

2

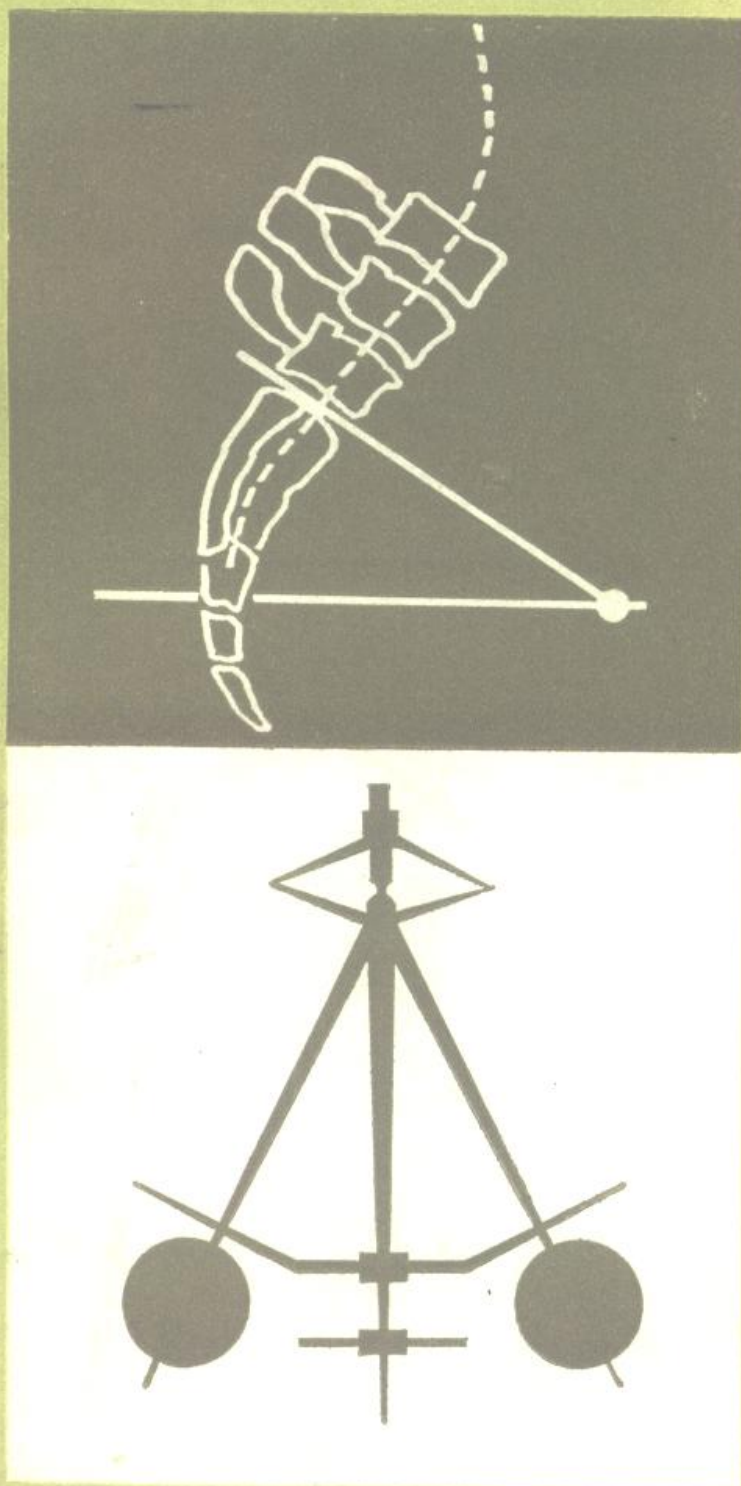
本尼迪克 合著  
维拉斯

# 物理学

结合医学和生物学解说性实例

卷一 力学

邝华俊 等译  
刘普和 校



人民教育出版社

# 物 理 学

结合医学和生物学解说性实例

## 卷一 力 学

本尼迪克 维拉斯 合著

邝华俊等 译 刘普和 校

人 民 教 育 出 版 社

## 内 容 简 介

本书是美国麻省理工学院本尼迪克和维拉斯两位教授根据哈佛-麻省理工学院保健科学和技术的教学计划写成的教材,共分三卷出版: 1. 力学, 2. 统计物理学, 3. 电磁学。本书收集了大量结合医学和生物学重要和典型的说明性实例,并收入了若干宝贵的原始科学记载及科学家治学的轶事,既结合医学和生物学专业需要,又富启发性,取材先进,文笔生动。

本书适用于我国医科院校和综合大学生物专业的基础物理教学,可供有关师生作为参考教材,亦可供广大生命科学工作者自学基础物理学之用。

**PHYSICS**  
**WITH ILLUSTRATIVE EXAMPLES**  
**FROM MEDICINE AND BIOLOGY**  
George B. Benedek·Felix M. H. Villars  
**Volume 1 Mechanics**  
Addison-Wesley Publishing Co. (1973)

## 物 理 学

结合医学和生物学解说性实例

### 卷一 力 学

本尼迪克 维拉斯 合著  
邝华俊等译 刘普和 校

\*

人民教育出版社出版

新华书店北京发行所发行

北京印刷一厂印装

\*

开本 787×1092 1/16 印张 21.75 字数 480,000

1980年4月第1版 1980年12月第1次印刷

印数 00,001—4,700

书号 13012·0460, 定价 1.60 元

## 中译本序

近年来生命科学的研究已经从宏观的、定性的形态描述进入到微观的、定量的本质探讨。大量采用物理学、化学和数学的原理和方法已经有力地推动了生命科学的进展,这也是今后继续发展的方向。生命科学工作者必须具有更全面更深厚的物理学基础,这已经是很明显的了。遗憾的是在一般物理学教材中,内容的重点往往放在理工方面,很少照顾到生物科学的需要。这就在无意中给学生造成一种错误的印象:以研究低级物质运动形态为对象的物理学不能用来解释属于高级物质运动形态的生命现象。生命科学学生学习物理学往往越学越无兴趣。因此,专为这些学生编写一些物理教材或物理参考书,在介绍物理理论的同时,尽量举些生物学或医学方面的应用例子来说明物理学原理在阐释生命现象本质中所能发挥的作用,是很有必要的。

在这方面国外走的比我们早些。目前已经出版的供生命科学学生用的物理教材是不不少的。不过它们中很大一部分都属于所谓“非微积分水平”,使用的数学工具只限于代数和三角。这就在很大程度上限制了讨论的深度,不能体现出用定量方法研究生命现象的优越性。美国麻省理工学院G. B. Benedek和F. M. H. Villars两教授所写的“Physics, with Illustrative Examples from Medicine & Biology”(全书分力学、统计物理学及电磁学三卷)一书的特点是:把严谨的物理学理论与生物学及医学的例子紧密结合起来;使用较高等的数学工具——微积分——。它不仅在讨论问题时提高了深度,而且更重要的是能使学生对如何用定量方法研究生命现象有所体会。原稿曾在该校作为教材使用,深受学生的欢迎。人民教育出版社决定把它译成中文供我国生物科学、医学、生物医学工程等专业学生阅读和参考。

本书是集体翻译,第一卷由刘普和总校,第二卷和第三卷由邝华俊总校。原本中有错漏的地方经我们发现的都作了更正。由于我们水平有限,译文中如有不当之处,请读者批评指正。

邝华俊

1980年4月20日

## 前 言

在过去几十年中, 生物科学和医学随着生命物质化学知识的增长而昌盛起来了。我们的时代是一个生物化学的时代。不过, 生物学和医学正越来越多地依靠物理科学来更深入和更定量地了解重要的生物医学问题, 并求得对这些问题的有效解决。因此, 生命科学的, 特别是人类生物学的和医学的学生们都有一个掌握物理科学的有效工作知识的不断增长的要求。

为了帮助满足这种需要, 本尼迪克和维拉斯两教授开了一门严谨的、真正具有挑战性的、用生物学和医学的实例来说明问题的普通物理学课程。这一课程不仅提供了学习物理学的一种极好方法; 而且它也说明, 对于许多重要的生物学问题, 物理学者的定量方法在提供启发性的见解方面的用处和价值。这本书的编写和相应课程的开设是根据哈佛大学与麻省理工学院合订的“保健科学和技术”的教学计划而提出的。这一计划的一个目的就是促进保健科学与物理科学、工程学的有效联系以推动前者的进展。这门课程的开设就是试图满足这一目的。它在麻省理工学院所受到的热忱欢迎, 促使我们建议本尼迪克和维拉斯两教授把它写出来, 以便更多的人可以读到。幸运的是, 他们答应了这一要求, 写了这本书。

伦敦(I. M. London)

1973年7月30日于法国加森(Gassin)

## 序

本书别具一格。它是一本普通物理学教材，书中物理原理的阐述是和广泛的生物学及医学现象的定量分析交织在一起的。而生物学和医学的实例又反过来用以激励学生对物理学的学习。正是由于这一特色，本书不仅教物理学，而且也使学生接触到解剖学、生理学、矫形医学、体内平衡控制原理等领域的课题。

自1970年以来，我们在麻省理工学院为大一、大二学生开了一门普通物理学课程，本卷和后续卷二、卷三都是来源于这种实践。开这一门课程的动力来自伦敦(I. M. London)教授，他是哈佛大学与麻省理工学院合订的“保健科学和技术”的教学大纲的主持人。是他使我们相信：生物学和医学的持续进展要求学生、医生和科研人员在解决生命科学问题时能利用物理学的定量方法。我们编写此书是希望学习生命科学的学生能够懂得：物理学的训练在帮助他们提出、分析和解决他们各自领域中的问题时所具有的价值。

此外，作为物理教师，我们本身的经验也使我们确信：物理学作为高等院校的一门课程，要具有持久的魅力，就得在讲授这一课程的尽早阶段，用物理学原理来说明日常生活中一些直接看得见的现象。我们衷心希望有较多的学生熟悉物理学、应用物理学，以及对物理原理是如何发现的有个较深入的理解。为了后者，我们在介绍其中几种发现时，直接引用了科学家的原话，为的是说明他们的思维方式以及他们所体现的人类对科学的真挚信奉。

我们相信本书可用于下述几种不同情况：对于同时修初等微积分课程或在高中已学过微积分的学生，本书可作为大一物理教材。在麻省理工学院，我们对将以生命科学为职业的大一学生讲授这一门课程是相当成功的。起初这类学生中的许多人对物理学和数学不大感兴趣，后来当他们看到物理学和数学是如此有效地阐明生物学和医学中的问题时，就变得喜爱这两门学科了。当然对同时修微积分课程的学生，本书某些处所用到的数学内容，他们可能尚未学到，因而衔接不上。但是我们深信，在导师的课外指导下，是能够帮他们绕过偶然的崎岖不平而走上康庄大道的。也许值得交待一下的是，从严格的数学技能观点来看，在课堂或习题中所进行的计算，都不需要超过对  $\sin x$ ,  $\cos x$ ,  $e^x$ ,  $x^n$  等函数作微分和积分的能力。

本书也可和高等院校常用的一本物理教材结合起来使用。

高等医学院校的教师，如果想在基础医学课程中包括物理学，可能乐意采用此书作为培养医学博士临床前课程的一部分。

将以生物工程学为职业的学生，会发现本书在物理学和定量生理学的学习上是很有价值的，他们将特别重视第六章的反馈和控制理论。

最后，对于物理学、生物学和医学教师，本书可起着原始资料集的作用，因其中储存着许多现成的医学和生物学实例，可随时拿来丰富其学生的“教育粮食”。

一位经验丰富的教师，将发现本书的内容多于一个学期所能讲授的，我们赞许他作某些删

节,甚至重新排列讲授次序,只要这样做最有利于达到其教学目的。

我们将在麻省理工学院开设的普通物理学的内容编成一套三卷。本册是卷一,卷二是统计物理学,卷三是电学和磁学,都结合有生物学和医学解说性实例。

本尼迪克(George B. Benedek)

维拉斯(Felix M. H. Villars)

1973年8月1日于麻省理工学院

## 本书使用说明

在使用此书时,我们自己也曾发现,在讲授时偶而偏离题材的严格顺序是可取的。一种可行的方案是,按教材讲到第 2.7 节《牛顿运动定律在动力学问题中的应用》,然后把数学较多的这一节推迟两周,先讲静力平衡一章。这样就使得学生们有机会加强他们的数学技能以及在着手学习该节前学会怎样建立和使用受力图。

在一个 13 周的学期内,要抽出时间讲第六章《物理及生物系统中的反馈、控制和稳定性》,就得把本卷某些题材删掉或留作学生自学。

可删掉的题材是,胁强、胁变和断裂(3.4),质量流和动量流(4.7),和三维空间力和势能的数学形式(5.3D)。

可留作学生自学的题材是液压和气压的生理效应(3.5D 和 3.5E),跳板跳水(5.3Cii),动物代谢(5.4D)和基础代谢(5.4E)。



# 卷一 力学目录

<b>1. 运动学</b> .....1	<b>3.2 静力平衡条件</b> .....74
1.1 引言.....1	<b>3.3 静力学的应用</b> .....78
1.2 一维运动: 速度和加速度.....2	A. 靠在墙上的木板.....78
1.3 在二维和三维运动中的速度与加速度.....8	B. 作用在髋关节上的力.....80
A. 匀速圆周运动.....9	i) 股骨和髌骨的基本解剖.....81
B. 抛体运动.....11	ii) 计算作用在股骨头上和 髋外展肌内的力.....83
1.4 单位及换算因子.....14	iii) 临床上和解剖学上的联系.....86
附录 矢量.....15	iv) 手杖对作用于髋关节诸力的影响.....87
参考及补充读物.....22	C. 作用在腰椎上的诸力. 腰痛. 椎间盘疾病.....90
习题.....23	i) 脊柱, 脊椎和背肌的基本解剖.....90
<b>2. 动力学</b> .....28	ii) 弯腰和伸腰时作用 在第五腰椎上的力.....95
2.1 引言.....28	iii) “脊柱弯曲症”患者腰骶椎间 盘中的剪切肋强.....98
2.2 牛顿第一定律: 惯性定律.....28	D. 进一步的应用; 关于静力平衡 转矩条件的一些注释.....100
2.3 牛顿第二运动定律.....28	<b>3.4 可变形物体的静力平衡:</b> 肋强、肋变与断裂.....100
2.4 牛顿第三运动定律: 作用和反作用定律.....30	A. 引言.....100
2.5 物理学中的基本力.....30	B. 伸张和压缩时的肋强和肋变. 虎克定律. 杨氏模量. 损坏和断裂.....103
A. 万有引力.....31	C. 梁的挠矩和曲率.....104
B. 卫星或月球围绕地球的运动.....32	D. 求荷重梁挠曲的微分方程.....109
2.6 非基本力或派生力.....35	E. 梁或骨的弯曲和断裂: 在胫骨骨折上的应用.....113
A. 接触力.....35	F. 切变中的肋强和肋变, 应用于滑雪事故中的骨扭转.....116
B. 流体(液体和气体)中的阻曳力.....38	<b>3.5 流体的静力平衡: 流体静力学</b> .....121
2.7 牛顿定律在动力学问题中的应用.....38	A. 引言和流体静压强的定义.....121
A. 引言.....38	B. 重力场中的流体: 压强随深度的变化.....123
B. 例题.....39	i) 不可压缩流体: 帕斯卡定律; 压强单位.....125
i) 运输列车.....39	ii) 可压缩的流体: 理想气体, 压强随高度的变化.....126
ii) 斜面上的木块.....42	iii) 浸没在流体里的物体所受的浮力.....128
iii) 谐振动.....44	C. 高压流体的生理效应.....131
iv) 弹簧枪.....48	i) 潜水.....131
v) 粘滞阻尼力 指数函数.....51	
vi) 空气阻曳力和收尾速度.....55	
vii) 摆的阻尼振动.....57	
viii) 离心摆.....62	
参考及补充读物.....67	
习题.....68	
<b>3. 静力平衡和作用在人体肌肉     及骨骼上的力</b> .....74	
3.1 引言.....74	

ii) 对血压的体位效应	133
iii) 高加速度的效应	134
D. 低气压生理效应	135
i) 高山病	135
ii) 气球升高和低气压的生理效应	138
iii) 血液中氧的储存和输送, 28 高山病和高 空缺氧症, 血红蛋白的氧离解曲线	141
iv) 高空气层中的旅行: 加压舱	145
E. 浮力和大分子分子量的测定	146
参考及补充读物	149
习题	151
<b>4. 动量</b>	161
4.1 引言	161
4.2 多质点系统的动量及动力学	161
4.3 扩展物体质心的运动	163
A. 两物体的质心	164
B. 直角三角形的质心	165
C. 质心的实验测定—— 应用于测定人体各部分的重量	167
4.4 动量守恒	169
A. 由男孩、球及船组成的系统	169
B. 箱子内的振子	170
4.5 心冲击图描记术	173
A. 引言	174
B. 心脏的基本解剖及生理	175
C. 心冲击图	175
4.6 冲量及动量的变化	180
A. 引言及冲量定义	180
B. 碰撞期间的作用力: 说明性的实例	181
i) 受击高尔夫球	181
ii) 电梯下坠及骨折	182
iii) 从高处跳落或掉落地面和骨折	183
iv) 全身碰撞容限级, 从很高处掉下 的幸存者	185
v) 减速脉冲及伤势指数: 脑震荡及脑损伤标准	188
vi) 汽车事故中的安全措施	190
4.7 质量流和动量流, 流体的运输	190
A. 流密度	190
B. 液流产生的压强	192
C. 弯曲皮带管壁上的压强: 救火水龙和主动脉	193
参考及补充读物	197
习题	198

<b>5. 功和能</b>	203
5.1 引言	203
5.2 一维运动的功、动能及功率	203
A. 牛顿第二定律的一次积分, 功-动能公式	203
B. 功率及动能的变化率	204
C. 用功能考虑确定 $x(t)$	205
D. 保守力和非保守力	206
E. 简单保守力场中一维运动的实例	206
i) 在恒定重力场中的运动	206
ii) 线性恢复力作用下的运动, 谐振子	208
iii) 在不均匀重力场 (万有引力场) 中的运动	212
F. 保守力与机械能守恒	216
G. 非保守力、功率、机械能 与热的守恒定律	218
i) 物体在粘滞性液体中的下落运动。 热和机械能守恒	220
H. 单位及换算因子	224
5.3 三维运动的功、能和功率	225
A. 功-动能公式	225
B. 保守力、约束力和机械能守恒	227
C. 力学实例	229
i) 反冲砧块	229
ii) 跳板跳水	231
a) 最高高度和能量守恒	231
b) 垂直上跳的力学——功和功率	234
c) 起跳时机: 硬跳板和软跳板	236
d) 关于跳高	236
D. 三维空间中力和势能的关系—— 数学注释	237
E. 能量图和力学稳定性——叉-木塞摇摆器、 稳定、不稳定和亚稳定	239
5.4 热力学第一定律	244
A. 机械能守恒、外功及热	244
B. 电(热)水热器中的热、功及能量变化	245
C. 能量守恒定律的发展史略	247
D. 动物代谢, 功和热力学第一定律	253
i) 分解代谢率, 热和功率的产生	253
ii) 氧的“卡价”	254
iii) 各种活动的耗氧量和分解代谢率 ——基础分解代谢	255
iv) 人体的机械功率输出和机械效率	256
E. 基础代谢	258
i) 哺乳动物的基础代谢率: 从小鼠到大象,	

哺乳动物生理学中的“定标”	258
ii) 人体不同器官所需要的能量, 心脏功, 呼吸功, 肾脏功	260
iii) 基础代谢率和甲状腺异常	265
5.5 转动	266
i) 转动刚体的动能	267
ii) 对转动刚体所做的功, 转矩, 角动量	267
iii) 复摆	269
参考及补充读物	272
习题	274
<b>6. 物理及生物系统中的反馈、     控制和稳定性</b>	<b>280</b>
6.1 引言	280
A. 热机、动力生产和自动控制	280
B. 自动控制科学简史	281
C. 力学和反馈及控制理论	284
6.2 一个自动控制下的机械系统: 蒸汽机和它的离心调速器	285
A. 蒸汽机运转的全过程描述	285
B. 无自动控制蒸汽机运转的数学模型	286
i) 汽机输出轴的运动方程	286
ii) 汽机的稳态运行转速. 汽压和负载 发生变化时的影响	287
iii) 汽机对汽压和负载力矩变化的 时间响应	289
C. 离心摆反馈控制蒸汽机运转的 定量分析	292
i) 蒸汽机(包括离心调速器在内) 的微分方程	292
ii) 汽压或负载矩变化引起的汽机转速的 稳态变化.“开环增益”	295
iii) 蒸汽机在比例反馈控制下对 汽压变化的时间响应	296
D. 蒸汽机反馈控制系统的不稳定性	299
i) 离心摆响应时间 $t_g$ 和汽机转速变化 的特性时间	299

ii) 不稳定性来源的定性讨论	300
iii) 反馈控制系统不稳定性的定量分析	300
a) 包括调速器延迟的运动方程	301
b) 用分段积分法求解	302
c) 用试解法求解	304
6.3 用反馈的温度控制	310
A. 无反馈受热(或冷却)系统的温度, 开环运转	310
i) 作为时间函数的系统温度方程	310
ii) 稳态工作温度	312
iii) 周围温度或输入功率变化所引起 的瞬态响应	313
B. 有反馈的受热(或冷却)系统的温度	313
i) 通-断控制系统	313
a) 通-断控制系统的温度变化方程	314
b) “通-时间”与“断-时间”	315
c) 占空比	316
ii) 比例控制系统	316
a) 比例控制系统的温度作为时间 函数的方程	317
b) 在整定温度(输入)或周围温度 (负载)变化的情况下, 受控 热浴的稳态工作温度	319
c) 比例控制热浴的暂态响应: 延迟和不稳定性	320
iii) 积分控制系统	321
6.4 体温的控制	323
A. 疾病和健康状态下的体温	323
B. 人体的热性质	323
C. 体温调节的控制单元	326
6.5 血糖浓度的控制	328
A. 引言. 糖耐量试验	328
B. 血糖浓度的控制方程	329
C. 理论与实测糖耐量曲线的比较	332
参考及补充读物	334
习题	335

# 第一章 运动学

## 1.1 引言

运动学是对运动的定量描述。就沿着空间某一轨道运动的质点来说，它能够精确地描述质点的位置、速度和加速度是如何随时间变化的。就物体来说，它能用数学描述物体在空中移动、滚动和旋转时的位置和取向。运动学精确地描述运动，而不涉及该运动的原因。运动学是力学的“解剖学”。

只要定量地知道了物体(无论是行星或是草履虫)的运动，我们即能揭示和感受造成这种运动的力。同样，生理学家也需要知道定量解剖学(形态测量学)，以便弄清器官功能的基础。

今天，作为我们教育的组成部分，很多人都相当了解微积分。在这个体制之中，就易于理解和运用运动学。但是，谁能想到在伽利略(Galileo Galilei, 1564—1642)的非凡发现之前，人类竟然认为对运动的定量描述是深奥莫测的谜！伽利略在运动学和天文学中的发现，甚至动摇了当时社会秩序的根基，是对知识统一的重大证明。他对教会变成一种威胁，并被判为宗教法庭的囚犯。对于感到当代科学是向现实社会挑战的人们来说，最好记住十七世纪的古人就曾有过相同之感。

运动不可知论不仅是中世纪欧洲黑暗年代的症状。就是卓越的古希腊哲学家和数学家，他们对于运动定量描述也深感困难。伊利亚(Elea)的芝诺(Zeno)佯谬是特别能说明问题的例子。在芝诺佯谬中最突出的一个是赛跑佯谬(它与熟知的阿奇力斯(Achillies)和龟的佯谬在本质上是相同的)。因为它说明了，即使在显而易见的定量分析中，由于匆忙地作出结论会怎样地导致错误，所以在这里详细叙述和弄清这个佯谬是有益的。这个佯谬的解答表明，直至推理的最终都要尽可能的定量是多么的重要。佯谬可以这样的表述：一个赛跑者因为必须首先跑完路程的一半( $1/2$ )，然后跑剩下路程的一半( $1/4$ )，再后又跑新剩下的那一段的一半，如此无穷，他就永远达不到跑道的终点。所谓“如此无穷”包含了这个佯谬的实质，因为它暗示了这样的观点，就是跑过无穷多的路段必须花费无穷多的时间。而借下面图形的帮助，可完全定量地把这个问题表达出来，困难的实质就能够揭示，佯谬很容易解决。

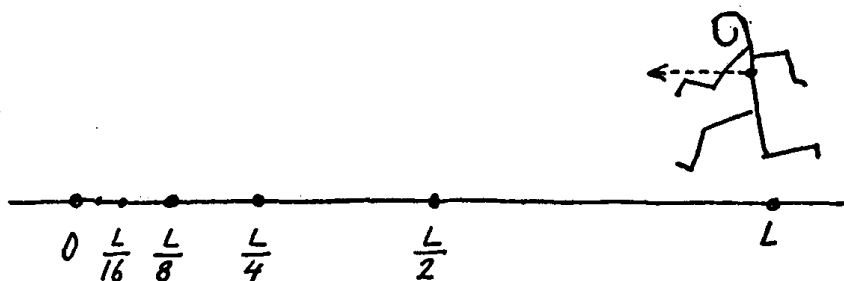


图 1.1-1

如赛跑者的速率为  $V$ ，跑道长度为  $L$ 。则到达跑道终点所需的时间  $T$ ，是经过各个相继半程

路标所需时间的总和。既然速率是每单位时间内通过的距离，则当速率不变时

$$T = \frac{\left(\frac{L}{2}\right)}{V} + \frac{\left(\frac{L}{4}\right)}{V} + \frac{\left(\frac{L}{8}\right)}{V} + \dots$$

$$T = \frac{L}{V} \left( \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots \right)$$

这里，明显地看到困难的实质已被揭示出来。古希腊人以为无限多个有限值的总和应该是无限的。虽然古希腊人的看法似乎有道理，但是即使现代的学童都懂得这种看法并不是普遍正确的。例如，和数  $S = 0.3 + 0.03 + 0.003 + 0.0003 + 0.00003 + \dots$  不仅是有限的，而且恰好等于  $1/3$ 。在赛跑者经历的全部时间的公式中，和数是绝对有限的，实际上正好等于 1。只要计算

$$S_n = \left( \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots + \frac{1}{2^n} \right)$$

的任意有限项之和，就会承认这一点。如  $n=1$ ,  $S_1 = \frac{1}{2}$ ;  $n=2$ ,  $S_2 = \left( \frac{1}{2} + \frac{1}{4} \right) = \frac{3}{4}$ ;  $n=3$ ,  $S_3 = \left( \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} \right) = \frac{7}{8}$ ; 从而迅速查明， $n$  项之和正好等于

$$S_n = \left( 1 - \frac{1}{2^n} \right)$$

因此，在无限多项的情况下， $S_\infty = 1$ ，得  $T = \left( \frac{L}{V} \right)$ 。这样，佯谬就被解决了。

由于我们知道如何处理无穷级数，所以解答起来是简单的。但是，对于古希腊人来说则不然，运动的数学描述对他们构成难于逾越的障碍。当然，如今借助微积分来解答这个问题就显得太简单了，以致使我们很难想象它会产生任何困难！

## 1.2 一维运动：速度和加速度

### 速度

在质点沿一直线运动的情况下，质点的瞬时速度是其位置的时间变率。用微积分表示

$$v = \left[ \frac{dr}{dt} \right] \quad (1-1)$$

式中， $r$  是质点的位置， $t$  是时间， $v$  是瞬时速度。

用微积分很容易解决跑道佯谬问题。

质点从  $r$  前进到  $r + \Delta r$  所需的时间是

$$\Delta t = \frac{\Delta r}{v}$$

从  $O$  到  $L$  跑完全程所需的时间，是通过各个小段距离所用时间之和，即

$$t = \sum \Delta t = \sum \frac{\Delta r}{v}$$

取极限时， $\Delta t$  和  $\Delta r$  变为微分，有限的求和变为积分，则有

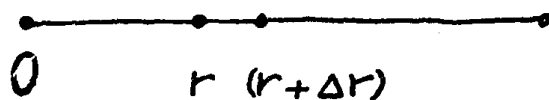


图 1.2-1

$$t = \int_{r=0}^{r=L} \frac{dr}{v}$$

当速度是个与质点位置无关的常数时, 积分很容易得出, 即

$$t = \frac{L}{v}$$

积分实际上直接给出了跑道问题中的无穷级数之和。质点移动某一距离的时间, 通常由积分公式

$$t = \int_{t=0}^{t=t} dt = \int_{r_i}^{r_f} \frac{dr}{v} \quad (1-2)$$

给出。式中  $t$  是所经过的时间,  $r_i$  和  $r_f$  是起点和终点的位置,  $v$  是速度; 为了计算积分, 速度沿路径的变化必须是已知的。另一方面, 当经历的时间和速度已知, 要求其通过的距离时, 就可引用速度的定义得到

$$(r_f - r_i) = \int_{r_i}^{r_f} dr = \int_{t=0}^{t=t} v dt \quad (1-3)$$

当然, 这里为了计算积分必须先知道速度与时间的函数关系。

在速度不变的这种简单情况下, 则得出下面的结果

$$(r_f - r_i) = vt \quad (1-4)$$

### 例题

以下几个简单的例子将会帮助我们弄清速度的应用和作用。

a) 如右图所示, 设有一小孩在秋千上缓慢地来回摆动。

令秋千的位置离开铅垂线的距离为  $r$ , 而  $r$  又是按正弦规律随时间变化的, 即

$$r(t) = r_0 \sin \frac{2\pi t}{T}$$

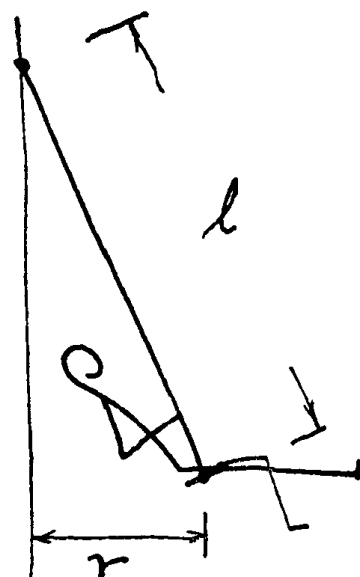


图 1.2-2

当  $t=0$  时, 位置  $r$  为零;  $t = \frac{T}{4}$  时, 秋千摆到最右端;  $t = \frac{T}{2}$ , 秋千返回原点;  $t = \frac{3T}{4}$ , 秋千摆到最左端;  $t=T$ , 秋千又回到  $r=0$ 。经过一个期间  $T$  后整个循环完成, 所以  $T$  称为运动的周期。

秋千的速度可以从定义  $v = \frac{dr}{dt}$  计算出来, 即

$$v = \left( \frac{2\pi r_0}{T} \right) \cos \left( \frac{2\pi t}{T} \right) \quad (1-5)$$

由此可见, 当秋千处于左边和右边的位移为最大时 ( $t = \frac{T}{4}$  或  $t = \frac{3T}{4}$ ), 它的速度为零。当秋千通过铅垂线位置时, 速率最大。最大速率与位移  $r_0$  成正比。为什么想保持秋千有速度感的孩子门要有节奏地登秋千呢? 就是因为他们想借此增大振幅  $r_0$ 。最大速率还与周期  $T$  成反比。在本书的稍后我们将会看到, 周期与悬链长度  $l$  的平方根成正比。因此, 对于振动的给定振幅  $[r_0]$  来说, 悬链或绳的长度越短, 得到的最大速率就会越大。

b) 在上述的例子中, 物体的位置作为时间的函数是已知的, 我们算出了它的速度。但通常

速度是已知量,位置是未知量。这样,自然要问:如果事先不知道物体的作为时间函数的位置,怎样测量速度呢?所谓多普勒(Doppler)效应正是能够这样测量速率的一种方法。通过测量从运动物体散射或发射出来的声波(或光波)的“音调”或频率,就可求出该物体的速率,不管物体是火箭还是红细胞都可以。最简单而又最熟悉的例子是火车的汽笛声。如果火车静止时的汽笛频率为 $\nu_0$ ,那么,在铁道旁的侦察者测得的频率 $\nu$ 将不同于 $\nu_0$ ,两者之差与火车的速率 $v$ 有关。汽笛表观频率的分数变化 $\frac{\nu-\nu_0}{\nu_0}$ 与火车速率的关系式为

$$\frac{\nu-\nu_0}{\nu_0} = \pm \frac{v}{c_s}$$

式中 $c_s$ 是声速。当火车的运动趋近侦察者时取“+”号,远离侦察者时取“-”号。

所谓多普勒雷达系统在跟踪飞机和火箭时,实际使用的就是这种测定速度的方法。在这种场合下采用的是微波。人们还利用,运动着的红细胞所散射的声波多普勒频移,来测量血流速率(见参考书4-7)。还可利用从视网膜中血流所散射的光波的多普勒频移,来研究那里的血流情况(参考书8)。

我们再设想,利用多普勒频移测量法,来确定一个离开车站正在加速的火车的速度。

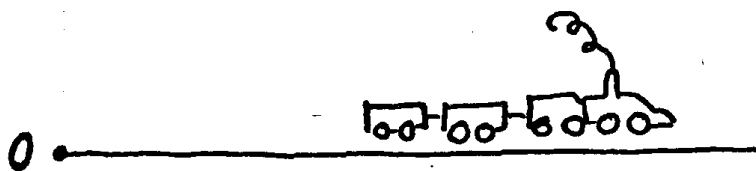


图 1.2-3

假定火车的最大速度为 $v_0$ ,并设它增加到该速率的过程中遵从下面的公式

$$v(t) = v_0(1 - e^{-\frac{t}{\tau_0}})$$

当 $t=0$ 时,速度为零。当 $t \rightarrow \infty$ 时,速度逼近于 $v_0$ 。参变量 $\tau_0$ 量度火车逼近最大速率所需的时间。例如,当 $t=\tau_0$ 时,火车达到最大速率的0.635倍;当 $t=2\tau_0$ 时,火车达到最大速率的0.865倍。我们用下面的图象来表示速度与时间的函数关系。

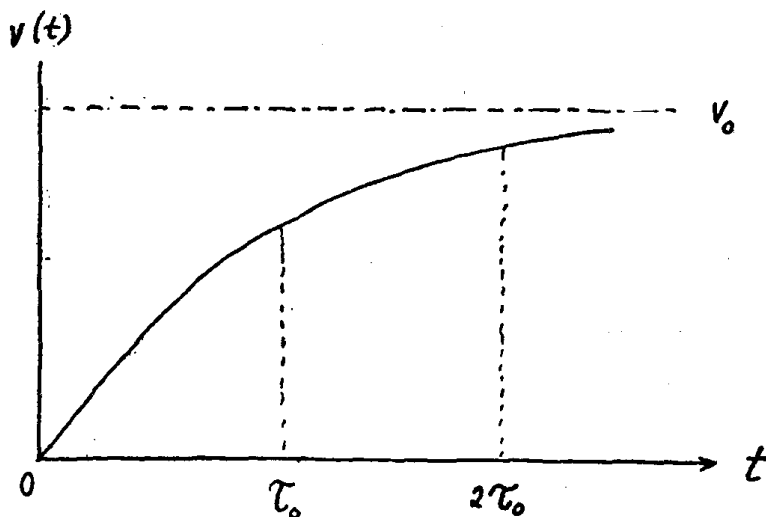


图 1.2-4

我们可以用下面的计算求出它的位置与时间的函数关系。因已知火车速度是

$$\left(\frac{dr}{dt}\right) = v_0(1 - e^{-\frac{t}{\tau_0}})$$

积分上式,可求出经过时间  $t'$  后火车的位置,即

$$\int_0^r dr = \int_0^{t'} dt v_0(1 - e^{-\frac{t}{\tau_0}})$$

完成积分,并代入上下限,则可得到

$$r(t') = v_0 t' - v_0 \tau_0 + v_0 \tau_0 e^{-\frac{t'}{\tau_0}}$$

全部数学运算就是这些。现在我们来看看它的物理意义。首先考查在短促的时间  $t' \ll \tau_0$  内,火车的位置与时间的关系。这时,可以把  $e^{-\frac{t'}{\tau_0}}$  近似写成

$$e^{-\frac{t'}{\tau_0}} = 1 - \frac{t'}{\tau_0} + \frac{1}{2} \frac{t'^2}{\tau_0^2} + \dots$$

如将此式代入上面的表达式,就可以看到,所有含  $t'$  和  $\tau_0$  的一次项相消。当  $t' \ll \tau_0$  时,火车的位置随时间的平方增加,实际上得到的

$$r(t') \cong \left[ \frac{v_0 \tau_0}{2} \right] \left[ \frac{t'}{\tau_0} \right]^2$$

可图示如右:

当  $t' \gg \tau_0$  时,火车的位置满足方程

$$r(t') \cong v_0 t' - v_0 \tau_0$$

这说明火车起动过程中移动得不很多,这距离与从一开始就一直具有最大速率  $v_0$  所能通过的距离相比,实际上少走了一段距离  $v_0 \tau_0$ 。下面我们用整个运动过程中的  $r(t)$  与时间的关系的图象把它表示出来。

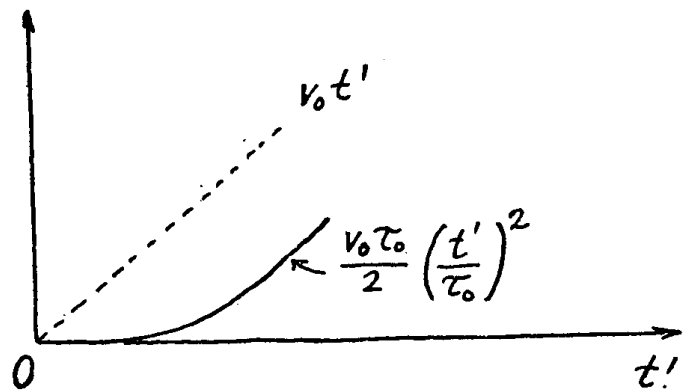


图 1.2-5

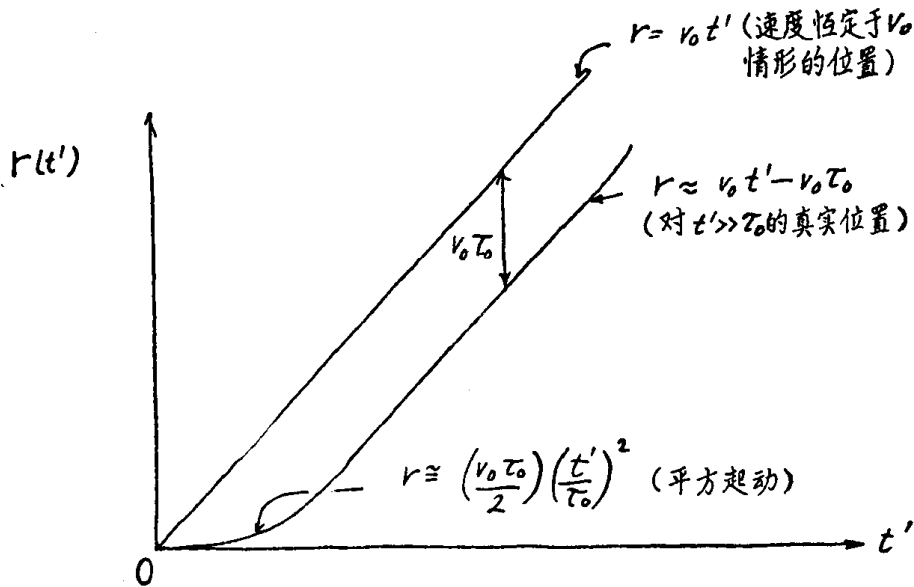


图 1.2-6



## 加速度

正如把速度定义为位置的时间变率一样，可以定义加速度  $a$  这一物理量为速度的时间变率，即

$$\text{加速度} = a = \left[ \frac{dv}{dt} \right]$$

在运动学中为什么需要加速度的概念呢？伽利略曾在他的落体运动的研究中作了部分回答。下面是引自伽利略的《两种新科学》(见参考书 1 和 10)的一段话。

“因此，当我观察原来静止的物体，从高处下落而速率不断获得新的增加时，为什么我们不能认为这种增加是以格外简单、而又为人们极易理解的方式发生的呢？现在如果仔细地考查这件事情，我们就会发现再也没有比总是重复等量附加或增加更为简单的了。”……“正如考虑和定义匀速运动时，用相等的时间间隔通过相等的距离一样(于是，在相等的时间间隔通过相等的距离的运动称为匀速运动)，我们也以类似的方式，按照相等的时间间隔来考虑，可以想象所发生的速度增加并不复杂。

所以，我们正要讨论的运动的定义可以陈述如下：

物体从静止出发，在相等的时间间隔内获得相等的速度增加的运动，称为匀加速运动。”

后来，伽利略进一步用实验证明了落体运动的确是匀加速运动。一个有趣的轶闻是，伽利略当时是用他自己的脉搏来测量时间的。

尚待牛顿(Isaac Newton, 1642—1727)解决的问题是阐明，为什么所有落体都具有相同的加速度，而与其重量无关。但是牛顿并不限于此，而是从更根本上证明了，作用在物体上的力决定该物体的加速度。所以，只要确定了作用在物体上的合力，就等于确定了该物体的加速度。然后，由加速度经过两次积分就能解出运动方程。就是说，通过对加速度表达式的一次积分来求得速度，再对速度的一次积分求得位置。每次积分要有一个积分常数。由此可见，一般说来，当加速度与时间的函数关系为已知时，若已知某时刻的位置和速度，就可求得位置和时间的函数关系。通常在  $t=0$ ，即运动初始时刻的位置和速度是已知的。

### 加速运动举例

最简单的加速运动的例子是伽利略考虑过的，即加速度不变的运动。我们就首先来考虑这种运动。设物体以初速  $v_0$  和初始位置  $r_0$  开始运动，并仍限于一维运动。可以通过对加速度和速度的表达式进行如下的极简单的积分，得出全部运动，对

$$a = \text{常数} = \left[ \frac{dv}{dt} \right] \quad (1-6)$$

积分一次，得出速度与时间的函数关系为

$$v(t) = v_0 + at \quad (1-7)$$

在利用这一方程时，特别要注意加速度和初速的符号。如果物体的加速度向右，而初速向左，则代入方程 1-7 时  $a$  和  $v_0$  取相反的符号。