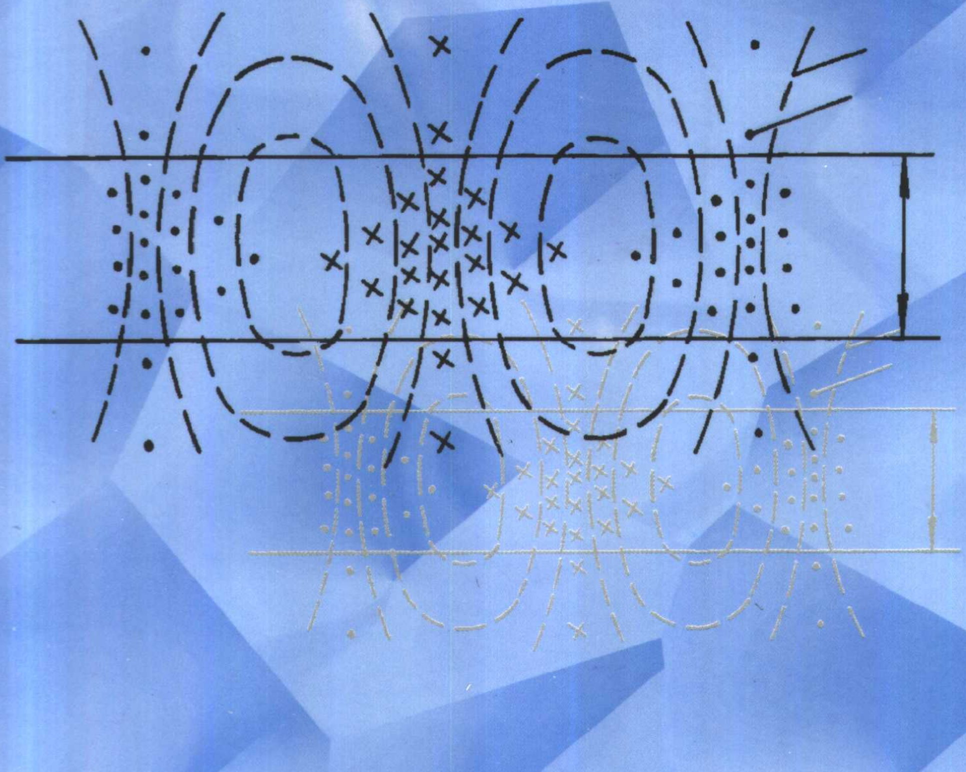
高等学校
电子信息类 规划教材

高等电磁理论

傅君眉 冯恩信 编著



西安交通大学出版社

高等学校、电子信息类规划教材

高等电磁理论

傅君眉 冯恩信 编著

西安交通大学出版社
中国·西安

内容简介

本书系统地阐述了电磁波基本方程、原理和定理;平面波、柱面波和球面波的基本波函数;电磁波的辐射及导电体的散射;标量和矢量亥姆霍兹方程的积分解;标量和并矢格林函数的解法;电磁波在金属波导、微带、介质波导中的传播;微波谐振器;运动电磁场及瞬态电磁场。全书从麦克斯韦方程出发,内容丰富,概念清晰,重点突出。叙述由浅入深,循序渐进,便于阅读。

本书可作为高等院校电子科学与技术、信息与通信工程学科及相关专业的研究生和高年级本科生的教材,也可供有关科研和工程技术人员阅读参考。

图书在版编目(CIP)数据

高等电磁理论/傅君眉,冯恩信编著.—西安:西安交通大学出版社,2000.12

ISBN 7-5605-1299-2

Ⅰ.高... Ⅱ.①傅...②冯.. Ⅲ.电磁波-理论-高等学校-教材 Ⅳ.0441.4

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2000)第 72034 号

*

西安交通大学出版社出版发行

(西安市咸宁西路 28 号 邮政编码:710049 电话:(029)2668316)

西安正华印刷厂印装

各地新华书店经销

*

开本:787mm×1092mm 1/16 印张:18.25 字数:443 千字

2000 年 12 月第 1 版 2000 年 12 月第 1 次印刷

印数:0 001~3 000 定价:24.00 元

出版说明

为做好全国电子信息类专业“九五”教材的规划和出版工作，根据国家教委《关于“九五”期间普通高等教育教材建设与改革的意见》和《普通高等教育“九五”国家级重点教材立项、管理办法》，我们组织各有关高等学校、中等专业学校、出版社，各专业教学指导委员会，在总结前四轮规划教材编审、出版工作的基础上，根据当代电子信息科学技术的发展和面向21世纪教学内容和课程体系改革的要求，编制了《1996～2000年全国电子信息类专业教材编审出版规划》。

本轮规划教材是由个人申报，经各学校、出版社推荐，由各专业教学指导委员会评选，并由我部教材办商各专指委、出版社后，审核确定的。本轮规划教材的编制，注意了将教学改革力度较大、有创新精神、特色风格的教材和质量较高、教学适用性较好、需要修订的教材以及教学急需，尚无正式教材的选题优先列入规划。在重点规划本科、专科和中专教材的同时，选择了一批对学科发展具有重要意义，反映学科前沿的选修课、研究生课教材列入规划，以适应高层次专门人才培养的需要。

限于我们的水平和经验，这批教材的编审、出版工作还可能存在不少缺点和不足，希望使用教材的学校、教师、同学和广大读者积极提出批评和建议，以不断提高教材的编写、出版质量，共同为电子信息类专业教材建设服务。

电子工业部教材办公室

前　言

本教材系按原电子工业部《1996～2000年全国电子信息类专业教材编审出版规划》,由全国高校电磁场与微波技术专业教学指导委员会编审、推荐出版。本书由苏州大学周朝栋教授主审,并担任责任编委。

本书是编者根据在西安交通大学讲授硕士研究生课程“高等电磁理论”的讲义基础上修改整理而成。十余年来,科学技术的不断发展,促进了学科建设和人才流动,报考电磁场与微波技术专业的硕士研究生已不仅仅限于本专业的本科毕业生。硕士研究生课程“高等电磁理论”是电磁场与微波技术、信息、通信、电子等学科的重要理论基础,也在一些新兴学科中受到了重视。因此,希望通过本书的学习,使读者能在较短的时间内打下电磁波理论的坚实基础,掌握有关的概念和内容,顺利地阅读有关现代文献并运用于研究工作中。

本书从麦克斯韦方程出发,系统论述电磁波基础理论、基本定理、电磁波散射、辐射和在导波系统中的传输等内容。全书共分9章:第1章、第2章是电磁理论基础,给出麦克斯韦方程、波动方程、电磁波基本原理和定理;第3章讨论标量和矢量波函数,平面波、柱面波和球面波的基本波函数以及导电柱、劈、球等的散射和辐射;第4章阐述标量和矢量亥姆霍兹方程的积分解;第5章讨论标量和并矢格林函数及其解法;第6章研究电磁波在金属波导、微带、介质波导中的传播及特点;第7章讨论各种常见谐振腔中的场;第8章介绍运动电磁场中的各种变换。近年来,人们对非正弦电磁信号的辐射、散射和传输的研究日趋重视,为此在第9章中讨论瞬态电磁场的基本性质和一些典型问题的应用。

本书第1章至第5章由冯恩信执笔,第6章至第8章由傅君眉执笔,第9章由汪文秉、王刚执笔,全书由傅君眉总成。

在本书的编写和出版过程中,得到了信息产业部电磁场与微波技术教材编审组组长、西安电子科技大学校长梁昌洪教授和编审组全体委员的积极支持和关心。责任编委、苏州大学周朝栋教授认真审阅了全部书稿并提出许多有价值的意见和建议。西安交通大学出版社的领导和有关同志为本书的编辑、出版做了大量的工作。在此向他们谨致深切的谢意。

在本书编写过程中,编者从与西安交通大学微波与光通信研究所的同事们的讨论、切磋中获益匪浅。但限于我们的水平,书中不妥和错误之处可能不少,诚望使用本书的教师和读者指正。

编者

2000年5月

目 录

第 4 章 波动方程的积分解

第 5 章 格林函数

第 6 章 导行电磁波

第 1 章　电磁理论基本方程

众所周知，电磁现象是一个不可分割的统一体。宏观电磁场遵守经典的麦克斯韦方程。正像牛顿定律是经典力学的公理一样，麦克斯韦方程是经典电动力学的公理。麦克斯韦方程有着极其丰富的内容。它不仅概括了电磁现象上已发现的所有定律，而且还可以通过一系列逻辑推论导出为实验所证实的新的结果。因此，麦克斯韦方程是电磁理论的基本方程，也是分析、计算电磁问题的出发点。

在本章中将简述麦克斯韦方程、媒质的电磁特性、边界条件以及波动方程和矢量位等电磁理论基本概念。

1.1　麦克斯韦方程

麦克斯韦方程是英国科学家麦克斯韦根据法拉第等前人关于电磁现象的实验定律创建的电磁学的基本定律，它反映了宏观电磁现象的普遍规律，是电磁理论的基本方程。

(1)基本的麦克斯韦方程

基本的麦克斯韦方程是与时间有关的电磁场量所满足的方程，是麦克斯韦方程的瞬时形式，也称为时域麦克斯韦方程。时域麦克斯韦方程包括积分形式和微分形式。时域麦克斯韦方程的积分形式是：

$$\oint_l \boldsymbol{H}\cdot \mathrm{d}\boldsymbol{l} = \iint_S \left(\boldsymbol{J} + \frac{\partial \boldsymbol{D}}{\partial t}\right)\cdot \mathrm{d}\boldsymbol{S} \tag{1-1}$$

$$\oint_l \boldsymbol{E}\cdot \mathrm{d}\boldsymbol{l} = -\iint_S \left(\frac{\partial \boldsymbol{B}}{\partial t}\right)\cdot \mathrm{d}\boldsymbol{S} \tag{1-2}$$

$$\oiint_S \boldsymbol{D}\cdot \mathrm{d}\boldsymbol{S} = \iiint_V \rho \mathrm{d}V \tag{1-3}$$

$$\oiint_S \boldsymbol{B}\cdot \mathrm{d}\boldsymbol{S} = 0 \tag{1-4}$$

式中　$\boldsymbol{E}$——电场强度(V/m)；

$\boldsymbol{H}$——磁场强度(A/m)；

$\boldsymbol{D}$——电位移矢量或电通密度($\mathrm{C/m^2}$)；

$\boldsymbol{B}$——磁感应强度或磁通密度($\mathrm{Wb/m^2}$)；

$\boldsymbol{J}$——电流密度($\mathrm{A/m^2}$)；

ρ——电荷密度($\mathrm{C/m^3}$)。

式(1-1)为全电流安培环路定律，它表示传导电流和位移电流(即变化的电场)都可以产生磁场；式(1-2)为法拉第电磁感应定律，它表示变化的磁场可以产生电场；式(1-3)为电场高斯

定理,它表示电荷可以产生电场;式(1-4)为磁场高斯定理,也称为磁通连续原理。这组方程描述了任一空间区域(体积中或曲面上)的场源与该空间区域的边界(封闭曲面或闭合曲线)上场的关系。由这组积分形式的麦克斯韦方程很容易得到微分形式的麦克斯韦方程。时域麦克斯韦方程的微分形式是:

$$\nabla \times \boldsymbol{H} = \boldsymbol{J} + \frac{\partial \boldsymbol{D}}{\partial t} \tag{1-5}$$

$$\nabla \times \boldsymbol{E} = -\frac{\partial \boldsymbol{B}}{\partial t} \tag{1-6}$$

$$\nabla \cdot \boldsymbol{B} = 0 \tag{1-7}$$

$$\nabla \cdot \boldsymbol{D} = \rho \tag{1-8}$$

这是一组偏微分方程。式(1-5)表示传导电流密度和位移电流密度是磁场的旋度源;式(1-6)表示变化的磁场是电场的旋度源;式(1-7)表示磁场是无散场;式(1-8)表示电荷密度是电场的散度源。微分形式的麦克斯韦方程描述了空间任一点上场与场源的时空变化关系。由于这组方程中含有对场量的微分,因此它只适合于媒质物理性质不发生突变的区域。

这4个微分方程之间具有一定的关系,并不是完全独立的。如果加上电流连续性方程

$$\nabla \cdot \boldsymbol{J} = -\frac{\partial \rho}{\partial t} \tag{1-9a}$$

此方程的积分形式为

$$\oint\!\!\!\oint_S \boldsymbol{J} \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{S} = -\iiint_V \frac{\partial \rho}{\partial t} \mathrm{d}V \tag{1-9b}$$

可以证明,两个旋度方程式(1-5)、(1-6)和式(1-9a)为独立方程,另外两个散度方程不是独立的,可以由独立方程导出。对式(1-5)取散度,得

$$\nabla \cdot \nabla \times \boldsymbol{H} = \nabla \cdot \boldsymbol{J} + \frac{\partial}{\partial t}(\nabla \cdot \boldsymbol{D})$$

由于$\nabla \cdot \nabla \times \boldsymbol{H} \equiv 0$,并将(1-9a)式代入上式,得

$$\frac{\partial}{\partial t}(\nabla \cdot \boldsymbol{D} - \rho) = 0$$

因为$\frac{\partial \boldsymbol{D}}{\partial t} \neq 0$,$\frac{\partial \rho}{\partial t} \neq 0$,且在全空间 $t=0$ 时 $\rho=0$,$\boldsymbol{D}=0$,由此得到式(1-8)。同理,对式(1-6)取散度,得

$$\nabla \cdot \nabla \times \boldsymbol{E} = -\frac{\partial}{\partial t}(\nabla \cdot \boldsymbol{B})$$

由于$\nabla \cdot \nabla \times \boldsymbol{E} \equiv 0$,所以

$$\frac{\partial}{\partial t} \nabla \cdot \boldsymbol{B} = 0$$

因为$\frac{\partial \boldsymbol{B}}{\partial t} \neq 0$,由此得到式(1-7)。需要指出的是,独立方程与非独立方程是相对的,也可以将式(1-5)、式(1-6)和式(1-8)考虑为独立方程,这样式(1-7)和(1-9a)就为非独立方程。非独立的散度方程也不是多余的,因为根据亥姆霍兹定理(参见2.1节),矢量场同时要由其旋度和散度才能唯一确定。

(2)广义麦克斯韦方程

电荷和电流称为电型源,电荷产生电场,电荷运动形成电流,电流产生磁场。和电型源对

比，可以引入磁型源——磁荷和磁流，磁荷产生磁场，磁荷运动形成磁流，磁流产生电场。磁荷密度 ρ^{m} 和磁流密度 $\boldsymbol{J}^{\mathrm{m}}$ 满足磁流连续性原理

$$\nabla\cdot\boldsymbol{J}^{\mathrm{m}}=-\frac{\partial\rho^{\mathrm{m}}}{\partial t}\tag{1-10}$$

将电型源产生的电磁场记为 $\boldsymbol{E}^{\mathrm{e}},\boldsymbol{D}^{\mathrm{e}},\boldsymbol{H}^{\mathrm{e}},\boldsymbol{B}^{\mathrm{e}}$，它满足麦克斯韦方程

$$\nabla\times\boldsymbol{H}^{\mathrm{e}}=\boldsymbol{J}+\frac{\partial\boldsymbol{D}^{\mathrm{e}}}{\partial t}\tag{1-11}$$

$$\nabla\times\boldsymbol{E}^{\mathrm{e}}=-\frac{\partial\boldsymbol{B}^{\mathrm{e}}}{\partial t}\tag{1-12}$$

$$\nabla\cdot\boldsymbol{B}^{\mathrm{e}}=0\tag{1-13}$$

$$\nabla\cdot\boldsymbol{D}^{\mathrm{e}}=\rho\tag{1-14}$$

将磁型源产生的电磁场记为 $\boldsymbol{E}^{\mathrm{m}},\boldsymbol{D}^{\mathrm{m}},\boldsymbol{H}^{\mathrm{m}},\boldsymbol{B}^{\mathrm{m}}$，它们满足的方程为

$$\nabla\times\boldsymbol{H}^{\mathrm{m}}=\frac{\partial\boldsymbol{D}^{\mathrm{m}}}{\partial t}\tag{1-15}$$

$$\nabla\times\boldsymbol{E}^{\mathrm{m}}=-\boldsymbol{J}^{\mathrm{m}}-\frac{\partial\boldsymbol{B}^{\mathrm{m}}}{\partial t}\tag{1-16}$$

$$\nabla\cdot\boldsymbol{B}^{\mathrm{m}}=\rho^{\mathrm{m}}\tag{1-17}$$

$$\nabla\cdot\boldsymbol{D}^{\mathrm{m}}=0\tag{1-18}$$

比较式(1-11)～(1-14)和式(1-15)～(1-18)可见，只要将式(1-11)～(1-14)中的源和场量作如下变换

$$\boldsymbol{H}^{\mathrm{e}}\to-\boldsymbol{E}^{\mathrm{m}}\qquad \boldsymbol{B}^{\mathrm{e}}\to-\boldsymbol{D}^{\mathrm{m}}\qquad \boldsymbol{E}^{\mathrm{e}}\to\boldsymbol{H}^{\mathrm{m}}\qquad \boldsymbol{D}^{\mathrm{e}}\to\boldsymbol{B}^{\mathrm{m}}$$

$$\rho\to\rho^{\mathrm{m}}\qquad \boldsymbol{J}\to\boldsymbol{J}^{\mathrm{m}}\qquad \varepsilon\to\mu\qquad \mu\to\varepsilon$$

就可由式(1-11)～(1-14)得到式(1-15)～(1-18)，反之亦然。式(1-11)～(1-14)和式(1-15)～(1-18)之间的这种对偶关系称为对偶原理。电型源电流和电荷是自然界的实际场源，而迄今为止还未发现自然界有磁荷和磁流。电磁理论中引入的磁荷和磁流是一种等效源，利用磁荷和磁流等效源及对偶原理可以简化许多工程问题中麦克斯韦方程的求解和计算。例如，如果定义磁偶极子对应的磁流元 $I^{\mathrm{m}}l$ 与面积为 S 的小电流环的关系是 $I^{\mathrm{m}}l=\mathrm{j}kZIS$（$Z$ 为波阻抗，k 为波数），小电流环可以等效为磁偶极子，其场与电偶极子或电流元的场具有对偶关系，因此可从电流元的场利用对偶原理得到小电流环的场。

如果空间同时存在电型源和磁型源，由于源与场的关系是线性的，空间的总电磁场等于电型源产生的场与磁型源产生的场的叠加，即

$$\boldsymbol{E}=\boldsymbol{E}^{\mathrm{e}}+\boldsymbol{E}^{\mathrm{m}}$$

$$\boldsymbol{H}=\boldsymbol{H}^{\mathrm{e}}+\boldsymbol{H}^{\mathrm{m}}$$

将电型源和磁型源的场方程式(1-11)～(1-14)和式(1-15)～(1-18)叠加，得

$$\nabla\times\boldsymbol{H}=\boldsymbol{J}+\frac{\partial\boldsymbol{D}}{\partial t}\tag{1-19}$$

$$\nabla\times\boldsymbol{E}=-\boldsymbol{J}^{\mathrm{m}}-\frac{\partial\boldsymbol{B}}{\partial t}\tag{1-20}$$

$$\nabla\cdot\boldsymbol{B}=\rho^{\mathrm{m}}\tag{1-21}$$

$$\nabla\cdot\boldsymbol{D}=\rho\tag{1-22}$$

这组方程称为广义的时域麦克斯韦方程。由于电流与磁场间为右手螺旋关系，而磁流与电场间为左手螺旋关系，故式(1-19)和式(1-20)等式的右侧相差一负号。可以看出，引入磁型源后，广义的时域麦克斯韦方程具有很好的对称性。

(3)时谐麦克斯韦方程

电磁场量 $\boldsymbol{E},\boldsymbol{D},\boldsymbol{H},\boldsymbol{B}$ 是空间和时间的函数，在随时间变化的电磁场中最有用而又最重要的是随时间按正弦或余弦变化的场——一般称为时谐电磁场。例如，在直角坐标中，场量 $\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r},t)$ 写成

$$\begin{aligned}\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r},t) &= \boldsymbol{e}_x\boldsymbol{E}_x(\boldsymbol{r},t) + \boldsymbol{e}_y\boldsymbol{E}_y(\boldsymbol{r},t) + \boldsymbol{e}_z\boldsymbol{E}_z(\boldsymbol{r},t)\\ &= \boldsymbol{e}_x\sqrt{2}\left|\boldsymbol{E}_x(\boldsymbol{r})\right|\cos(\omega t+\varphi_x) + \boldsymbol{e}_y\sqrt{2}\left|\boldsymbol{E}_y(\boldsymbol{r})\right|\cos(\omega t+\varphi_y) +\\ &\quad \boldsymbol{e}_z\sqrt{2}\left|\boldsymbol{E}_z(\boldsymbol{r})\right|\cos(\omega t+\varphi_z)\end{aligned}$$

对于时谐电磁场，用复数形式表示常常是有利的。上述场量 $\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r},t)$ 的复数形式表示为

$$\begin{aligned}\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r}) &= \boldsymbol{e}_x\left|\boldsymbol{E}_x(\boldsymbol{r})\right|e^{j\varphi_x} + \boldsymbol{e}_y\left|\boldsymbol{E}_y(\boldsymbol{r})\right|e^{j\varphi_y} + \boldsymbol{e}_z\left|\boldsymbol{E}_z(\boldsymbol{r})\right|e^{j\varphi_z}\\ &= \boldsymbol{e}_x\boldsymbol{E}_x(\boldsymbol{r}) + \boldsymbol{e}_y\boldsymbol{E}_y(\boldsymbol{r}) + \boldsymbol{e}_z\boldsymbol{E}_z(\boldsymbol{r})\end{aligned}$$

显然，余弦场量 $\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r},t)$ 与其复数形式 $\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r})$ 的关系为

$$\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r},t) = \mathrm{Re}\left[\sqrt{2}\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r})e^{j\omega t}\right]$$

式中 Re[ ]为取复数的实部。上式表明，$\sqrt{2}\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r})$ 为场量 $\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r},t)$ 的复振幅。

同理，余弦场量 $\boldsymbol{H}(\boldsymbol{r},t)$ 与其复数形式 $\boldsymbol{H}(\boldsymbol{r})$ 的关系为

$$\boldsymbol{H}(\boldsymbol{r},t) = \mathrm{Re}\left[\sqrt{2}\boldsymbol{H}(\boldsymbol{r})e^{j\omega t}\right]$$

对时谐电磁场，复振幅矢量 $\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r})$ 和 $\boldsymbol{H}(\boldsymbol{r})$ 仅为空间坐标的函数，在不引起混淆的情况下，也简记为 $\boldsymbol{E}$ 和 $\boldsymbol{H}$。

将时谐电磁场代入麦克斯韦方程(1-19)～(1-22)，得

$$\nabla\times\boldsymbol{H} = \boldsymbol{J} + j\omega\boldsymbol{D} \tag{1-23}$$

$$\nabla\times\boldsymbol{E} = -\boldsymbol{J}^{m} - j\omega\boldsymbol{B} \tag{1-24}$$

$$\nabla\cdot\boldsymbol{B} = \rho^{m} \tag{1-25}$$

$$\nabla\cdot\boldsymbol{D} = \rho \tag{1-26}$$

这组方程称为时谐麦克斯韦方程或麦克斯韦方程的复数形式。时谐场中，电流和磁流连续性原理的复数形式为

$$\nabla\cdot\boldsymbol{J} = -j\omega\rho \tag{1-27}$$

$$\nabla\cdot\boldsymbol{J}^{m} = -j\omega\rho^{m} \tag{1-28}$$

在时谐麦克斯韦方程中，各物理量均为时谐量复数形式(即复振幅的有效值)。显然，由于时谐麦克斯韦方程少了时间变量，因此求解时谐麦克斯韦方程要比求解一般时变麦克斯韦方程容易得多。在时谐麦克斯韦过程中，场和源具有相同的频率，因此时谐麦克斯韦方程是频域的麦克斯韦方程。如果空间为线性媒质，任何时变电磁场都可利用傅里叶变换分解为许多时谐电磁场的叠加。因此在分析时变电磁场时，可以先将时变电磁场的源通过傅里叶变换分解为时谐电磁场源，然后利用时谐麦克斯韦方程求解各频率的场源产生的时谐电磁场，最后对时谐电磁场进行傅里叶反变换求出时变电磁场。

1.2 物质的电磁特性

上节已指出,如果将麦克斯韦方程的两个旋度方程及电流连续性方程作为独立方程,这 3 个方程共有 5 个矢量函数 $\boldsymbol{E},\boldsymbol{D},\boldsymbol{H},\boldsymbol{B},\boldsymbol{J}$ 和一个标量函数 ρ,由于一个矢量函数可分解为 3 个标量函数,这相当于共有 16 个标量函数。而上面 3 个独立方程实际上是由 7 个标量方程构成的,仅由 7 个标量方程无法确定 16 个未知标量函数。所以,这 3 个独立方程是麦克斯韦方程的非限定形式。要使方程的数目和未知量的数目相等,还必须利用在电磁场中媒质特性的关系。电磁场中描述媒质特性的关系称为组成关系或结构方程。引入结构方程,增加了 3 个矢量方程,即 9 个标量方程,使方程的数目和未知量的数目相等,场方程就可以求解了。因此,加上结构方程,麦克斯韦方程就构成了限定形式。

在自由空间,组成关系或结构方程最简单,有

$$\boldsymbol{D} = \varepsilon_0 \boldsymbol{E} \tag{1-29}$$

$$\boldsymbol{B} = \mu_0 \boldsymbol{H} \tag{1-30}$$

$$\boldsymbol{J} = 0 \tag{1-31}$$

式中 ε_0 和 μ_0 分别称为自由空间的电容率(或介电常数)和导磁率。在国际单位制中

$$\varepsilon_0 = \frac{1}{36\pi} \times 10^{-9}\ \mathrm{F/m}$$

$$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}\ \mathrm{H/m}$$

对于均匀、各向同性、线性媒质,在电磁场作用下,其物质内部电荷运动导致媒质的极化、磁化和传导 3 种状态,它们分别由极化强度 $\boldsymbol{P}$、磁化强度 $\boldsymbol{M}$ 和传导电流密度 $\boldsymbol{J}$ 来表示。极化强度表示物质内部分子的束缚电荷形成的电偶极子在电场力作用下趋于整齐排列的程度,是物质中单位体积内分子电偶极矩的统计平均值;而磁化强度表示物质内部电子的轨道和自旋运动形成的磁偶极子在磁场力作用下趋于整齐排列的程度,是物质中单位体积内分子磁偶极矩的统计平均值。由于极化和磁化的作用,$\boldsymbol{D}$ 和 $\boldsymbol{B}$ 分别为

$$\boldsymbol{D} = \varepsilon_0 \boldsymbol{E} + \boldsymbol{P} \tag{1-32}$$

$$\boldsymbol{B} = \mu_0 (\boldsymbol{H} + \boldsymbol{M}) \tag{1-33}$$

媒质的组成关系是以实验为基础的。对于线性媒质,$\boldsymbol{P}$ 和 $\boldsymbol{E}$ 与 $\boldsymbol{M}$ 和 $\boldsymbol{H}$ 均成正比关系。分别为

$$\boldsymbol{P} = \varepsilon_0 \chi_e \boldsymbol{E} \tag{1-34}$$

$$\boldsymbol{M} = \chi_m \boldsymbol{H} \tag{1-35}$$

式中 χ_e 和 χ_m 分别称为媒质的极化率和磁化率。将以上两式分别代入式(1-32)和(1-33)得

$$\boldsymbol{D} = \varepsilon_0 \boldsymbol{E} + \varepsilon_0 \chi_e \boldsymbol{E} = (1 + \chi_e)\varepsilon_0 \boldsymbol{E}$$

$$\boldsymbol{B} = (1 + \chi_m)\mu_0 \boldsymbol{H}$$

令

$$\varepsilon_r = 1 + \chi_e, \quad \varepsilon = \varepsilon_r \varepsilon_0 \tag{1-36}$$

$$\mu_r = 1 + \chi_m, \quad \mu = \mu_r \mu_0 \tag{1-37}$$

ε_r 和 μ_r 分别称为媒质的相对电容率(或相对介电常数)和相对导磁率;而 ε 和 μ 分别称为媒质的电容率(或介电常数)和导磁率。这样,对于各向同性线性媒质,$\boldsymbol{D}$ 与 $\boldsymbol{E}$ 及 $\boldsymbol{B}$ 与 $\boldsymbol{H}$ 的关系为

$$\boldsymbol{D} = \varepsilon \boldsymbol{E} \tag{1-38}$$

$$\boldsymbol{B} = \mu \boldsymbol{H} \tag{1-39}$$

导电媒质中有可自由运动的电荷,在电场的作用下,自由电荷运动形成电流。由实验得到导电媒质中的电流密度与电场强度的关系为

$$\boldsymbol{J} = \sigma \boldsymbol{E} \tag{1-40}$$

σ 称为媒质的电导率,单位为 S/m,上式称为欧姆定律的微分形式。电导率表示物质的导电性能,$\sigma=0$ 的媒质不导电,称为理想介质,$\sigma=\infty$ 的媒质称为理想导电体。式(1-38)、(1-39)和(1-40)就是各向同性、线性媒质的组成关系

媒质的介电常数 ε 和导磁率 μ 以及电导率 σ 代表了媒质的电磁特性,是媒质的重要参数。不同的媒质其电磁参数不同,同一种媒质因密度、含杂质量等差别,以及频率不同,其电磁参数也可能不同。对于均匀媒质,在不太宽的频率范围内,这些电磁参数是常数。如果频率范围很宽,介电常数 ε 和导磁率 μ 就与频率有关。例如水的相对介电常数在频率由零升到光频时,其值从 81 降到 1.8 左右。这种媒质称为时间色散媒质。当频率足够高时,由于存在极化损耗与磁化损耗,媒质的介电常数和导磁率变为复数,即 $\varepsilon=\varepsilon'-\mathrm{j}\varepsilon''$,$\mu=\mu'-\mathrm{j}\mu''$,虚部代表媒质存在损耗。对于色散媒质,极化和磁化的响应不是即时的,$\boldsymbol{D}$ 及 $\boldsymbol{B}$ 不仅取决于 $\boldsymbol{E}$ 及 $\boldsymbol{H}$ 现在的值,还与 $\boldsymbol{E}$ 及 $\boldsymbol{H}$ 对时间的各阶导数有关,即

$$\boldsymbol{D} = \varepsilon \boldsymbol{E} + \varepsilon_1 \frac{\partial \boldsymbol{E}}{\partial t} + \varepsilon_2 \frac{\partial^2 \boldsymbol{E}}{\partial t^2} + \varepsilon_3 \frac{\partial^3 \boldsymbol{E}}{\partial t^3} + \cdots \tag{1-41a}$$

$$\boldsymbol{B} = \mu \boldsymbol{H} + \mu_1 \frac{\partial \boldsymbol{H}}{\partial t} + \mu_2 \frac{\partial^2 \boldsymbol{H}}{\partial t^2} + \mu_3 \frac{\partial^3 \boldsymbol{H}}{\partial t^3} + \cdots \tag{1-41b}$$

对于时谐电磁场,以上两式变为

$$\boldsymbol{D} = \varepsilon \boldsymbol{E} + \mathrm{j}\omega\varepsilon_1 \boldsymbol{E} - \omega^2 \varepsilon_2 \boldsymbol{E} - \mathrm{j}\omega^3 \varepsilon_3 \boldsymbol{E} + \cdots \tag{1-42a}$$

$$\boldsymbol{B} = \mu \boldsymbol{H} + \mathrm{j}\omega\mu_1 \boldsymbol{H} - \omega^2 \mu_2 \boldsymbol{H} - \mathrm{j}\omega^3 \mu_3 \boldsymbol{H} + \cdots \tag{1-42b}$$

将以上两式写成式(1-38)和(1-39)的形式,介电常数 ε 和导磁率 μ 成为复数,其实部和虚部均和频率有关。对于导电媒质,有时也将电导率包含在复介电常数中,利用全电流安培定律

$$\nabla \times \boldsymbol{H} = \boldsymbol{J} + \mathrm{j}\omega\varepsilon \boldsymbol{E}$$

将 $\boldsymbol{J}=\sigma\boldsymbol{E}$ 代入得

$$\nabla \times \boldsymbol{H} = \sigma \boldsymbol{E} + \mathrm{j}\omega\varepsilon \boldsymbol{E} = \mathrm{j}\omega\left(\varepsilon - \mathrm{j}\frac{\sigma}{\omega}\right)\boldsymbol{E} = \mathrm{j}\omega\varepsilon_c \boldsymbol{E}$$

式中

$$\varepsilon_c = \varepsilon - \mathrm{j}\frac{\sigma}{\omega} \tag{1-43}$$

是将电导率包含在复介电常数中后的等效介电常数。复介电常数和复导磁率也可以写成极坐标形式

$$\varepsilon = \varepsilon' - \mathrm{j}\varepsilon'' = |\varepsilon| \mathrm{e}^{-\mathrm{j}\delta} \tag{1-44a}$$

$$\mu = \mu' - \mathrm{j}\mu'' = |\mu| \mathrm{e}^{-\mathrm{j}\theta} \tag{1-44b}$$

式中 δ 和 θ 分别称为电损耗角和磁损耗角。并有

$$\tan\delta = \frac{\varepsilon''}{\varepsilon'} \tag{1-45a}$$

$$\tan\theta = \frac{\mu''}{\mu'} \tag{1-45b}$$

$\tan\delta$ 和 $\tan\theta$ 分别称为电损耗角正切和磁损耗角正切。电导率引起的损耗角正切为

$$\tan\delta = \frac{\sigma}{\omega\varepsilon'} \tag{1-46}$$

媒质分为均匀媒质和不均匀媒质。均匀媒质的电磁参数与空间坐标无关，不均匀媒质的电磁参数是空间坐标的函数。

当媒质的介电常数 ε 和导磁率 μ 或者 χ_e 和 χ_m 不随 $\boldsymbol{E}$ 及 $\boldsymbol{H}$ 改变时，称为线性媒质，否则称为非线性媒质。对于非线性媒质

$$\boldsymbol{P} = \varepsilon_0(\chi_e^{(1)}\boldsymbol{E} + \chi_e^{(2)}|\boldsymbol{E}|\boldsymbol{E} + \chi_e^{(3)}|\boldsymbol{E}|^2\boldsymbol{E} + \cdots) \tag{1-47a}$$

$$\boldsymbol{M} = \chi_m^{(1)}\boldsymbol{H} + \chi_m^{(2)}|\boldsymbol{H}|\boldsymbol{H} + \chi_m^{(3)}|\boldsymbol{H}|^2\boldsymbol{H} + \cdots \tag{1-47b}$$

研究非线性媒质的电磁场属于非线性电磁学及非线性光学的范围。

有一些媒质的电磁参数与电磁场的方向有关，这种媒质称为各向异性媒质。各向异性媒质的组成关系可以表示为矩阵形式，即

$$\boldsymbol{D} = \overleftrightarrow{\varepsilon}\cdot\boldsymbol{E} \tag{1-48a}$$

$$\boldsymbol{B} = \overleftrightarrow{\mu}\cdot\boldsymbol{H} \tag{1-48b}$$

$$\boldsymbol{J} = \overleftrightarrow{\sigma}\cdot\boldsymbol{E} \tag{1-48c}$$

式中

$$\overleftrightarrow{\varepsilon} = \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} & \varepsilon_{xy} & \varepsilon_{xz} \\ \varepsilon_{yx} & \varepsilon_{yy} & \varepsilon_{yz} \\ \varepsilon_{zx} & \varepsilon_{yz} & \varepsilon_{zz} \end{bmatrix} \quad \overleftrightarrow{\mu} = \begin{bmatrix} \mu_{xx} & \mu_{xy} & \mu_{xz} \\ \mu_{yx} & \mu_{yy} & \mu_{yz} \\ \mu_{zx} & \mu_{zy} & \mu_{zz} \end{bmatrix} \quad \overleftrightarrow{\sigma} = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} & \sigma_{xz} \\ \sigma_{yx} & \sigma_{yy} & \sigma_{yz} \\ \sigma_{zx} & \sigma_{zy} & \sigma_{zz} \end{bmatrix} \tag{1-48d}$$

晶体就是一种电各向异性媒质，恒定磁场中的等离子体也具有电各向异性。恒定磁场中的铁氧体是磁各向异性媒质。而用 $\overleftrightarrow{\sigma}$ 描述的各向异性媒质不多见。

还有一些媒质，电磁特性方程可以表示为

$$\boldsymbol{D} = \overleftrightarrow{\varepsilon}\cdot\boldsymbol{E} + \overleftrightarrow{\xi}\cdot\boldsymbol{H} \tag{1-49}$$

$$\boldsymbol{B} = \overleftrightarrow{\zeta}\cdot\boldsymbol{E} + \overleftrightarrow{\mu}\cdot\boldsymbol{H} \tag{1-50}$$

这些关系表明，媒质的极化与磁化存在一定的耦合关系，这种媒质称为双各向异性媒质。当以上 4 个电磁张量参数均退化为标量时，称为双各向同性媒质。一般运动媒质中具有这种电磁耦合关系。

媒质的电磁参数与频率、坐标变量、方向无关，均为标量常数的媒质称为简单媒质。

1.3　边界条件和辐射条件

(1)边界条件

麦克斯韦方程的微分形式只适用于媒质的物理性质处处连续的空间区域，但实际遇到的

媒质总是有界的，在边界面上其物理性质要发生突变，导致边界面处矢量场也发生突变。所以，在边界面上麦克斯韦方程的微分形式已失去意义，边界面两边的矢量场的关系要由麦克斯韦方程的积分形式导出的边界条件确定。边界条件就是在媒质的边界面上电磁场所满足的方程。

对于如图 1-1 所示的两种不同媒质的边界，由广义麦克斯韦方程的积分形式可得到边界面两侧电磁场的关系为：

$$\boldsymbol{e}_n \cdot (\boldsymbol{D}_1 - \boldsymbol{D}_2) = \rho_S \tag{1-51}$$

$$\boldsymbol{e}_n \cdot (\boldsymbol{B}_1 - \boldsymbol{B}_2) = \rho_S^{\mathrm{m}} \tag{1-52}$$

$$\boldsymbol{e}_n \times (\boldsymbol{E}_1 - \boldsymbol{E}_2) = -\boldsymbol{J}_S^{\mathrm{m}} \tag{1-53}$$

$$\boldsymbol{e}_n \times (\boldsymbol{H}_1 - \boldsymbol{H}_2) = \boldsymbol{J}_S \tag{1-54}$$

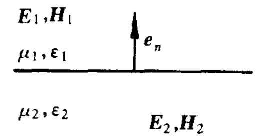


图 1-1 边界条件

等式左边 $\boldsymbol{e}_n$ 表示边界面的法向单位矢量，前两式表示边界面两侧电磁场的法向分量的关系，后两式表示边界面两侧电磁场的切向分量的关系；等式右边为边界面上电型源或磁型源的面密度。实际的媒质边界不存在磁型源，磁型源的面密度只有数学上的意义。对于两种媒质均为理想介质的情况，边界条件简化为：

$$\boldsymbol{e}_n \cdot (\boldsymbol{D}_1 - \boldsymbol{D}_2) = 0 \tag{1-55}$$

$$\boldsymbol{e}_n \cdot (\boldsymbol{B}_1 - \boldsymbol{B}_2) = 0 \tag{1-56}$$

$$\boldsymbol{e}_n \times (\boldsymbol{E}_1 - \boldsymbol{E}_2) = 0 \tag{1-57}$$

$$\boldsymbol{e}_n \times (\boldsymbol{H}_1 - \boldsymbol{H}_2) = 0 \tag{1-58}$$

以上 4 式的右边都为零，表示各场分量在边界面上是连续的。对于时变电磁场，4 个边界条件并不是完全独立的，一般将两个切向分量的边界条件作为独立的边界条件。对于有一种媒质为理想导电体的情况，边界条件简化为：

$$\boldsymbol{e}_n \cdot \boldsymbol{D} = \rho_S \tag{1-59}$$

$$\boldsymbol{e}_n \cdot \boldsymbol{B} = 0 \tag{1-60}$$

$$\boldsymbol{e}_n \times \boldsymbol{E} = 0 \tag{1-61}$$

$$\boldsymbol{e}_n \times \boldsymbol{H} = \boldsymbol{J}_S \tag{1-62}$$

对于有一种媒质为理想导磁体的情况，边界条件简化为：

$$\boldsymbol{e}_n \cdot \boldsymbol{D} = 0 \tag{1-63}$$

$$\boldsymbol{e}_n \cdot \boldsymbol{B} = \rho_S^{\mathrm{m}} \tag{1-64}$$

$$\boldsymbol{e}_n \times \boldsymbol{E} = -\boldsymbol{J}_S^{\mathrm{m}} \tag{1-65}$$

$$\boldsymbol{e}_n \times \boldsymbol{H} = 0 \tag{1-66}$$

对一般非理想导电体的情况，边界面上电型源或磁型源的面密度为零，边界条件简化为：

$$\boldsymbol{e}_n \cdot (\boldsymbol{D}_1 - \boldsymbol{D}_2) = \rho_S \tag{1-67}$$

$$\boldsymbol{e}_n \cdot (\boldsymbol{B}_1 - \boldsymbol{B}_2) = 0 \tag{1-68}$$

$$\boldsymbol{e}_n \times (\boldsymbol{E}_1 - \boldsymbol{E}_2) = 0 \tag{1-69}$$

$$\boldsymbol{e}_n \times (\boldsymbol{H}_1 - \boldsymbol{H}_2) = 0 \tag{1-70}$$

(2)辐射条件

电磁场中边值问题的求解场区有两类：一类是闭区域的边值问题，这类问题的基本方程是麦克斯韦方程、结构方程和边界条件；另一类是开区域的边值问题，这类问题除涉及上述基本方程外，还要涉及场的辐射条件。

若所有的场源均在有限空间之中，则在无限远处的场必须满足辐射条件，即

若此空间是有损耗的，则无限处的场的任一横向分量 Ψ 满足

$$\Psi\big|_{r\to\infty} = 0 \tag{1-71}$$

若此空间是无损耗的，则无限远处的场满足 Sommerfeld 辐射条件：即场的任一横向分量 Ψ 满足

$$\lim_{r\to\infty} r\left(\frac{\partial \Psi}{\partial r} - \mathrm{j}k\Psi\right) = 0 \tag{1-72}$$

式中：r 是从源点到场点的距离；k 是媒质的传播常数。Sommerfeld 辐射条件的物理意义是远离场源的场有一向外延迟的相位，且其幅度下降至少比 r^{-1} 要快。

1.4　波动方程

麦克斯韦方程是一组联立的一阶矢量偏微分方程，由这组矢量偏微分方程可导出电磁波的波动方程。波动方程是定量描述电磁波运动的数学方程，它揭示了电磁波的传播规律。下面由麦克斯韦方程导出电磁波的波动方程。

在均匀线性各向同性媒质中，对广义麦克斯韦方程组中的两个旋度方程

$$\nabla \times \boldsymbol{H} = \boldsymbol{J} + \frac{\partial \boldsymbol{D}}{\partial t}$$

$$\nabla \times \boldsymbol{E} = -\boldsymbol{J}^{\mathrm{m}} - \frac{\partial \boldsymbol{B}}{\partial t}$$

两边取旋度，并利用物质结构方程式(1-38)和式(1-39)，得

$$\nabla \times \nabla \times \boldsymbol{H} + \varepsilon\mu \frac{\partial^2 \boldsymbol{H}}{\partial t^2} = -\varepsilon \frac{\partial \boldsymbol{J}^{\mathrm{m}}}{\partial t} + \nabla \times \boldsymbol{J} \tag{1-73a}$$

$$\nabla \times \nabla \times \boldsymbol{E} + \varepsilon\mu \frac{\partial^2 \boldsymbol{E}}{\partial t^2} = -\mu \frac{\partial \boldsymbol{J}}{\partial t} - \nabla \times \boldsymbol{J}^{\mathrm{m}} \tag{1-73b}$$

利用矢量恒等式$\nabla \times \nabla \times \boldsymbol{A} = \nabla(\nabla \cdot \boldsymbol{A}) - \nabla^2 \boldsymbol{A}$，以及广义麦克斯韦方程组中的两个散度方程，方程式(1-73)变为

$$\nabla^2 \boldsymbol{H} - \varepsilon\mu \frac{\partial^2 \boldsymbol{H}}{\partial t^2} = \varepsilon \frac{\partial \boldsymbol{J}^{\mathrm{m}}}{\partial t} - \nabla \times \boldsymbol{J} + \frac{1}{\mu} \nabla \rho^{\mathrm{m}} \tag{1-74a}$$

$$\nabla^2 \boldsymbol{E} - \varepsilon\mu \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} = \mu \frac{\partial \boldsymbol{J}}{\partial t} + \nabla \times \boldsymbol{J}^{\mathrm{m}} + \frac{1}{\varepsilon} \nabla \rho \tag{1-74b}$$

以上两式称为非齐次矢量波动方程。可以看出，非齐次矢量波动方程的右边非齐次项比较复杂，因此直接求解这对方程很困难。但在无源区，这对方程变为齐次矢量波动方程

$$\nabla^2 \boldsymbol{H} - \varepsilon\mu \frac{\partial^2 \boldsymbol{H}}{\partial t^2} = 0 \tag{1-75a}$$

$$\nabla^2 \boldsymbol{E} - \varepsilon\mu \frac{\partial^2 \boldsymbol{E}}{\partial t^2} = 0 \tag{1-75b}$$

或