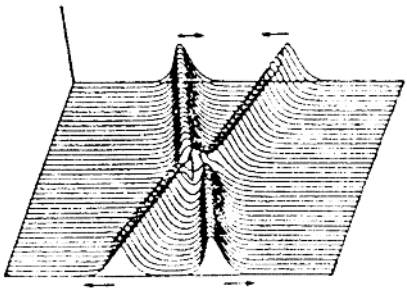
地震科学中的非线性问题

国家地震局地球物理研究所



地震出版社

地震科学中的非线性问题

国家地震局地球物理研究所

地震出版社

1993

(京)新登字 095 号

内容提要

根据国家地震局科技监测司“八五”地震科技信息研究规划，国内外非线性科学和数字地震学研究现状和发展专题已完成1992年度计划，现把非线性专题部份的初步成果汇编成《地震科学中的非线性问题》出版。本项目组由论文作者组成，项目负责人为陈芙方。

地震科学中的非线性问题
国家地震局地球物理研究所
地震出版社出版
北京民族学院南路9号
北京市仰山印刷厂印刷

787×1092 1/32 6.375 印张 142 千字
1993 年 11 月第一版 1993 年 11 月第一次印刷
印数:0001—0700
ISBN 7-5028-1004-8/P.618
(1397)定价:6.50 元

目　　录

非线性科学在地震研究中的应用
　　…………………………… 尹祥础　陈学忠(1)
论强震预报动力学模型建立的基础(一)
　　——观测数据、真实直觉、数值模拟
　　…… 李全林　王劲峰　陈锦标　周东顺(35)
讨论中的几类非线性地震模型的地震学含义
　　…………………………………… 吴忠良(64)
探索复杂的地震过程 ………………… 安镇文(97)
非线性科学方法和地震机理实验研究进展
　　…………………………………… 郑　捷(137)
前苏联非线性地震学研究述评 ……… 陈英方(170)

非线性科学在地震研究中的应用①

尹祥础　陈学忠

引　言

非线性科学的诞生标志着现代科学的一场革命。目前非线性科学应用广泛，已渗透到各门自然科学和社会科学中。它不仅影响着各门学科的内容，而且使我们对大自然的看法（宇宙观）经历着一个根本性的转变。

什么是非线性科学？非线性科学是研究非线性问题的共性的一门学问。非线性是一个数学名词，它的含义是两个量之间没有像正比那样的直线关系。虽然人们在线性关系的基础上解决了许多科学技术上的重大问题，例如弹性理论、电磁波的传播和地震波理论等等，但进一步的研究发现，自然科学和工程技术中许多问题都表现出非线性特征，因而要用到非线性的数学模型。线性关系毕竟是简单的数学关系，人们早就发现许多物理量之间的关系并不是线性的，例如万有引力定律中引力 F 与两质量之间的距离 r 之间的关系为 $F \propto r^{-2}$，这个关系是非线性的；热力学中气体的密度和压强之间服从的公式 $p = A\rho^{\gamma}(\gamma > 1)$ 也不是线性的；流体力学中，反映动量变化

① 国家地震局地球物理研究所论著号 93C0052

的纳维——斯托克斯方程：

$$\frac{\partial \vec{v}}{\partial t}+\vec{v}\cdot\nabla\vec{v}\nabla\rho=\gamma\Delta\vec{v}$$

是非线性的；牛顿在解决两体问题时所用的微分方程已经是非线性的了；弹性理论中，只有在微小应变条件下，物理方程和几何方程才是线性的。在有限应变条件下，几何方程也不再是线性的，物理方程中出现非线性项后，物理非线性因素也随之出现。

科学的发展进一步说明了非线性问题是普遍存在的，应该认为世界在本质上就是非线性的。正像直线是曲线的特殊情况一样，线性关系也只是非线性关系的特殊情形而已。

各门学科有各自的非线性问题，于是形成了以非线性为特征的各门子学科：非线性数学、非线性力学、非线性光学、非线性声学等等。非线性科学并不是这些子学科的总和，也不能成为包罗一切的一门万能科学。非线性科学主要考虑各门学科中有关非线性的共性问题，特别是那些无法从线性模型稍加修正还可以解决的问题，再加上它自身理论发展所需要的一些概念、方法等，这才是非线性科学的研究对象。非线性科学在解决实际问题中得到应用，或具有广泛的应用前景。但由于它更深刻地反映了客观现实，它也常常是真正的基础研究。

19 世纪末一位科学伟人法国数学力学家庞加莱(Henri Poincare)提出了不少新的理论和方法，当前非线性科学中的许多概念和思想都源于庞加莱。可以说非线性科学是从 20 世纪初庞加莱开始的。20 世纪上半叶促进非线性科学发展的主要标志是数学中的微分方程稳定性理论和无线电技术所需要的非线性线路理论以及由它们的结合而产生的非线性振动理论。近二三十年来，由于计算机的广泛应用使非线性科学更加

兴旺起来，计算机不仅是数值计算的工具，也为非线性现象和理论分析提供了新的思想，促进非线性科学发展的还有数学中动力学系统理论的成长以及统计物理学中的不少成果，如重正化群等。

目前还没有共同的标准来确定非线性科学的研究范围。近年来在学术界有人将普里高津的耗散结构论、哈肯的协同论以及托姆的突变论都归于非线性科学。我国国家科委为发展基础科学研究而制订的攀登计划中《非线性科学》列为专门的一个重大项目，在制定这一项目时，有关专家认为尽管“三论”中许多定量的分析、一些概念和方法（如分岔、自组织、图形、分数维等）也是和非线性科学密不可分的，但“三论”中还有不少内容是企图从另外的角度说明某些自然界甚至社会现象的普遍规律，有些则是带有哲理性或思辨性的论断，这些不应该归于非线性科学范围内，非线性科学中应该包括那些可以有定量分析、精确计算、数学理论或实验研究的部分。他们认为非线性现象的普适类即为非线性科学的不可缺少的主要内容，即孤立波、混沌和分形。下面分别对这三方面作一简要介绍。

（一）孤立波

孤立波起初是在研究水波时被发现的，它是这三个普适类中发展较早的一个。早在 19 世纪 30 年代，英国的 J. S. Russell 在爱丁堡－格拉斯哥运河河畔看见河中有一个孤立的水波在浅水窄河道中持续行进，他骑在马背上追踪观察，发现这个孤立的水波在行进过程中长久地保持着自己的形状和波速。他把这种现象叫作大传输波。受这种奇妙现象的诱使，J. S. Russell 还在实验室里作了产生单一水波的实验。后来著名的流体力学家 Boussinesq 和 L. Rayleigh 在浅水

波假定条件下进行了深入的研究。

非线性方程所描述的波，波形往往会随着它的传播而发生畸变，但对于上述这一类重要现象，其描述方程存在着不发生畸变的波动解，这个解称作孤立波。著名的例子是 KdV (Kortewegde Vries)方程：

$$\frac{\partial u}{\partial t} - 6u\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial^3 u}{\partial x^3} = 0$$

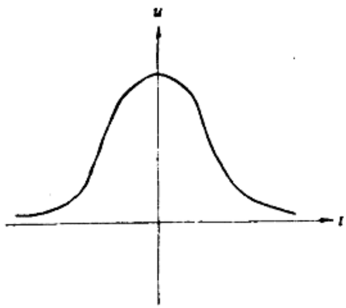


图 1

它的解为 $u(x,t) = 2a^2\mathrm{sech}[a(x-4a^2t)]$，其波形如图 1所示，类似于脉冲波。显然这种非线性波的特点是行波速度依赖于本身的振幅。KdV 方程的解准确地描述了浅水波的非线性特性，波的振幅为 $2a^2$，速度为 $4a^2$。当两个这样的波沿着同一方向行进时，波峰高的波的行进速度快，波峰低的波的行进速度慢，若开始时波峰高的波在波峰低的波后面，则经过一定时间后，波峰高的波会赶上前面波峰低的波而发生“碰撞”。1965 年 N. Zabusky 和 M. Kruskal 在电子计算机上作数字实验时，意外地发现两个这样的波在“碰撞”后都保持与各自在“碰撞”

前完全相同的波形和行进速度。这使人们联想到质点粒子和波粒二象性等熟悉的现象，只有粒子的碰撞才会有类似的情形出现。因此遂将这种波定名为孤立子(Soliton)，以反映非线性波的粒子属性。

在自然界和工程中，有许多描述波动过程的非线性方程的解都具有孤立子特性，例如正弦-高登(Sine-Gorden，SG)方程 $u_{xx}-u_{tt}=\sin u$，非线性薛定谔方程 $iu_t+u_{xx}+|u|^2u=0$ 等等；神经元轴突上传送的冲动电信号、木星上的红斑和大气中的台风都可以看作是具有拓扑结构的弧立子；在等离子体、光信号传输、高分子化合物导电、海洋表面波等等现象中都有这种现象。因此可以说，弧立波性质是一大类非线性现象的共性，构成一个普适类。

对弧立波(子)的理论和实验研究在 20 世纪 50—60 年代已较多。从 80 年代开始，越来越多的非线性理论研究人员开始注意到弧立波(子)与混沌之间的关系，认为它们是同一个非线性系统的两种状态，可以相互转变，只是与系统的某个特征参数有关。多维的弧立子与混沌的空间模式具有更加复杂的性质，湍流的演化与弧立子之间存在某些联系，并引起人们的重视，成为今后重要的前沿课题之一。

目前，弧立波(子)可望应用于光纤通讯中。线性光脉冲在光缆中因色散而使信号强度衰减。在这远距离传输中必须加装中继转发器以便增强光脉冲强度，保证终端信号被正确可靠地检测出来。如果采用非线性的弧立波脉冲进行通讯，除了传输过程中的能量损耗外，一般来说，弧立波传播时波形不会发生畸变，因而不需要增装重发器。

(二)混沌

本世纪 60 年代发现了非线性现象的又一普适类——混

沌。混沌理论开始于本世纪60年代的两件事：一是罗仑兹的工作；另一件事是卡姆(KAM)定理。1961年罗仑兹(Lorenz)根据大气运动的实际情况，得到了如下描述基本大气环流运动的方程：

$$\dot{x} = -10(x-y)$$

$$\dot{y} = -xy + rx - y$$

$$\dot{y} = xy - \frac{8}{3}y$$

求出 $r = r_0 = 24.736$ 时，对流失稳，流体的对流运动进入湍流状态。然后改变 r 值，通过计算机对模型进行数值积分，受当时计算机运算速度与运行稳定性(连续工作时间)的极大限制，罗仑兹事先选定记录纸带上的某一位置 a 作为计算开始时的记录起始位置，并使 a 保持正比于模型中的某一变量(例如 x，即 $a = kx(t)$，这样变量随时间演化的数字计算结果便由 $a(t)$ 的连续变化直观地反映出来，初始条件只有千分之一误差的二组计算结果却造成了其后完全不同的演化过程，如图2所示。

初始条件代表在起始时刻对系统所作的测量，测量越精确，观测者所获得的关于该系统的知识就越多。如果初始条件的微小变化引起的运动轨迹的改变也是微小的，则初始条件所包含的信息将保留下来，因而可以对系统的动态过程作出预测，这时人们称系统对初始条件是不敏感的。但是，与此相反，罗仑兹模型中初始条件的微小变化造成了轨线的巨大变化，初始条件包含的信息由于指数型发散而很快丧失，这时不能预测系统的长时间演化行为，系统对初始条件是敏感的。罗仑兹由此得出结论："任何具有非周期行为的物理系统，将是不可预报的。"这就导致了突破确定论长期禁锢的新的科学概

图 2

念的诞生。

KAM 是 Kolmogorov，Arnold 和 Moser 这三个人名的第一个字母的合称，KAM 定理是这三人对近乎可积的哈密顿系统的解的性质给出的重要结论。所谓近乎可积系统是指可积的哈密顿系统的哈密函数受到较小的扰动的系统，也就是说当系统从可积情况受到扰动时就变为近乎可积的系统。从数学角度来说，一个不可积的系统的哈密顿函数 $H(J,\theta)$ 可以分成两部份，即：

$$H(J,\theta) = H_0(J) + \epsilon H_1(J,\theta)$$

式中，$H_0(J)$ 是可积的，$H_1(J,\theta)$ 是不可积的，ϵ 是一小量，此时 $H(J,\theta)$ 即为近乎可积系统。60 年代初，科尔莫哥夫（Kolmogorov）、阿洛德（Arnold）和莫瑟（Moser）三人对近乎可积系统进行了详细研究，所得到的关于系统运动图象的结论通常称为 KAM 定理。对于可积系统，其运动轨线总是位于相空间的一个环面上，该环面叫不变环面。KAM 定理指出，对于近

乎可积的系统，其轨线仍位于相空间的一个环面上，只是这个环面的形状有改变；由于面积的保守性，如出现双曲点，双曲点的个数将与椭圆点个数一样多，个数与相应有理旋转分数表示时的分母相适应。

罗仑兹的对象是耗散系统，而卡姆的对象是保守系统，罗仑兹依靠的是数值计算，卡姆用的是严格的数学推理，这两种方法在混沌理论研究中都是必不可少的。研究表明，混沌现象相当广泛，许多简单的非线性系统都可能有混沌现象，如具有非线性阻尼的有周期外力作用的单摆，最简单的非线性电路等等。

“弱混沌”是近年来这方面研究的新进展。“弱混沌”处于混沌的边缘，它与混沌有许多共性，但也有很大的差别，差别之一在于：对于一个完全混沌系统，初始条件的微小差别，将随时间按指数规律发散，因此系统行为对初始条件的极端敏感性造成系统行为不可能作出长期确定性预测。而弱混沌系统，由于初始条件的差别而带来的不确定性随时间按幂律增长，因此一般来说，弱混沌系统是可长期确定性预报的。这一点具有极大的理论意义和实用价值。

(三)分形

在自然界中除了具有简单形状的物体之外，还存在许许多多具有复杂形状的物体。分形理论就是研究这种具有复杂形状的物体的几何特性的一门新的学科。分形(fractal)一词是由曼德勃罗特(B. B. Mandelbrot)在70年代首先引入的，它是从拉丁文“fractus”转化而来的。它的原意是“不规则的，分数的，支离破碎的”物体。到今天分形理论已经成了一门描述自然界中许多不规则事物的规律性的科学。到目前为止还无法对分形下一个确切的严格的定义。在讨论分形问题时，我们

只能谈它有什么特征，需要满足什么条件。分形最重要的一个特征是它必须具有自相似性。早期概念中的分形要求整体和它的各个局部都严格地相似，即“有规分形”。实际上，这种“有规分形”只是一种数学抽象。在物理学或其它自然界中存在的分形，它们的自相似性是近似的或者是统计意义上的，称为“无规分形”。不论是有规的或是无规的分形，它们都具有非常复杂的内部结构，同时不存在典型的特征长度。所以分形是一种具有无穷多层次的、自相似的、满足标度不变的几何体。描述它们的特征参量是分形维数 D。对有些分形，我们只需要用一个参量 D 就能完全描述其特征，但对一些较为复杂的物体，我们不可能用一个参量来反映其复杂的结构，而要用多个参量甚至无穷多个参量才能描述它。这种现象称为多重分形或多标度分形。一个内部测度很不均匀的分形经常要用多重分形才能描述。有关多重分形的研究现已吸引了许多科学家的注意，近年来在这方面获得了很大的发展。

实际问题中，还有一种在不同方向上具有不同的标度因子的分形，这种分形不是自相似分形，而称为自仿射(Self-offine)分形。自仿射分形的主要特点是它的各向异性，即对它进行放大或缩小操作时它在各方向上的比例因子是与所取的方向有关的。施行觉(中国科技大学)等的工作表明，岩石的断裂面属于自仿射分形。由于自仿射分形的各向异性，因而不可能用一个分形维数来确定它的整体行为，而必须用局域分形维数来分别表示它在各方向上的标度行为。计算表明，自仿射曲线分形维数与所选择的测量单位有关，如果选择的单位比较大，则测出的是它的整体维数；若选择的单位比较小，则可测出该曲线的局域分形维数。

分形理论出现较晚，它的数学准备还不充分，目前它的数

学理论和实际应用之间的距离还比较大，有些基本数学概念还得从头重新建立。比如微积分里导数是和光滑曲线的斜率相联系的，对于弯弯曲曲的海岸线那样的分形曲线，导数该怎样定义？如果象微积分那样的基本运算都不能进行，那就很难做进一步的定量研究。分形数学和分形物理的结合也才刚刚开始。

总之，非线性现象虽然复杂多样，各有其个性，但他们拥有共性，分成一个个类别，每一类别是一大类非线性现象共有的通性，具有很广泛的适用性。非线性科学正是研究这一共性的一门崭新的科学，它并非各非线性子学科的简单综合，而是为解决各门科学中非线性问题提供思想和方法，又从各门科学中吸取营养，发现新的非线性现象类别，这种研究必将对未来整个科学的发展起重大作用。

非线性科学的研究是目前世界性的大潮流，内容极其丰富，其文献资料要以五位数字来估量。上面简短的叙述只能反映我们近期工作与学习的一些粗浅看法。

非线性科学在地震研究中的应用

在地球科学中存在着大量复杂的非线性现象，把非线性科学引入地球科学的研究中是很有意义的，借助于非线性科学的成果可以理解地球科学中的许多复杂的问题。目前已有不少研究者先后探讨了地震研究中的非线性问题。我国地震界在这个领域内的研究近年来非常活跃，已初步取得了一些成果，它集中地反映在参考文献〔8〕—〔12〕，〔14〕—〔37〕中。这方面的研究为地震预报的研究注入了新鲜血液。综合起来，这个领域的研究主要有以下几个方面。

（一）地震的可预报性研究

地震研究的中心课题之一是地震预报。在地震预报研究中，首先要解决的是地震的可预报性问题。非线性科学中对混沌系统的研究表明混沌系统具有如下几个特征：

（1）对初始条件的敏感依赖性；

（2）在局部上具有不稳定性，但在整体上却具有稳定性；

（3）具有分维性质，即混沌系统运动的轨迹在相空间中的几何形态具有分维数；

（4）具有内在随机性；

（5）具有一定的标度律和普适性。

总之，对一个动力学系统，如果它是混沌的，则必须有[3]：①存在非整数的吸引子维数；②至少它的最大 Lyapunov 指数大于零。混沌系统是一个长期不可确定性预测的，但长期可统计预测的系统；它还是短期可确定性预测的，但短期内是不可统计预测的。混沌系统可确定性预测的时间尺度平均为 $1/K$[3]。$K = \sum_{j} LE_j (LE_j > 0)$，式中 LE_j 是 Lyapunov 指数谱，K 即为所有正的 Lyapunov 指数之和。

如果将地震动力学系统看成为混沌系统，则可利用 K 值对其可预报时间尺度进行估计，超过这个尺度，地震是不可确定性预测的。但统计预测是有效的；在这个时间尺度内，地震动力学系统的行为是可确定性预测的。显然 K 值对地震预报问题的研究是非常有意义的。对于地震动力学系统，我们目前还写不出其动力学方程组，因而不能直接计算 K 值。但我们可以对 K 值进行估计，其方法如下：

由实际观测资料（单变量时间序列数据），利用“以时间序列数据重建复杂系统动力学相空间”方法可计算出该系统的吸引子维数 d_2 以及二阶 Renyi 熵 K_2。如果 d_2 是非整数，且 K_2

大于零，则该系统是混沌系统。$1/K_2$ 即为该系统可确定性预测的平均时间尺度的上限[16]。

在计算过程中，所用的实际观测资料有两种，一种是等时间间隔时序，另一种是不等时间间隔时序，而所用的方法要求等时间间隔时序数据。对不等时间间隔时序，该方法不能直接被用来计算其关联维数 d_2 。最近，马文涛发展了计算不等时间间隔时序的关联维的方法[6]，该方法是将不等时间间隔时序变换成等效的等时间间隔时序，然后运用“以时间序列数据重建复杂系统动力学相空间”方法求出等效的等时间间隔时序的关联维。不等时间间隔时序的关联维可以表示为等效的等时间间隔时序的关联维和标度函数与标度对数之比极限的乘积。

李全林，陈锦标，尹祥础等与郝柏林以及庄灿涛等合作正在进行关于我国地震时空分布的非线性动力学研究，主要是利用重构相空间技术及从时间序列提取各种特征量的方法，利用我国丰富的地震观测数据，重建地震时空分布状态演化图像，寻求标度性质和动力学规律。这部分将在另文专述，此处不再赘述。

胡平等(1990)提出了地震事件时序概念。所谓地震事件时序是以观测记录到的每次地震事件发震时刻作为采样时间，由此得到的地震量样本所构成的时序，即在发震次数轴上进行等次数采样。若在发震次数轴上对地震发生时间间隔进行等次数采样，则得到发震时间间隔地震事件时序；同样可得地震能量地震事件时序和地震震源位置地震事件时序。他们利用浙江湖南镇水库诱发地震的观测资料，对这三种地震事件时序进行了研究，结果表明，所研究的地震动力学系统的吸引子关联维 d_2 为3.2—7.5；K_2 为0.019—0.052。由此估计出

发震时间间隔的可预报时间尺度的上限为 1 个月左右，地震能量的可预报时间尺度的上限为 10 天左右，地震震源位置的可预报时间尺度的上限约为十几天。

李青(1990)用加拿大西海岸地区(118°W—130°W，45°N—51°N)1950—1985 年的地震资料对地震时间间隔地震事件时序进行了研究，结果表明，d_2 为 3—4 之间，$K_2=0.6$，由此估计出地震时间间隔的可预测时间尺度的上限为 20 年左右。

上述两例中均是用地震事件时序进行研究的，地震事件时序实际上是将时间轴上的等间隔采样转换为地震次数轴上的等间隔采样。如果这种转换后所求出的维数就是所要求的关联维，由上两例可以看出，所研究的地震动力学系统具有确定性的混沌行为。值得注意的是两例中地震时间间隔地震事件时序的吸引子关联维数 d_2 都在 3—4 之间，这是偶然的巧合，还是具有普遍性，尚有待进一步研究。但两例中所估计出来的可预测时间尺度却相差很大，达 2—3 个数量级。这是今后需要进一步研究的，它的研究结果对地震预报具有实际指导意义，例如长、中、短、临预报的时间划分问题，在 1991 年的 IUGG，IASPEI 会上曾经作过专题讨论。目前世界各国各行其是，标准不一，至今未能统一。如果这个问题研究得比较透彻，对上述问题就有了一个理论的准绳。

罗久里等(1989)研究了 1976 年 8 月 16 日四川松潘—平武 7.2 级地震前兆资料，结果表明毛垭温泉的水温时间序列在震前存在吸引子，其关联维 $d_2=2.5$。他们还对地磁、重力、地应力、水氡等资料作了分析、研究，结果表明松潘—平武地震前兆状态吸引子都是存在的，而且从不同的状态参量观测数据得到吸引子的关联维数大体上是相近的。