.....	(145)
三、季节灾变预测.....	(150)
四、拓扑预测.....	(154)
五、系统预测.....	(159)
六、GM(1,1)预测与递推残差预测的比较.....	(162)
<b>第六章 灰色决策</b> .....	<b>(165)</b>
一、灰色局势决策.....	(165)
二、灰色线性规划.....	(179)
三、灰色整数规划.....	(197)
<b>第七章 灰色控制</b> .....	<b>(207)</b>
一、灰色传递函数.....	(207)
二、典型环节.....	(216)
三、动态过程分析.....	(219)
四、去余控制.....	(232)
五、去余控制实例.....	(238)
六、灰色预测控制.....	(243)
七、灰色预测控制器应用实例.....	(246)
<b>参考文献</b> .....	<b>(250)</b>

# 第一章 概 言

## 一、什么是灰色系统

社会、经济、农业、生态等许多非技术系统，按其领域而命名，而灰色系统却按颜色来命名，因为颜色的深浅在控制理论中常用来形容信息的多少。比如说黑箱 (Black Box) 就是表示系统内部结构、参数、特征等一无所知，只能从系统的外部表象来研究的这类系统，这里的黑，表示信息缺乏。相反，一个系统的内部特性全部确知，便称这系统是明明白白的，白表示信息充足。而介于白与黑之间，或者说部分信息已知部分信息未知的这类系统便可命名为灰色系统。灰色系统理论认为人体是一个系统，人的身高、体重、体温、血压等都是已知的，可是人体究竟有多少穴位，每个穴位有什么作用，是什么原因引起的，这些都是未知的，人体便是灰色系统。一个加有电压的电阻，见图 1.1 也是一个系统，当电阻的大小知道后，便可算出多大电压能得到多大电流，电压与电流之间有明确的关系，这便是白色系统。

区别白色系统与灰色系统的重要标志是系统各因素之间是否具有确定的关系。以图 1.1 为例，如果记  $U(i)$  为  $i$  时刻的电压，根据欧姆定律可知电压  $U$  与电流  $I$  以及电阻  $R$  之间存在下述关系：

$$U = IR。$$

因此，对应电压  $U(i)$  便有  $i$  时刻电流  $I(i)$ ，且

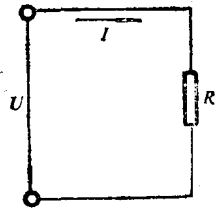


图 1.1



$$I(i) = \frac{1}{R}U(i),$$

令  $i = 1, 2, \dots, n$ , 便可得到电压序列  $U$ ,

$$U = (U(1), U(2), \dots, U(n));$$

根据欧姆定律可得电流序列  $I$ ,

$$\begin{aligned} I &= (I(1), I(2), \dots, I(n)) \\ &= \left( \frac{U(1)}{R}, \frac{U(2)}{R}, \dots, \frac{U(n)}{R} \right). \end{aligned}$$

从电压序列可以唯一地确定一个电流序列, 便称电压与电流之间有确定的映射关系。因此也可以说白色系统的特征是因素之间存在映射关系。不过要想因素之间有明确的映射关系, 则要求系统有明确的作用原理, 一个有明确作用原理的系统必定是具有确定结构的, 必定是有物理原型的。然而许多抽象系统如社会、经济、农业、生态等, 都没有物理原型。虽然知道影响系统的某些因素, 但很难明确全部因素, 更不可能确定因素之间的映射关系, 比如说粮食生产是一个抽象系统, 肥料、种子、农药、气象、土壤、劳力、水利、耕作、政策等是影响粮食生产的因素, 但难以确定全部因素, 更难找到肥料与粮食产量, 或农药与粮食产量的映射关系。有时即使建立了某种关系, 也是在一定假设条件下, 按某种逻辑推理, 某种理性认识得到的, 这种关系充其量只能说是原系统的“代表”或“同构”, 这类系统可称为本征性灰系统。

## 二、灰色系统应用情况

灰色系统理论建立以来, 不仅已成功地应用于工程控制、经济管理、未来学研究、社会系统、生态系统等领域, 而且在复杂多变的农业系统, 包括水利、气象、生物防治、农机决策、农业区划、农业经济等方面也取得了可喜的成就。1984年12月在山西

太原召开了第一次“灰色系统与农业”学术讨论会，到会代表100多人，收到论文60多篇。两年多来，出版了灰色系统专著，灰色系统论文集，发表了近100篇论文。在应用成果中，下述结果引起了人们的广泛兴趣。

- 1983年，邓聚龙等接受了我国粮食发展决策中的一个课题，即粮食的发展预报与粮食发展的长期规划。为此，建立了GM(1,1)模型。用此模型取得了我国粮食总产从1983年—2000年的规划性预测值。预测1983年的粮食产量与国家统计局公布的数据相比，误差仅4%。接着，用灰色系统的理论与方法对湖北省2000年宏观经济的发展趋势进行了量化分析，提出了自己的结论和建议，受到湖北省科协的奖励。
- 河南人民胜利渠用灰色系统理论制订最佳灌溉决策。使全灌区农田得到大丰收，并且使这个地区的防涝治碱有了显著效果。1983年全灌区88万亩粮食作物平均亩产比丰收的1981年增加35公斤。1984年收成更好，60多万亩粮食作物平均亩产612公斤，20多万亩棉田平均亩产皮棉81公斤。
- 山西吕梁地区应用灰色系统理论进行初霜预测。比如，预测1983年初霜出现在9月25日左右，而实际出现在9月27日；1984年9月25日以前不出现初霜，实际在10月4日才出现初霜。由于预测准确，离石县秋粮作物避免了霜冻灾害，使全县的秋粮增收1成—3成，取得了巨大经济效益。
- 华中工学院金相教研室用灰色模型进行金相分析，技术经济意义突出。象某些比金子还贵的稀有金属，采用灰色理论研究分析，避免了破坏性试验造成的经济损失和稀有金属的浪费。获得了很大的经济效益。
- 武汉汉阳火车站用灰色系统理论预测火车装车吨位，精度高达90%以上。为全国经济发展中突出的交通问题的解决

提供了科学依据和方法。

- 武汉工学院用灰色系统理论预测我国汽车产量，精度达90%左右。比一般的回归分析法高。
- 山西应用灰色系统理论进行县级区划，为农业区划的定量化、模型化、最优化开辟了一条新的途径，为指导现代化农业生产提供了充分的科学依据。

灰色系统理论应用的前景是广阔的，如气象工作人员可以用灰色系统进行天气预报，水电科技人员可以用它来预报洪水，银行可以用它来推算未来的储蓄额，工厂可以用它来预测商品需求趋势，计划生育部门可以用它来预测人口…。总之，灰色系统理论有可能对社会、经济等抽象系统进行分析、建模、预测、决策和控制，它有可能成为认识客观系统改造客观系统的一个新型理论工具。

### 三、灰色系统研究任务

灰色系统的研究任务除工业控制外，还包括社会、经济、农业等本征灰系统的分析、建模、预测、决策和控制。一个问题的研究往往同时包含了好几个内容，比如研究生态系统的食物链，则涉及到绿色植物、食草动物、食肉动物等三个层次。制订畜牧业发展规划时，便需要明确这三个层次的量化关系，预测它在人的干预下层次间的发展变化，分析这种干预需要的代价与可能得到的效益，提出减少所需代价、获取更大效益的决策，制订实施决策的计划与措施。这样一个问题的解决便包括了分析、建模、预测、决策与控制等内容。

还可举一个例子。比如长江三峡的开发，涉及到自然资源、水利工程、社会经济等多个层次。为了制订一个合理的开发规划，首先要明确这几个层次的量化关系，预测三峡工程对三个层次发展变化的影响，分析工程的造价与效益，提出减少所需代

价、获取更大效益的决策，制订实施决策的计划措施，这也是一个包含了分析、建模、预测、决策、控制等多个内容的问题。

下面分六个问题介绍灰色系统的内容大意。

### 第一个问题 系统分析

什么是系统分析？比如肥料、农药，种子、气象、土壤、劳力、水利、耕作、政策等是影响粮食生产的因素，那么，哪些因素是主要的，哪些是次要的，哪些影响大，哪些影响小，这是粮食生产的系统分析。又比如山西省的汾河水库，关系到太原的工业用水与生活用水，可是建库以来泥沙淤塞严重，人们耽心着水库的前途。这样，对汾河上游输沙的成因分析是很重要的。推广来看，这种分析对整个黄土高原的整体开发，甚至黄河的治理都有意义。

现有系统分析的量化方法，大都是数理统计法如回归分析、方差分析、主成分分析等，其中以回归分析用得最多。然而回归分析有下述弱点：

- (1) 要求大样本量
- (2) 要求样本有较好的分布规律
- (3) 计算工作量大
- (4) 可能出现量化结果与定性分析结果不符的现象。

这说明回归分析有较大的局限性，特别是对于我国的经济分析局限性就更突出。比如我国建国才30多年，数据有限，难以满足大样本量的要求，其二，我国建国以来经济方面有几次大起大落，难以满足样本有较规律的分布的要求。其三，我们确实遇到过回归分析的计算结果与实际情况不符的情况。比如湖南某县有大量石灰石与小煤窑，甚至还有优质的大理石，从近几年该县经济发展来看，小水泥生产起了不可低估的作用。可是用回归分析得到的结论恰好相反，即小水泥产值与该县总产值及总收入为负相关。

灰色系统理论提出了一种新的分析方法，称为系统的关联度

分析方法，这是根据因素之间发展态势的相似或相异程度，来衡量因素间关联程度的方法。

由于关联度分析法是按发展趋势作分析，因此对样本量的多少没有过分要求，也不需要典型的分布规律，计算量小，即使是上百个变量（序列）的情况也可用手算；且不致出现关联度的量化结果与定性分析不一致的情况。

关联度分析现在已用到农业经济、水利、材料科学、宏观经济等多个方面。比如山西汾河水库上游输沙量分析，山西果树产量分析，湖北省宏观经济分析；东北红松生长的生态分析，金属材料的性质分析等多个方面都取得了满意的结果。

对抽象系统、社会现象等进行关联度分析，首先要找准数据序列，即用什么数据才能反映系统的行为特征，是首先要研究的。用某种数据来间接地表征系统行为，称为找映射量，即找系统行为的映射量。比如

- 法国的人口学家曾统计和研究过中国的宋朝、元朝、明朝、清朝的人口。这些人口数字都不是直接统计的，而是根据中国食盐的销售量折算得到的，因为人每天所需食盐量是在某个大致范围内的，而过去中国政府都设有盐政局，食盐是属于统购统销物质，在这样的前提下用食盐作为人口的映射量是恰当的。
- 用照相行业的收入反映社会精神面貌的变化，也是可以考虑的。一般来说，人们心情高兴、生活不愁，便有心思去考虑照相留念。十一届三中全会以来，我国经济发展了，农村也因此出现了许多照相专业户。
- 用医院挂号费作为健康水平的映射量。
- 用刑事案件的发案率来代表和反映社会治安和社会秩序。
- 用学生人数来反映教育的发达程度，用大专以上文化程度的人数来反映教育水平的高低。

以上这些是各种社会现象的一些可能的映射量。当有了系统行为的数据列（即各时刻的数据）后，根据关联度计算公式便可算出关联程度，也可将数据输入计算机，通过关联度计算软件算出结果。

山西农科院资源所已编有关联度计算的全部计算机程序。

关联度不仅是一种系统分析方法，而且是进一步可拓广为关联度空间。这将为离散数学的分析学奠定基础。

### 第二个问题 系统模型的建立

什么叫模型？把某个家庭当作一个系统，如果这个家庭每个月收入的10%存入银行，则这个家庭的银行存款便是收入的10%。银行存款与收入的这个数量关系，便是这个家庭的一个经济模型，因为这种模型是各因素（变量）之间的数学关系，我们常称它为数学模型。

灰色系统理论建模的主要任务，是根据社会、经济、农业、生态等系统的行为特征数据，找因素之间或因素本身的数学关系。现有的其他建模方法是用离散的数据列，建立一个按时间作逐段分析的模型，即递推的离散的模型。这种模型有较大局限性，正如美国加利福尼亚大学T.C.Hsia（夏天长）在他的专著“Systems Identification”中5.3节写的：“尽管连续系统的离散近似模型对许多工程应用来讲是有用的，但在某些研究领域中，人们却常常希望使用微分方程模型。比如：生命科学、经济学、生物医学等。在这些领域中，微分方程的系数描述了我们所希望辨识的系统内部的物理或化学过程的本质。”那么人们能否建立微分方程模型呢？T.C.Hsia的回答是不能，他认为“微分方程中的系统数据的出现是输入输出的导数，它们一般是不能量测得到的”。“实际上，由于导数信号是很难获得的，所以解不存在”。

现在，灰色系统理论解决了这个一向认为不能解决的连续微分方程的建模问题。为什么灰色系统理论能够解决这个问题呢？

其要点之一是灰色系统有一种新观点，即认为任何随机过程都是在一定幅值范围、一定时区内变化的灰色量，我们称随机过程为灰色过程。在处理手法上，灰色过程是通过原始数据的整理来寻找数的规律的，这叫数的生成，这是一种就数找数的现实规律的途径。而基于概率统计的随机过程，则是按统计规律，按先验规律来处理问题，作这种处理，要求数据越多越好，或者说它是建立在大样本量的基础上的。事实上，即使有了大样本量也不一定能找到统计规律，即使有了统计规律也不一定是典型的，而非典型的过程（如非平稳，非高斯分布，非白噪音等）是难以处理的。而灰色过程则无此限制。事实上将许多原始数据作累加处理后便出现了明显的指数规律。为什么能做到这一点呢？因为灰色理论认为，尽管客观系统表象复杂，数据离乱，但它总是有整体功能的，总是有序的，因此它必然潜藏着某种内在规律。关键在于要用适当方式去挖掘它，然后利用它。比如说数据处理后呈现出指数规律，这是由于大多数系统都是广义的能量系统，而指数规律便是能量变化的一种规律。

由于生成的数据列有了较强的规律，有可能对变化过程作较长时间的描述，因此有可能建立微分方程型模型。

不过建立微分方程模型还要用到灰色理论的其他成果，比如关联空间的知识，离散函数的收敛、极限、离散函数的光滑度、灰导数、灰微分方程、平射等概念。

下面举一个简单的例子，说明灰色过程如何通过生成来寻找规律。

考虑有4个数据，记为  $x^{(0)}(1)$ ,  $x^{(0)}(2)$ ,  $x^{(0)}(3)$ ,

表 1.1

序 号	1	2	3	4
数 据(原始)	1	2	1.5	3
	$x^{(0)}(1)$	$x^{(0)}(2)$	$x^{(0)}(3)$	$x^{(0)}(4)$

$x^{(0)}(4)$ , 其值见表1.1, 将上述数据作图, 得图1.2。

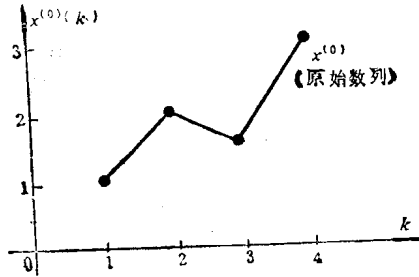


图1.2

图1.2表明原始数据 $x^{(0)}$ 没有明显的规律, 其发展态势是摆动的。

如果将原始数据作累加生成, 记第 $k$ 个累加生成数为 $x^{(1)}(k)$ , 并且

$$\begin{aligned} x^{(1)}(1) &= x^{(0)}(1) = 1, \\ x^{(1)}(2) &= x^{(0)}(1) + x^{(0)}(2) = 1 + 2 = 3, \\ x^{(1)}(3) &= x^{(0)}(1) + x^{(0)}(2) + x^{(0)}(3) \\ &= 1 + 2 + 1.5 = 4.5, \\ x^{(1)}(4) &= x^{(0)}(1) + x^{(0)}(2) + x^{(0)}(3) + x^{(0)}(4) \\ &= 1 + 2 + 1.5 + 3 \\ &= 7.5。 \end{aligned}$$

作这样的生成后, 得数据列 $x^{(1)}$ 如表1.2, 将上述数据作图, 得图1.3。

表 1.2

序 号	1	2	3	4
生成数据	1 $x^{(1)}(1)$	3 $x^{(1)}(2)$	4.5 $x^{(1)}(3)$	7.5 $x^{(1)}(4)$



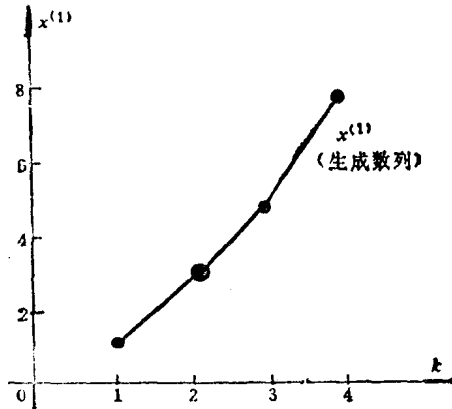


图1.3

从图1.3知，无规律的原始数据生成后，得到了较规律的数据，比如说无摆动的递增规律的数据。

在建立系统各因素的关联模型时，灰色理论是五步建立的，即第一步语言模型，第二步网络模型，第三步量化模型，第四步动态量化模型，第五步优化模型。

五步建模的思路与模型的特点如下：

- ①认为定性分析是建模的前提。
- ②定量模型是定性分析的具体化、规格化、关系化、数量化。
- ③定性与定量紧密结合。
- ④明确系统潜在的与显露的因素，弄清因素间的因果关系，是系统研究的基本任务，是建模的基础。
- ⑤因素间的关系在
  - 事理系统中，是“前因·后果”关系，
  - 技术系统中，是“输入·输出”关系，
  - 经济系统中，是“投入·产出”关系。
- ⑥因素间的关系是相对的，多重的，