地震学中的计算方法

朱介寿　等编著

地震出版社

地震学中的计算方法

朱介寿等 编著

地震出版社

1988

内容简介

本书详细论述了地震学中一些数值计算问题的原理及方法。全书共分十章，其主要内容如下：解地球物理反演问题的基本原理及方法；震源断层面解的数值方法；震源的计算机定位；层状介质体波走时的计算；用地震体波反演地球内部速度分布；用地震面波研究地球内部结构；理论地震图的计算；地震射线追踪问题。书中还给出了一些数值计算实例及计算机程序。

本书可供从事地震学、地球物理学的科研及教学人员阅读使用，亦可作为高等学校相应专业的教学参考书。

地震学中的计算方法

朱介寿等　编著

责任编辑：李俊

地震出版社出版

北京复兴路63号

山东电子工业印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行

全国各地新华书店经售

850×1168　1/32　22.75　印张　611　千字

1988年8月第一版　1988年8月第一次印刷

印数　0001—3600

ISBN 7-5028-0126-X/P·85

（353）　定价：9.50元

序　言

近年来，由于地震学各领域广泛使用了计算机，使得这方面的数值方法及计算机程序有很大发展。例如，有关地震信号的存储与处理问题，研究震源及地球内部结构问题，地震过程的模拟问题，都发表了一系列重要的论文及专著。国内外也多次召开地震学计算问题的专业会议。

本书从实际应用出发，对地震学中的一些基本问题，就其数学模型、数值计算方法及计算程序作了较详尽的讨论。

第一章至第三章对地球物理反演理论（特别是线性反演理论）作了详尽的论述。并着重讨论了解反演问题的基本数值方法，其中包括广义逆方法、无约束最优化方法及线性非线性规划等。前三章是本书后继各章处理反演问题的基础。

第四章讨论P波初动断层面解的计算机处理方法。从简单的单力偶或双力偶模式出发，根据概率统计原理，得到了用计算机搜寻断层面及有关震源运动参数的数值计算方法。

第五章讨论震源基本参数（震中位置、震源深度及发震时刻）的计算机定位方法。对于近震，分别叙述了初定震源参数及用Geiger法、Marquardt法、Powell法修定的算法。对于远震，讨论了用Geiger法修定震源参数的原理及数值计算方法。

第六章讨论地震体波在水平及倾斜层状介质中传播的正演及反演问题解法。这些介质可以是均匀各向同性的，也可以是沿垂直方向速度呈线性变化的。

第七章叙述了用Herglotz-Wiechert公式反演地球内部速度分布的基本算法及改进方法。给出了各种速度分布的球层模型的理论走时计算公式。

第八章详细讨论了用面波研究地壳地幔结构的原理及方法。对于计算水平层状介质面波理论频散的矩阵法及快速递推算法作了详尽推导，并仔细叙述了用地震面波资料进行计算机处理及数值反演的方法。

第九章详细论述了计算理论地震图的反射率法（这是目前精度较高、应用较广的方法）的原理及数学推导，并对数值计算方法及程序设计中有关问题作了讨论，给出了计算实例。

第十章研究了任意速度分布及弯曲界面的介质中地震射线追踪问题。讨论了反射波及折射波通过介质的射线分布及走时的数值计算方法。同时还考虑了反演问题解法。

以上各章均有用FORTRAN语言编写的计算机程序及数值计算实例。

本书大部分内容是作者在前几年科研及教学工作中逐渐写成的。其中部分章节是以下同志写的：周家纪（第九章），彭君维（第十章），左海燕（第三章部分）。

在本书写作过程中，作者得到了张之立、丁韫玉、冯锐、张少泉、钟本善、曹家敏、熊辉、张平、张雁如、阎志德等同志的大力支持和帮助。他们中间有的为本书提供了某些计算机程序，有的则提供了部分素材及图表。作者对上述同志表示衷心的感谢。

作者还得到了曾融生先生的热情指导。傅承义先生及王仁先生亦对作者给予多方面的关怀和鼓励。在此，谨向上述各位先生致以深切的谢意。

本书原稿虽经几次修改及补充，限于作者水平，难免有疏漏不妥之处，敬请读者批评指正。

目　　录

第一章　地球物理反演问题概论……………………………(1)
§1-1　引言 ……………………………………………………(1)
§1-2　反演理论的发展 ……………………………………(2)
§1-3　连续型线性反演理论概述 …………………………(6)
§1-4　离散型反演问题的数学模型 ………………………(9)
§1-5　解离散型反演问题的数值方法 ……………………(12)
§1-6　反演问题的几何模型 ………………………………(15)
§1-7　反演问题中约束条件的考虑 ………………………(17)
第二章　解反演问题的基本数值方法…………………(21)
§2-1　广义逆理论 …………………………………………(21)
§2-2　计算广义逆 A^+ 的正交分解法 …………………(30)
§2-3　计算广义逆 A^+ 的奇异值分解法 ………………(35)
§2-4　最优化方法及一维寻查 ……………………………(47)
§2-5　直接计算目标函数值的方法 ………………………(55)
§2-6　计算目标函数一阶导数的方法 ……………………(64)
§2-7　计算目标函数二阶导数的方法 ……………………(72)
§2-8　广义反演线性方程组的修正 ………………………(75)
§2-9　分辨矩阵、信息矩阵和协方差矩阵 ………………(80)
第三章　约束条件下反演问题的数值解法 ……………(89)
§3-1　直接处理约束条件的逐次归位算法 ………………(89)
§3-2　约束条件下最小二乘问题解法 ……………………(91)
§3-3　惩罚函数法 …………………………………………(99)
§3-4　可变容限法…………………………………………(104)

§ 3-5 解约束最小二乘问题的计算程序和实例………(109)
§ 3-6 带惩罚函数的阻尼最小二乘算法程序和实例…(138)
§ 3-7 可变容限算法程序和实例……………………(150)
第四章 震源断层面解的数值方法 ………………(176)
§ 4-1 P 波初动解方法………………………………(176)
§ 4-2 P 波初动解的数值计算………………………(181)
§ 4-3 各有关参数的计算公式………………………(185)
§ 4-4 P 波初动断层面解计算及绘图程序……………(190)
附录 计算实例……………………………………(229)
第五章 震源的计算机定位 ……………………(242)
§ 5-1 近震的初步定位………………………………(243)
§ 5-2 Geiger 法修定近震震源参数…………………(247)
§ 5-3 远震震源参数的修定…………………………(254)
§ 5-4 阻尼最小二乘法修定震源参数………………(259)
§ 5-5 Powell法修定震源参数………………………(262)
§ 5-6 试探法求近震震源深度………………………(263)
§ 5-7 非均匀地壳模型中地震波走时的计算…………(264)
§ 5-8 近震定位计算程序……………………………(268)
附录 应用实例……………………………………(292)
第六章 层状介质地震体波走时的计算……………(299)
§ 6-1 水平层状介质反射波走时曲线………………(299)
§ 6-2 非线性方程求根法……………………………(303)
§ 6-3 回折波及首波理论走时的计算………………(308)
§ 6-4 倾斜层状介质走时曲线的计算………………(311)
§ 6-5 用反射波走时反演地壳结构…………………(317)
§ 6-6 地壳模型及震源参数的同时反演……………(321)
§ 6-7 用剥去法反演地壳速度分布…………………(327)
§ 6-8 层状介质地震波走时正、反演程序…………(331)

第七章 用地震体波反演地球内部速度分布 ……(355)
§7-1 球对称分层介质中的地震射线……(355)
§7-2 地球内部的速度分布对地震射线及走时的影响……(360)
§7-3 地球内部速度的反演……(365)
§7-4 速度反演的具体计算方法……(368)
§7-5 反演方法的改进……(374)
§7-6 理论走时曲线的计算……(382)
§7-7 一个数值反演实例……(387)
§7-8 计算程序……(396)
第八章 用地震面波研究地球内部结构 ……(423)
§8-1 地震面波及其频散……(424)
§8-2 测定面波频散的计算方法……(429)
§8-3 多层介质面波频散计算的矩阵法……(442)
§8-4 多层介质 Rayleigh 波频散快速计算法……(452)
§8-5 层状介质中 Love 波的频散计算 ……(469)
§8-6 用面波资料反演地球内部结构……(473)
§8-7 Love波和Rayleigh波频散曲线正、反演程序…(478)
附录 计算实例 ……(518)
第九章 理论地震图的计算 ……(525)
§9-1 用反射率法计算理论地震图的基本原理……(526)
§9-2 用反射率法计算理论地震图的数字处理方法…(550)
§9-3 用广义射线理论计算理论地震图的一般原理…(558)
§9-4 理论地震图与观测记录的比较……(562)
§9-5 理论地震图计算程序……(565)
第十章 任意介质中的射线追踪方法……(603)
§10-1 射线追踪原理简述 ……(604)
§10-2 射线追踪正演计算 ……(605)

§10-3 射线追踪反演计算 ……………………………(620)
§10-4 射线追踪反演初值的确定 ……………………(625)
§10-5 射线追踪正、反演计算程序 …………………(630)
参考文献 ……………………………………………………(708)

第一章　地球物理反演问题概论

§1-1　引　　言

目前，有关地球内部，特别是它的深部的知识，绝大部分来源于对地表地球物理观测资料的解释。因此，任何一种地球物理观测最终都要求解反演问题。即根据各种位场、地震波、地球自由振荡、交变电磁场、以及热学或光学的地球物理观测数据，去推测地球内部的结构形态及物质成分，定量计算各种有关的物理参数。

解反演问题是一门广泛应用于各个科学技术领域的基本研究方法。凡科学技术中涉及到观测与演绎的，都会碰到这类问题。例如，天体物理根据光谱的测定研究宇宙的物质组成及星体的演化；根据人造卫星瞬时位置及速度的观测数据计算其轨道要素；利用气象观测数据研究大气层运动规律；根据大地测量数据可以推算出近代应力场等。有人估计，约有75％的科学技术问题，都以不同方式，在不同程度上涉及到解反演问题。

解反演问题的古典方法是最小二乘法及统计学的回归、参数估计等。近廿余年来，由于地球物理反演问题的计算广泛应用了信息论、线性及非线性规划、广义逆理论及最优化方法等一些数学工具，在理论和方法上都有重大进展。

任何反演问题的计算都是建立在正演问题基础上的。只有我们已经了解到某种地球物理问题的数学解答(解析的或数值的)，即能计算其正演问题时，我们才可能解反演问题。对于那些成因或机制尚不清楚的地球物理问题，是谈不到解反演问题的。

反演问题是地球物理研究中一个重要而又困难的课题。最主要的困难是反演结果存在着多解性(不唯一性)，这就降低了反演结果的可靠程度。

地球物理反演问题的不唯一性不是反演方法或技巧上的缺陷引起的，而是这种问题所存在的固有困难。困难之一是观测资料不完备。这是由于地球物理观测通常只能在地球表面或其上空进行，无法获得反映地球内部物质的充足的信息。这就使得反演结果有多种可能性。而每一种可能的解答都能够满足不充分的观测数据。地球物理观测信息的不足是无法用数学技巧来弥补的。困难之二是任何地球物理观测都存在干扰和误差。用这种受畸变的观测数据进行反演计算是不稳定的，即观测数据中的少量错误可能导致反演结果很大的变动。因此，在地球物理反演理论中，不仅要讨论各种解算方法，还要着重研究如何减小解的不唯一性问题。目前，国内外地球物理工作者已经在这方面作了不少努力，并取得了一定的进展。

§1-2 反演理论的发展

在地球物理学发展的初期，由于观测资料比较粗糙，一般只对测量数据作定性或粗略的定量解释。从本世纪初到五十年代，随着地球物理方法的发展，各种解反演问题的定量计算方法也随之提出来。但这些方法大多是孤立地为解决某一特定问题而提出的。例如，根据地球表面体波走时观测来反演速度随深度变化的Herglotz-Wiechert公式，就是基于假设速度是深度的单调函数时的一种积分运算。又如，重力、地磁等位场解释中常用到的特征点法、积分法，也是为解释某一孤立位场异常常用的一些简单运算方法。这些方法的特点是仅能提供有关平均化的参量，例如异常物体的质量或埋藏深度等。值得指出的是，这一阶段提出的基于理论计算曲线与观测曲线相拟合的选择法（如直流电测深

及大地电磁测深解释中应用的理论曲线量板），已具有现代解释理论的萌芽，这种方法的基本原理目前仍在应用。应当指出，上述各种反演方法都假定了不存在误差，故又称精确计算法。

近三十余年来，随着科学技术的迅速发展，地球物理资料无论在空间分布范围上(海洋、大陆、大气层及太空)，以及数据的可靠性和丰富程度上，都较过去有很大改进。宇宙飞行器的发展，使我们取得了大量的月球、火星、金星、水星、木星及土星等物理数据。这就为研究地球内部以及行星内部的物质结构，特别是它们的精细结构，提供了较丰富的资料。数学方法及电子计算机的广泛应用，又促进了地球物理一般反演理论的建立和数据处理自动化的发展。

用计算机对地球物理资料进行反演计算，其基本方法是寻找某种模型，使此模型的理论计算值与观测值(存在误差的)在最小二乘意义下拟合。一般称为最小二乘拟合问题。在不同的科学技术领域内，反演问题的提法是不同的。例如，从数学观点来看，反演是在给定的子空间内找寻与函数空间中一点最靠近的点。从统计学观点来看，反演是回归或参数估计问题。而从信息论观点来看，反演又可看成滤波或过程鉴别问题。尽管术语或提法不同，但它们都表达同一内容，即从观测数据中反演计算所要求的地球内部物质的物理参数。

有关这类工作较早期的文献可参看Corbato(1965)，Johnson(1969)，Nage 及 Garde(1969)，Tanner(1967)等人文章，这些都是用最小二乘法在计算机上自动拟合进行反演的方法。

1967—1970年间，Backus及Gilbert发表了一系列重要文章。这些文章实际上奠定了近代地球物理线性反演理论的基础，具有重要意义。这个比较严格完整的反演理论以后被称为Backus-Gilbert理论（或B-G理论）。在他们的原始文献中，一般是研究整个地球内物理参数的连续变化，故反演问题以连续型函数表达。1972年，Wiggins用矩阵将Backus-Gilbert理论表达

为离散形式。同年，Jackson 亦用广义逆理论详细讨论了线性反演问题在各种情况下的解答。

Backus-Gilbert 线性反演理论提出后，立即在各个地球物理领域中得到广泛应用。例如地震学中体波或面波反演的文献可参看，Der，Masse及 Landisman (1970)，Knopoff (1972)，Johnson 及 Gilbert (1972)，Braile (1973)，Braile及Keller (1975)，Crosson (1976)，Aki (1977)等人的文章。位场解释方面的文献可参见McGrath (1973)，Braile，Keller及Peeples (1974)，Oldenburg (1976)，Parker (1975)，William(1975)，Vigneresse (1977，1978)，Borsting Pedersen(1977)，Green (1975)等。地球电磁场的反演文献可参见Parker (1970)，Inmann，Ryu 及Ward (1973)，Inmann (1975)等。

前已指出，地球物理反演结果是不唯一的。要减少这种多解性，主要的办法是进行约束，即尽可能利用各种已知的资料（先验信息）对解答范围进行限制。因此，近几年内，地球物理反演理论已逐渐集中研究约束条件下的最优化问题。常用到的数学工具是线性或非线性规划等。例如，在 Al-Chalabi (1972)，Safon，Vasseur及Cuer (1977)，Sabatier (1977)，Vigneresse (1978)，Kennett (1978)，Jackson (1979)，Fisher 及 Howard (1980)等人的文章中都集中讨论了这些问题的解法。

在线性反演理论中，普遍引入了分辨矩阵，信息矩阵等重要概念，这对于理解反演的实质及评价反演的效果有重要作用。这方面的内容可参看Backus及Gilbert 的原著，Jackson (1972)，Jupp (1975)，Crosson (1976)，Borsting Pedersen (1977)等人的文章。

以上，我们简要回顾了精确的及线性的反演理论的发展概况。与此并行的，解反演问题还可以用一种统计试验法(即蒙特卡罗法)，其特点是通过计算机选择地球模型去拟合观测资料。这方面的工作可参看Wiggins(1969)，Andersen，Worthington

及 Cleary (1972)，Press (1968，1970)等。特别是 Press用大型计算机对多种地球物理资料进行拟合，从几百万个随机试验值中挑选出几个较好的地球模型，已成为一项著名的研究工作。

下面，我们将讨论地球物理反演理论的一般数学原理。设$\mathscr{M}$为地球物理参量值构成的集合，称为"地球模型"，$\mathscr{E}$为映射地球参数与物理观测场之间的算子，称为"地球泛函"，而$\mathscr{D}$则是地球物理观测值构成的集合，称为"地球数据"。正演问题就是地球模型$\mathscr{W}\in\mathscr{M}$得到观测数据映象。$d=\mathscr{E}(\mathscr{W})\in\mathscr{D}$，反过来，由由映象$d\in\mathscr{D}$获得所有可能的元素$\mathscr{W}\in\mathscr{M}$则称为反演问题，

如果"地球模型"集合$\mathscr{M}$及"地球资料"集合$\mathscr{D}$都是线性空间，且"地球泛函"$\mathscr{E}$是线性映射算子，则这样的反演问题称为线性的。可是，大部分的地球物理反演问题都不是线性的。为此，必须采用两种办法使其线性化。第一种办法是将"地球泛函"算子$\mathscr{E}$用线性算子$\mathscr{E}_0$代替。最常见的办法是在某一初始地球模型$\mathscr{W}_0$附近展开,使线性函数$\mathscr{E}_0(\mathscr{W})$与$\mathscr{E}(\mathscr{W})$充分接近。另一种办法是通过约束条件使得集合$\mathscr{M}$及$\mathscr{D}$均成为线性空间。

我们假定"地球模型"$\mathscr{M}$为希尔伯特空间 $L_2(\Omega)$,其中Ω是R空间中的有限域。通过m个"地球泛函"的核$G_i(r)\in L_2(\Omega)$。可以把模型空间$\mathscr{M}$映射到资料空间$\mathscr{D}$，由下述积分方程表示，

$$\int_{\Omega} G_i(r)\mathscr{W}(r)dr=g_i(\mathscr{W}),(i=1,2,\cdots,m). \tag{1-2.1}$$

式中$\mathscr{W}(r)$为连续型地球模型参数(r可以看成地球半径),$g_i(\mathscr{W})$等于或近似等于观测资料d_i(存在估计误差)。由这样表达的问题是连续型的。

然而，如将域Ω分为n几个子域Ω_1，Ω_2，…，Ω_n(例如将地球内部划分为若干层)，使$\Sigma_i\Omega_i=\Omega$，则上述连续型函数就被离散化。地球模型参数被离散为$\mathscr{W}_k(k=1,2,\cdots,n)$，积分方程

(1-2.1)可以写为矩阵方程形式，

$$(G\mathscr{W})_i=\sum_{k=1}^{n} G_{ik}\mathscr{W}_k=g_i(\mathscr{W}),\qquad (i=1,2,\cdots,m) \tag{1-2.2}$$

式中，G为$m\times n$矩阵，模型参数$\mathscr{W}$为n维向量，观测数据g为m维向量。式(1-2.2)表达的问题是离散型的。

所谓线性反演问题就是从m个观测数据d_1，d_2，…，d_m中获得我们所要求的地球模型$\mathscr{W}$（或n个离散值$\mathscr{W}_1$，$\mathscr{W}_2$，…，$\mathscr{W}_n$）的信息。Backus及Gilbert提出的反演理论，就是对连续型函数形式(1-2.1)给出平均解的一种途径。而广义逆理论就是对离散型函数(1-2.2)式求解的基本方法。

§1-3　连续型线性反演理论概述

前面已经指出，地球物理反演问题实质上是寻求一个物理模型来拟合观测值。但这往往是不唯一的。Backus 及Gilbert 主要改进在于从全部可能模型的希尔伯特空间，特别是从那些满足观测数的模型空间中减少了不唯一性。为此，可以根据模型的性质对它进行某些约束。例如模型数据的非负性质，反演计算模型与初始模型在参数空间的最短“距离”性质等，都可用来约束模型，使反演结果的不唯一性得到改进。

按照Backus及Gilbert的观点，地球模型不过是适应于特定地球物理问题的一种数学抽象。例如，对地震学而言，地球模型可以看为四个参数（密度ρ，体积模量κ，剪切模量μ，品质因数Q）随深度变化的函数。在地球化学中，地球模型将是各种元素的富集及组合情况随深度及时间变化的函数。在地球电磁场中，地球模型可以模拟为电导率随深度变化的函数。由此可见，对于大多数地球物理问题来说，地球模型可以表达为地球半径r的函数$\mathscr{W}(r)$，其中$0\leqslant r\leqslant a$，a是地球半径，平均值为6.37×10^6米。

$\mathscr{W}$ 也可以视为希尔伯特空间中的一个元素。显然，对于 $\mathscr{W}$ 为负的那些子集，是没有地球物理意义的，在反演中应予排除。

地球物理反演问题的一般提法是，根据一组观测值 E_j，$j=1,2,\cdots,m$，找出适应于该观测值的地球模型 $\mathscr{W}(r)$。一般说来，观测值 E_j 是模型 $\mathscr{W}$ 的非性线函数。

$$E_j=E_j(\mathscr{W}),\ j=1,\ 2,\cdots,\ m. \tag{1-3.1}$$

对于真实地球模型 $\mathscr{W}_0$，其相应的观测值为

$$E_j^{0}=E(\mathscr{W}_0),\ j=1,\ 2,\cdots,\ m. \tag{1-3.2}$$

引入希尔伯特空间进行描述目的之一，是使我们能定义并计算观测数据相对于模型的导数。这可以考虑两个模型 $\mathscr{W}$ 及 $\mathscr{W}'$，它们之间仅相差一个微量 δ_m，

$$\mathscr{W}'=\mathscr{W}+\delta_m. \tag{1-3.3}$$

若它们的函数值有关系

$$E_j(\mathscr{W}+\delta_m)=E_j(\mathscr{W})+(F_j,\ \delta_m)+\varepsilon(\delta_m), \tag{1-3.4}$$

式中每一个 F_j 都是希尔伯特空间的一个元素，(F_j,δ_m) 为 F_j 与 δ_m 的内积，且 $\varepsilon(\delta_m)$ 比范数 $\|\delta_m\|$ 更快趋于零。如（1-3.4）式成立，则称此函数是 Fréchet 可微的（参见 Dunford 及 Schwartz, 1958）。F_j〔或表示为函数 $F_j(r)$，$0\leqslant r\leqslant a$〕则称为观测数据 E_j 的 Fréchet 核函数（或算子）。通常，F_j 是 E_j 对 $\mathscr{W}$ 的导数。所有地球物理有意义的数据都可以看成Fréchet可微的。显然，（1-3.4）式实质上是将问题线性化的一个重要步骤

设（1-3.3）式中的 $\mathscr{W}$ 是初始模型。而 $\mathscr{W}'$ 是真实模型，或至少是满足观测数据的模型。由于初始模型 $\mathscr{W}$ 是我们给定的，而 $\mathscr{W}'$ 是待求的，所以我们希望求得 δ_m。但是 δ_m，是无穷维向量空间的一个元素，而仅有 m 个观测数据列出的 $\mathscr{W}$ 个观测方程，这就使得解答是不唯一的。Backus 及 Gilbert提出的一种约束条件是，找到一个与初始模型 $\mathscr{W}$ 最靠近的 $\mathscr{W}'$，或 $\mathscr{W}'$ 与 $\mathscr{W}$ 在希尔伯特空间中“距离”最短的作为解答。这种约束条件意味着寻找一个 δ_m 范数为最小，即 $\|\delta_m\|=\min$ 的解。或者是满足条件

$$\int_0^a [\delta_m(r)]^2 dr = \min \qquad (1\text{-}3.5)$$

的解。

若 $\mathscr{W}$ 与 $\mathscr{W}'$ 是最靠近的，则式(1-3.4)式中的 ε 项可以忽略。用变分法可得

$$\delta_m = \sum_{j=1}^{n} \alpha_j F_j. \qquad (1\text{-}3.6)$$

式中 α_j 可通过下面 n 个线性方程求得

$$\sum_{k=1}^{n} (F_j,\ F_k)\alpha_k = E_j(\mathscr{W}') - E_j(\mathscr{W}),$$

$$i = 1,\ 2, \cdots,\ n. \qquad (1\text{-}3.7)$$

式中 $(F_j,\ F_k)$ 是 Férchet 导数的内积。在计算时忽略 ε 说明这种方法是近似的，即由此得到的 δ_m 是不精确的。但可以应用迭代法，即每次均以前一次的结果 $\mathscr{W} + \delta_m$ 为起点，逐次得到与实际观测值符合最好的模型。

现在回到反演不唯一性的问题。设真解以 $\mathscr{W}$ 表示，它是所求模型子空间的元素。要表征计算模型反映真实模型的能力可用分辨率衡量。假定在某一半径 r_0 处，由观测数据得出一个真实模型 $\mathscr{W}_0(r_0)$ 的估计值 $\mathscr{W}(r_0)$，它一般可以看成在 r_0 附近的平均值，即

$$\widehat{\mathscr{W}}(r_0) = \int_0^a A(r, r_0)\mathscr{W}_0(r)dr. \qquad (1\text{-}3.8)$$

式中 $A(r,\ r_0)$ 称为平均核函数。显然，要使估计值 $\widehat{\mathscr{W}}(r_0)$ 最接近真实模型 $\mathscr{W}_0(r_0)$，则应选择 $A(r,\ r_0)$ 为单峰函数，也就是在 r_0 处有一尖锐峰值，而其余 r 处接近于零。理想情况下是选择 Dirac 脉冲函数，即

$$A(r,\ r_0) = \delta(r - r_0). \qquad (1\text{-}3.9)$$