

# 工程离散变量 优化设计方法 ——原理与应用

陈立周 等著

机械工业出版社

# 工程离散变量优化设计方法

## ——原理与应用

陈立周 路 鹏 孙成宪 著  
李献人 郝安民

国家自然科学基金资助课题

机械工业出版社

本书系统地介绍了工程离散变量优化理论、方法与应用。这是近代优化设计技术发展中的一个非常有实际意义的新领域。本书内容丰富、新颖，理论与实践并重，其各种方法可用于求解工程设计中的最优化问题，并在运筹学、管理科学、计算机科学、可靠性工程和自动控制等其他领域中也广泛的应用前景。

本书共分十三章。前十章阐述工程离散变量优化技术的基本概念、理论与五种具有不同算法特点的优化方法。第十一和十二章说明混合离散变量优化方法软件包MOD的功能、特点和使用说明以及对五种方法程序综合比较研究的结果。最后介绍了离散变量优化方法在工程设计几个方面的应用及其示例。

本书可供科学技术研究人员、工程设计与规划部门以及其他从事优化技术应用的技术人员阅读，亦可作为高等工科院校的教学参考书。

## 工程离散变量优化设计方法——原理与应用

陈立周 路 鹏 孙成宪 著

李献人 郝安民

国家自然科学基金资助课题

责任编辑：夏曼华 责任校对：丁丽丽

封面设计：刘 代 版式设计：张世琴

责任印制：张俊民

机械工业出版社出版(北京阜成门外百万庄南街一号)

(北京市书刊出版业营业登记证出字第117号)

中国农业机械出版社印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行·新华书店经售

开本 787×1092<sup>1/16</sup>·印张18<sup>2/4</sup>·字数456千字

1989年12月北京第一版·1989年12月北京第一次印刷

印数 0,001—1,310·定价：17.60元

科技新书目：205—003

ISBN·7-111-01421-9/TB·65

## 前 言

在近代工程技术科学中,最优化“Opt”为工程设计与规划工作开拓了一个新的前景,以使一些复杂问题的解决在一定程度上达到无可争议的合理化与完善化程度。

以往,优化设计技术主要是用非线性规划求解工程优化问题。但多年来的实践使我们认识到,由于工程问题中含有大量离散变量、或离散、整型和连续变量的混合优化问题,所以一般优化计算结果还必须经过数据处理,才能够符合工程设计规范与各项技术标准的要求。因此,探索一种能对离散变量优化模型进行直接求解的方法,就成为当前工程优化设计发展的一个重要方向,它对于进一步提高工程优化设计水平、推动技术进步有着重要的作用,是一项非常有意义的基础性工作。

近年来,我们在国家自然科学基金的资助下,较系统地开展了工程离散变量优化设计理论、方法、软件及其应用方面的研究,创造性地研制成功了MDOD、MDCP、MDRP、MDHP和MDGP五种不同思路的算法与程序,并建立了一个算法功能强、计算效率较好、解题成功率较高的混合离散变量优化设计方法软件包MOD。它具有良好的可组合性、可移植性、使用的简便性和灵活性。本项研究成果在实际应用中已取得了很好的经济效益和社会效益,得到了同行与专家们的极高评价。这些方法和软件不仅对工程设计与规划具有重要的应用价值,同时在运筹学、管理科学、可靠性工程、自动控制等其他领域中亦有非常广泛的应用前景。

我由衷地感谢为完成此课题而进行研究工作多年的几位研究生,特别是王帆、李献人两位同志对混合离散变量优化设计方法软件包的建立与完善所做出的努力。

本书是在全面地总结《关于约束非线性混合离散变量优化设计方法及软件包MOD研究》的科研成果基础上编写而成的。在内容上,与我所编著的“机械优化设计”(上海科学技术出版社)一书有着一定的连贯性。在编写本书中,一方面注意到了要使读者能逐渐建立起离散变量优化设计技术的基本概念,掌握必要的基本理论与方法;同时另一方面比较强调它的应用,介绍了工程离散变量优化方法在离散变量模型、连续变量模型、可靠性优化设计模型、可靠性冗余模型、概率优化设计模型以及公差最优分配模型等中的应用及其示例。全书大体上可分四个部分,前四章是介绍离散变量优化问题的基本概念及其一些必备的知识;从第五章至第十章,阐述工程离散变量优化方法的基本原理与五种方法;第十一章和第十二章介绍软件包MOD的内容、功能、特点以及对五种算法程序综合比较研究的结果、使用说明。最后一部分是介绍离散变量优化方法在工程设计几个方面的应用及其示例。

本书是用设计观点介绍离散变量优化设计原理、方法与应用,反映了北京科技大学(原北京钢铁学院)优化设计理论与方法研究室近年来在这方面所做的工作与体会。其中第八章由路鹏同志执笔,第七、十章由孙成宪同志执笔,第十二章和第十三章的§13-7由李献人同志执笔,第九章由郝安民同志执笔。在整理全稿中得到了郝安民同志的许多具体协助。

希望本书的出版,能对工程优化设计的研究工作与实用方面起到促进作用。书中不足之处,竭诚欢迎读者指正。

# 目 录

第一章 绪论	1
§ 1-1 引言	1
§ 1-2 设计中的分析与决策	1
1. 设计的系统工程学概念	1
2. 设计中的决策方法	2
§ 1-3 优化设计在产品开发中的作用	5
1. 进行产品性能与技术指标的最优设计	5
2. 进行产品成本低和重量轻的最优设计	7
3. 进行系列产品参数的最优设计	8
4. 进行先进技术指标的最优设计	10
§ 1-4 工程优化设计发展中的几个问题	12
§ 1-5 发展工程离散变量优化设计方法的意义	14
主要参考文献	14
第二章 工程离散变量优化设计问题	15
§ 2-1 引言	15
§ 2-2 工程优化设计问题	20
1. 优化设计数学模型	20
2. 优化设计问题示例	21
§ 2-3 设计变量的类型	33
1. 确定型设计变量	33
2. 不确定型设计变量	34
主要参考文献	35
第三章 离散变量优化方法简介与评述	36
§ 3-1 引言	36
§ 3-2 约束非线性离散变量优化方法评述	37
1. 概述	37
2. 以连续变量优化方法为基础的方法	37
3. 离散变量随机型方法	40

4. 离散变量搜索型方法	42
5. 离散变量分支定界方法	44
6. 几种典型算法的比较	45
§ 3-3 线性整数规划方法简介	46
1. 概述	46
2. 分支定界法	47
3. 割平面法	49
4. 隐枚举法	51
主要参考文献	54
第四章 离散变量问题的某些基本的优化策略和搜索技术	57
§ 4-1 引言	57
§ 4-2 图与分支树的概念	57
1. 图的基本定义和性质	57
2. 树的基本定义和性质	59
§ 4-3 排列与组合及其生成方法	61
1. 排列与组合的概念	61
2. 排列与组合的生成	62
§ 4-4 几种基于图的最优数值解的算法	63
1. 网格法	63
2. 顺路返回算法	64
3. 树的算法	66
4. 路的算法	68
§ 4-5 几种离散优化的策略思想	70
1. 优先策略	70
2. 分治策略	72
3. 分解策略	73
§ 4-6 离散变量的一维搜索方法	76
1. 离散值的处理方法	76
2. 离散变量Fibonacci法	76
主要参考文献	78
第五章 混合离散变量优化设计方法的基本原理	79
§ 5-1 引言	79
§ 5-2 混合离散变量优化问题的一般表达式	80

§ 5-3 离散变量和离散空间 的基本概念.....81	4. 重新启动技术.....112
1. 离散变量与离散空间.....82	5. 组合型算法的终止准则.....112
2. 连续变量的离散化.....84	§ 7-3 组合型算法MDCP 的辅助功能.....113
3. 离散单位邻域和坐标邻域.....84	1. 加速措施.....113
§ 5-4 约束离散变量优化问题 的可行域与适时约束.....85	2. 变量分解策略.....116
1. 离散变量的可行域.....85	3. 网格搜索技术.....117
2. 离散变量的适时约束.....85	4. 贴界搜索技术.....118
§ 5-5 混合离散变量问题的 最优性条件.....88	5. 组合型最终反射技术.....118
1. 基本概念和定义.....88	6. 离散复合形的重构.....119
2. 离散变量问题的最优性条件.....90	§ 7-4 MDCP算法步骤与 程序框图.....119
3. 离散最优解的分布性质.....91	1. 组合型算法MDCP总结.....119
§ 5-5 混合离散变量优化算法 概述.....92	2. MDCP的算法步骤和程序框图.....120
主要参考文献.....93	§ 7-5 MDCP算法功能的考核.....121
<b>第六章 离散变量的随机搜索方法</b> .....94	1. 变量的离散化与非离散化的比较.....121
§ 6-1 引言.....94	2. 最终反射功能.....122
1. 混合离散变量的随机试验法.....94	3. 加速功能.....123
2. 随机试验法的收敛性.....95	4. 改变搜索方向功能.....124
§ 6-2 随机搜索法的基本原理.....97	5. 离散复合形重构功能.....125
1. 基本思想.....97	6. 贴界搜索功能.....125
2. 设计点样本随机产生的基本方程.....98	§ 7-6 MDCP算法的考核与评定.....126
3. 混合离散变量样本点的产生.....99	1. 关于算法与程序的评价指标.....126
4. 随机移步搜索技术.....100	2. 考核题的选择.....127
§ 6-3 MDRP算法的构造.....101	3. 计算结果分析.....128
1. MDRP算法构造思路.....101	主要参考文献.....129
2. 混合离散初始点的产生.....102	<b>第八章 离散变量的直接搜索方法</b> .....130
3. 随机搜索.....102	§ 8-1 引言.....130
4. 轮变搜索.....102	§ 8-2 离散变量直接搜索方法 MDOD的基本原理.....130
5. 随机移步查点.....104	1. 相对混合次梯度向量.....131
6. 算法步骤及计算机程序框图.....104	2. 离散变量搜索的基本迭代公式.....131
§ 6-4 MDRP算法的考核与评定.....104	3. 离散一维搜索.....133
主要参考文献.....107	4. 离散变量的查点技术.....135
<b>第七章 离散变量的组合型方法</b> .....108	§ 8-3 MDOD算法的构造.....139
§ 7-1 引言.....108	1. MDOD算法的思路.....140
§ 7-2 离散变量组合型方法MDCP 的基本原理.....109	2. 离散初始点的产生.....140
1. 初始离散复合形的产生.....109	3. 沿相对混合次梯度方向的搜索.....141
2. 离散一维搜索.....109	4. 子空间轮变搜索.....141
3. 约束条件的处理.....111	5. 离散单位邻域内查点.....141
	6. 算法终止准则.....143

7. 算法步骤.....143

§ 8-4 MDOD算法的考核评定 .....144

1. 考核的准则与考核题的选择.....144

2. 计算结果的统计分析.....146

主要参考文献 .....149

**第九章 离散变量的试探组方法**.....150

§ 9-1 引言.....150

1. 试探与组合优化技术.....150

2. 离散变量试探组优化方法的提出.....151

§ 9-2 离散变量试探组方法 MDHP的基本原理.....151

1. 基本原理.....151

2. 基点的试探产生及其组合的方法.....152

3. 试探组优化方法的基本算法.....153

§ 9-3 试探组方法MDHP的辅助功能 .....155

1. 超前处理.....155

2. 离散一维搜索.....156

3. 启动技术.....157

4. 跳维技术.....158

5. 终止准则.....159

§ 9-4 MDHP算法步骤及程序框图 .....159

1. MDHP 算法步骤 .....159

2. MDHP方法的程序框图 .....160

§ 9-5 MDHP算法的考核与评价 .....162

1. MDHP算法的考核准则 .....162

2. 考核题的选择.....162

3. 考题计算结果的统计与评价.....162

主要参考文献 .....169

**第十章 离散变量几何规划方法** .....170

§ 10-1 引言 .....170

§ 10-2 几何规划的基本概念和基本算法.....171

1. 几何规划的一般数学表示.....171

2. 算术几何平均不等式.....171

3. 正项式规划的基本算法.....171

4. 广义几何规划的基本算法.....178

§ 10-3 离散变量几何规划问题的一般数学表达式 .....181

§ 10-4 MDGP方法中的基本变换及性质.....187

1. 基本引理.....187

2. GDGP-DGP 变换及性质.....183

3. DGP-LDGP变换及性质 .....185

§ 10-5 MDGP算法的构造 .....186

1. MDGP算法的构造.....186

2. 离散值域的均匀化.....187

3. 连续变量值域的规格化.....188

4. 离散初始点的产生.....189

5. GDGP数学模型的数组表示.....189

§ 10-6 MDGP算法的考核 .....190

1. 考核的准则.....190

2. 考题的来源.....190

3. 用作比较的其他算法.....191

4. 计算结果及其分析.....192

5. MDGP程序使用的简便性.....195

主要参考文献 .....195

**第十一章 离散变量优化方法软件包 MOD及对各种方法的比较研究** .....196

§ 11-1 引言 .....196

§ 11-2 混合离散变量优化方法软件包MOD .....196

1. MOD软件包的内容与总体结构 .....196

2. MOD软件包的主要功能和特点 .....198

§ 11-3 比较研究准则的确定 .....200

1. 优化方法比较研究概况.....200

2. 离散变量优化方法比较研究的准则.....207

3. 测试考核题的选择.....201

§ 11-4 考核比较数据的采集与处理.....204

1. 全相对误差 $e_q$ 的概念.....204

2. 平均求解时间.....205

3. 比较数据的采集.....206

4. 目标函数与迭代次数的关系曲线.....207

§ 11-5 考核结果的比较研究 .....209

§ 11-6 几种算法比较研究的结果.....215

1. 各项性能的分析结果.....215

2. MOD软件包的总体评价 .....217

主要参考文献.....	218	§ 13-2 在求解工程确定型优化模型中的应用 .....	252
<b>第十二章 离散变量优化方法程序包MOD的使用说明</b> .....	220	示例一 汽车起重机五边形大圆角伸缩臂最佳截面尺寸的设计 .....	252
§ 12-1 引言.....	220	示例二 齿轮滚筒系列的齿轮啮合参数的最优选择 .....	254
§ 12-2 MOD软件包系统简介.....	221	§ 13-3 在求解连续变量优化模型中的应用 .....	256
1. MOD 软件包简介与说明.....	221	示例三 四连杆机构再现轨迹曲线的最优综合 .....	256
2. MOD 软件包中主要子程序的说明.....	223	示例四 空间RSSR机构复演函数的最优综合 .....	258
3. 主要变量名称.....	224	§ 13-4 在求解可靠性优化设计模型中的应用 .....	262
§ 12-3 用户需编制的子程序和数据文件.....	226	示例五 螺旋压缩弹簧的可靠性优化设计 .....	264
1. 数学模型子程序的格式.....	226	§ 13-5 在求解系统可靠性冗余模型中的应用 .....	270
2. 数据文件的格式.....	227	示例六 单元冗余串联系统可靠性最优冗余的计算 .....	273
§ 12-4 输入参数和算法功能的选择.....	229	§ 13-6 在求解工程概率优化设计模型中的应用 .....	274
1. 版本1的使用.....	229	示例七 空心压杆的概率优化设计 .....	278
2. 版本2的使用.....	232	示例八 防波堤的概率优化设计 .....	281
§ 12-5 输出信息.....	232	§ 13-7 在求解机构运动学精度与公差最优分配模型中的应用.....	282
§ 12-6 参数和功能选择的技巧.....	233	示例九 四杆函数发生机构公差的最优分配 .....	288
1. 标度因子的调整.....	233	主要参考文献 .....	291
2. 其它参数的调整.....	234		
3. 功能的选择.....	234		
4. 算法的组合使用.....	234		
§ 12-7 MOD软件包使用示例.....	234		
<b>十三章 应用示例</b> .....	247		
§ 13-1 引言 .....	247		
1. 一般步骤.....	247		
2. 优化准则的决策.....	247		
3. 设计变量的选择.....	248		
4. 分段与分解设计策略.....	249		
5. 方法选择与计算中的问题.....	251		



# 第一章 绪 论

## §1-1 引 言

建立一种切实可行的工程设计理论与方法，必须首先从某种意义上阐明它在设计实践中的意义和作用。为此，在本章中，我们将先通过一些实例来说明优化设计方法对提高产品设计质量的重要意义，并说明它在设计过程中的地位与作用；然后，指出在优化设计理论与方法中发展离散变量优化方法的必要性。

一般说来，一种新的设计理论和方法的产生与发展，首先决定于工程实践的需要，但同时又依赖于近代的数学、物理学、力学以及计算机科学等领域中的最新成就。离散变量优化设计技术，是在工程优化设计的多年实践基础上提出来的。它的理论与方法既是继承了一般的优化设计方法的基本原理，又是在离散搜索技术、组合优化技术、图论及其网络技术、计算机计算技术等的发展基础上逐渐形成的。它是优化设计技术发展中的一个新领域。

## §1-2 设计中的分析与决策

### 1. 设计的系统工程学概念

工程是一种社会活动。在长期的工程实践活动中产生了“设计”。设计的发展，是从艺术、技艺到科学的过程。工程设计本身蕴含着一种创造，它的目的是将我们要做的、而事先并不一定很具体的或完全未知的问题，经过一个完整的规划与分析决策过程，产生一定的信息（包括文字、数据和图形等），传输给制造者或施工单位，使之逐渐成为现实，造福于人类。所以设计不仅包括了设计者的智慧与创造性的成果，而且也包括了设计的科学依据、信息、技术和经济评价等的一切结果。

无疑，将形象思维的东西，变成一项具体的设计产品或工程，应该是工程设计中最核心的部分。但是概念的东西只能提供设计产品的一个雏形。人们依据这个雏型还必须进一步产生机械模型、结构模型以及其他具体的设计模型，而后又可以产生抽象的数学模型、力学模型等。在设计过程中，形象思维是先导，但必须通过对各类模型的详细设计分析，提供必要的技术和经济的信息，才能最终对设计作出决策，产生最佳的设计方案。

由于设计是一个复杂的过程，所以近年来一些学者开始采用“系统工程”的观点和定型化方法来研究设计过程。因为这种设计方法对于解决大多数问题具有通用性的特点。它的基本特征是重视系统的综合及其对性能的定量描述。近半个世纪以来，工程分析的方法和工具都有了很大的发展，而且已经能够对系统的性能作出定量化的分析。这种分析能力的迅速发展，特别是在计算机的出现及其计算技术的发展之后，才逐渐提高了设计综合在设计中的地位；对设计方案作出最佳的决策才成为可能。

用系統工程的观点来说明设计过程，一开始需定义出设计的要求与目的，然后经过各阶

段的设计过程逐步地将设计方案趋向最优化。在图1-1中，我们用图解的方式来原因设计过程。开始时，由用户提出对设计项目的要求与目标（或指标）。当用户难以提供定量的要求或技术经济指标时，应由设计人员与用户共同拟定。一旦明确了要求与目标，就要定性地产生产能完成此要求的总体设计概念；这时，只能产生一个抽象模型。然后，需要选择必要的子系统并定量地确定系统或子系统所需完成的功能，以及将各个功能有机综合成设计方案，这是最困难的一步工作。同时还必须确定出该设计方案参数的容许变动范围。当然，在此范围内，系统必定是能够完成预先所规定的功能与目标的。必要时，还可以对几个候选方案作出较为科学的技术与经济方面的评价。做到这一步，我们才能进入方案的参数优化设计阶段，以进一步确定出尚未判明的未定参数的数值（它应在参数所规定的允许范围内），使设计目标达到最理想的水平；同时还可以对某些技术特性进行较为详细的分析，以进一步从理论上分析设计方案的优化置信度。最后便可以进入方案的细节设计或施工设计。

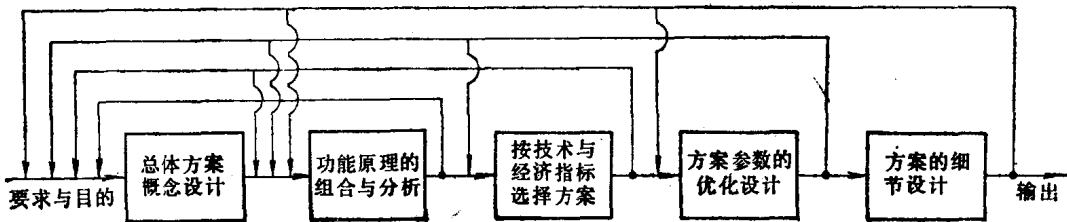


图1-1 用系统工程观点指导的设计过程

本书的目的不是讨论在系统工程观点指导下的设计进程与方法，因为这是一个非常广泛的技术与经济问题；而是讨论一种用以确定设计参数数值的工具，即优化设计方法。设计者历来的思想都是要把设计搞得更好、更省和更快，并且在长期的实践中逐渐形成了诸如进化优化、直觉（选择性和判断性）优化、参数分析优化、试验探索优化、价值分析优化、数学优化（古典的极值理论和变分法）等一些优化策略和方法。这是人类智慧的结晶，应当继承与发扬。但是随着设计问题的多元化，仅凭借智慧、经验、分析计算与判断，设计者感到力不从心，于是在近20多年来，随着电子计算机及计算技术的发展，在工程设计中引入优化技术，并在实践中逐渐形成优化设计或参数优化设计。所谓优化设计，就是将设计问题、使它在各种限制条件（诸如技术、经济、工艺和使用条件等）下，用最优化方法，通过计算机的数值迭代计算，来寻找最佳的设计参数值，使其某项或几项设计指标在某种程度上达到无可争议的最优化程度。

由图1-1可见，优化设计只是设计过程中的一个环节，而且并不是最主要的部分。但是与各个设计环节一样，在现代化的设计中，它是必不可少的环节，特别是对于产生一个最优的方案，它将起到决定性作用。

## 2. 设计中的决策方法

所谓设计中的决策，就是对选用最佳方案的决定。因此，决策在设计过程的各个阶段中都将起到极其重要的作用。一般说来，在设计中所采用的决策方法有如下几种：

(1) 选择设计决策。即对于二个或二个以上的设计方案，经过详细的分析计算之后，选取设计指标或特性值的好者为最好方案。当几个设计方案均为多性能指标时，较合理的方

法是取价值  $U$  的最大者, 即

$$U_j = \sum_{i=1}^N w_i u_{ij}, \quad j = 1, 2, \dots, K \quad (1-1)$$

式中,  $K$  是参与评比的方案数;  $N$  是所考察的性能指标数;  $u_{ij}$  是第  $j$  个方案的第  $i$  项指标的价值;  $w_i$  是加权, 反应该项价值在此产品中的重要程度。

在图1-2中, 给出了几种用以将性能指标  $f_{ij}(x)$  定义为价值  $u_{ij}$  ( $0 \leq u_{ij} \leq 1$ ) 的简单函数。

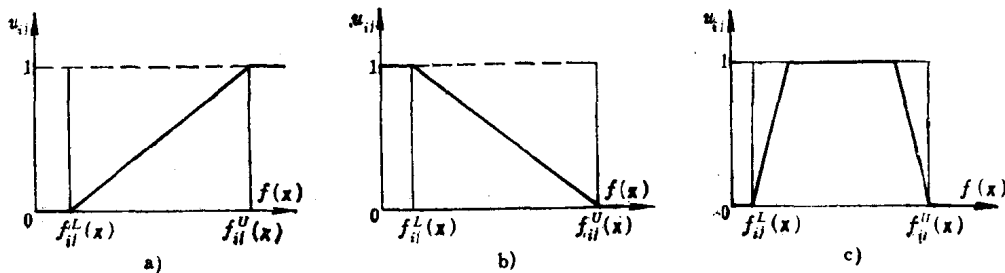


图1-2 定义价值的几种简单函数

在设计中, 关于技术特性的匹配也是一个选择决策问题。当设计的元件或产品只是整个系统的一个部分时, 它的技术特性与其他子系统有着一定的函数关系。当元件的技术特性发生变化时, 就改变两个相毗连元件的最优工作状态。因此我们必须从全局、而不是从个别的特性来确定设计点。例如, 图1-3所示为原动机与工作机之间的典型匹配关系, 已知原动机的外部特性为  $T_m = f(n_m)$ , 工作机的要求特性为  $T_w = f(n_w)$ , 为此需确定合适的传动比  $i = n_m/n_w$ , 使其匹配到最大功率点工作。

(2) 优化设计决策。即用“最优化”思想来确定设计方案。优化设计方法很多, 这里主要介绍优化设计决策的概念。在设计过程中, 当已确定结构方案而对其具体参数值不清楚 (只知大概的范围) 时, 为了得到具有最佳性能指标的设计方案, 可将问题转化为求如下形式数学模型的最优解, 即选择一组设计变量  $x = [x_1, x_2, \dots, x_n]^T$ , 使目标函数

$$f(x_1, x_2, \dots, x_n) \rightarrow \min \text{ 或 } \max \quad (1-2)$$

并满足等式约束条件

$$h_v(x_1, x_2, \dots, x_n) = 0 \quad v = 1, 2, \dots, p < n \quad (1-3)$$

和不等式约束条件

$$g_u(x_1, x_2, \dots, x_n) \leq 0 \quad u = 1, 2, \dots, m \quad (1-4)$$

在图1-4中表示了优化设计决策的二维问题的几何关系。最优的设计方案是满足所有性能约束条件的、目标函数最小值的设计点  $x^* = [x_1^*, x_2^*]^T$ 。寻找最优点  $x^*$  需要用到最优化计算方法。这是一种由数值计算和计算机迭代计算结合发展起来的方法, 它通过调整设计变量值, 以使式(1-2)~(1-4)得到最大限度的满足。

(3) 风险设计决策。即当设计特性 (或参数) 具有某种随机性质时, 要想得到技术与经济都较为合理的方案, 在某些情况下, 需要按一定的风险水平来作出决策。例如, 图1-5所示为仅有一个设计特性的二个设计方案。很明显, 在这种情况下, 设计决策应根据每个设

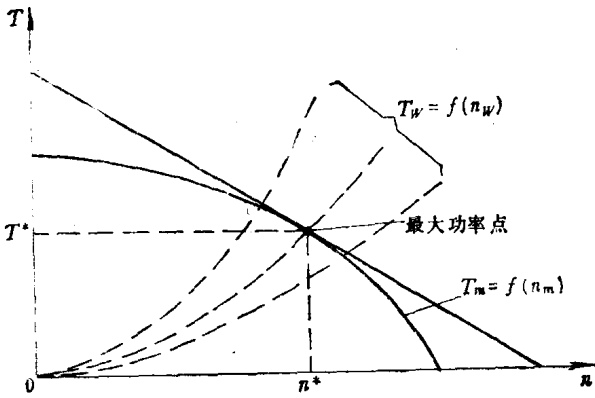


图1-3 最佳的工作特性匹配关系

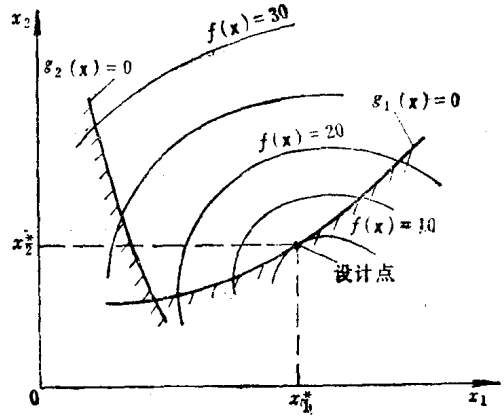


图1-4 优化设计决策的几何关系

计特性的概率分布来进行。假定设计特性为成本，当取较低期望值（或均值）的设计1时，由于它存在较大的不确定性，因而会有不少的产品不符合规定的技术要求，即图中阴影线表示部分。对于均值较高的设计2，这种风险较小。因此，选用设计1还是2，就需要权衡二项设计所含有废品造成的经济损失与产品总利益间的关系来决定，以使冒经济损失的风险最小来选取设计方案。

(4) 不确定型问题的优化设计决策。即当设计问题中含有不确定型的参数或设计变量时，设计的目标函数和约束函数也都具有随机性；因此，在这种情况下，我们不要求也不应该要求以概率1满足这类约束条件来确定最优设计方案，而只要求设计方案满足约束条件的概率大于某一指定的数值即可。例如，设计变量 $x_1$ 和 $x_2$ 为2个随机变量，则一种典型的表述方式是，求设计变量的均值 $\mu_{x_1}$ 、 $\mu_{x_2}$ ，使

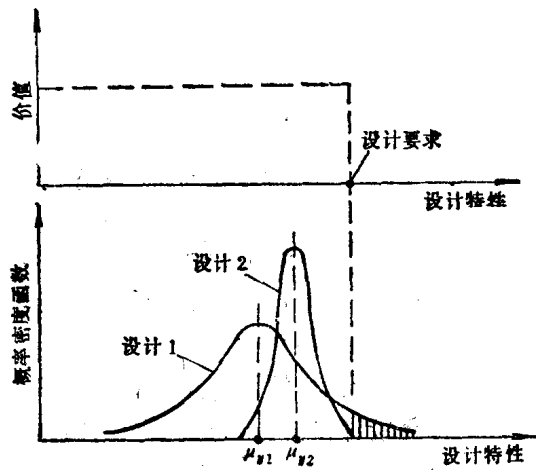


图1-5 风险决策的几何关系

$$E[f(x_1, x_2)] \rightarrow \min \text{ 或 } \max \tag{1-5}$$

并满足如下的约束条件

$$P[g_1(x) \leq 0 \text{ 与 } g_2(x) \leq 0 \dots \text{与 } g_p(x) \leq 0] \geq \alpha \tag{1-6}$$

和

$$g_u(x) \leq 0 \quad u = p + 1, p + 2, \dots, m \tag{1-7}$$

式中； $E[\cdot]$ 表示均值或期望值； $P[\cdot]$ 表示概率； $\alpha$ 是不违反约束条件的概率值。在图1-6中画出了此问题不确定型优化设计决策的几何关系。求解这类问题需要有一种不同于一般优化方法的方法，即所谓概率优化设计方法。它的最优解即是满足给定约束概率值和其他不等式约束条件时的目标函数均值最小的设计点 $\mu^* = [\mu_{x_1}^*, \mu_{x_2}^*]^T$ 。

(5) 可制造性设计决策。这是机械设计中一种特殊的设计决策，它使设计的机件在具体结构形状和参数方面具有良好的工艺性；这要求设计人员应具有渊博的材料和生产工艺方

面的知识，而且主要以成本最低为依据来作出设计决策。

设计就是一个连续地做出决策的过程。只有在设计过程中的每一个阶段和每一个步骤上，都按照设计规范、约束条件及设计参数的相对重要性，做出设计决策，选取最佳的结果，才能在最终得出最优设计方案。

从工程实践的角度来说，设计师根据确定的预测事件来决策，叫做确定性决策；如果他不能根据确定性预测事件、而是根据事件发生的概率来进行决策，则称为风险决策；还有一种情况是，设计师需在甚至连事件发生的概率也都不清楚的情况下，只凭主观的或直接推理做出决策，称为不确定条件下的决策。对于任何一种设计决策，大致都需经过：

- (1) 预测一个以上的设计方案；
- (2) 预测每个设计方案的结果；
- (3) 判定每个设计方案结果的实用价值；
- (4) 建立一个决策标准，按照此标准选择出最优的设计方案。

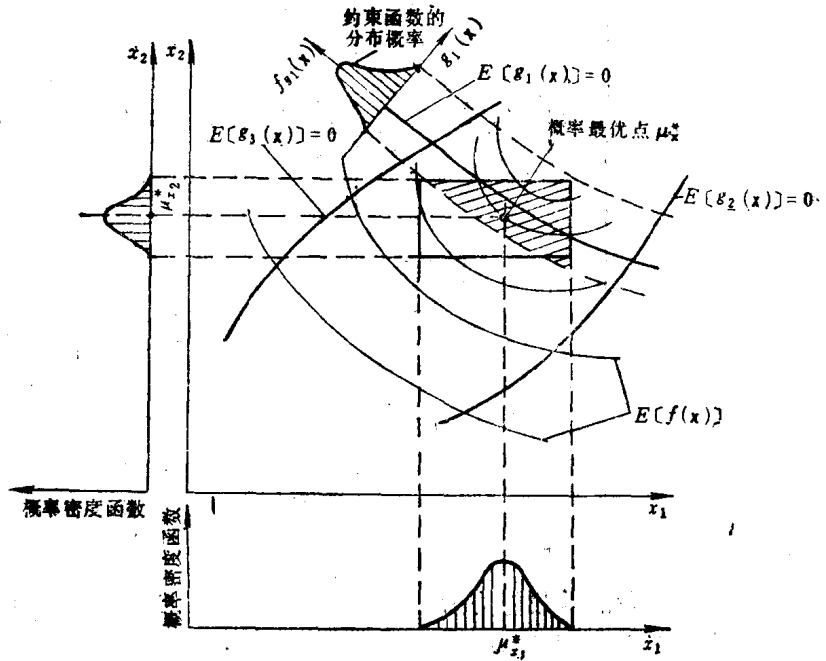


图1-6 不确定型问题优化设计决策的几何关系

### §1-3 优化设计在产品开发中的作用

优化设计是设计决策中的一种重要方法，它对于提高产品的设计质量、特别是在处理多因素的复杂问题中，起到重要的作用。在本节中，我们将通过一些设计实例来作些说明。

#### 1. 进行产品性能与技术指标的最优设计

图1-7所示为皮带运输机齿轮滚筒用的一种二级外-内啮合的传动型式。当皮带运行速度  $v = 2.7\text{m/s}$ 、输入转速  $n = 906\text{r/min}$  和滚筒直径  $D = 500\text{mm}$  时，要求在滚筒内的有限空间中，合理选择齿轮传动的啮合参数，使二级传动齿轮达到等强度，且其所传递的功率达到最大，即其设计的目标函数为

$$\begin{aligned}
 f(x) = & w_1(\text{接触强度系数}) + w_2(\text{弯曲强度系数}) \\
 & + w_3(\text{I级中大小齿轮等弯曲强度条件}) \\
 & + w_4(\text{I级中大小齿轮等弯曲强度条件}) \\
 & + w_5(\text{二级齿轮间等接触强度条件}) \rightarrow \min
 \end{aligned} \tag{1-8}$$

要求确定第 I 级和第 II 级传动齿轮的模数  $m_1$  和  $m_2$ 、变位系数  $\epsilon_{12}$  和  $\epsilon_{23}$ 、齿轮的齿数  $z_1$ 、 $z_2$ 、 $z_3$  和  $z_4$ 、齿宽  $b_1$  和  $b_2$  等共 10 个参数；同时要求满足齿轮啮合的强度条件、啮合干涉条件、加工工艺和结构限制条件等 29 个不等式约束。这是一个多参数多约束条件下的最优方案决策问题。

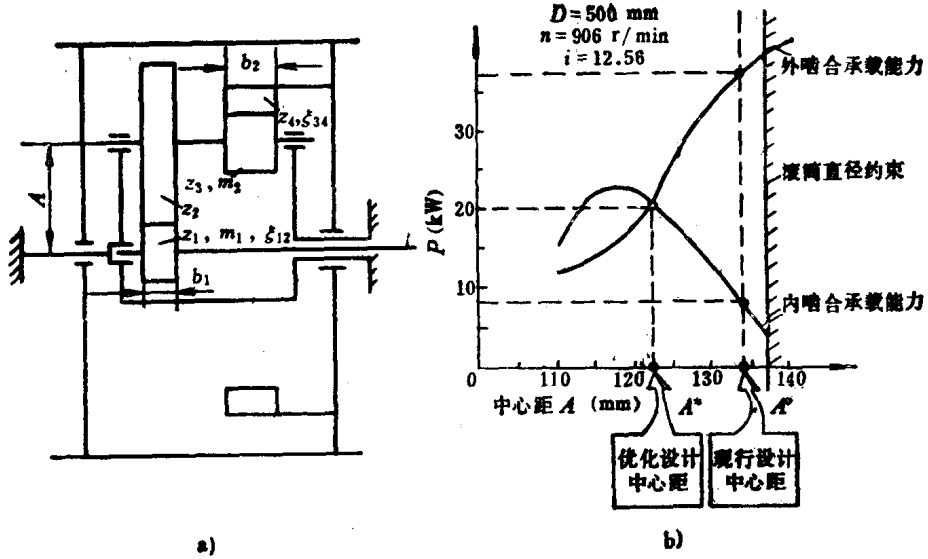


图1-7 齿轮滚筒的外-内啮合传动型式  
a) 结构方案 b) 优化设计与现行设计的结果

按现行的设计方法，只能通过反复的试凑计算，取得较为合理的传动方案，即中心距 $A^* = 134\text{mm}$ ，第Ⅰ级的承载能力为 $7.5\text{kW}$ ，第Ⅱ级为 $37\text{kW}$ 。显然它不是一种参数的最佳组合，因为承载能力二者约相差4.9倍。

若采用优化设计，其结果是中心距 $A^* = 122.5\text{mm}$ ，其允许传递的功率第Ⅰ级为 $19.7\text{kW}$ ，第Ⅱ级为 $19.6\text{kW}$ 。二者仅相差0.5%，取得了最优设计方案，找到了这种传动方案当 $D = 500\text{mm}$ 时的最佳中心距 $A^*$ ，从而使整体的承载能力由 $7.5\text{kW}$ 提高到 $19.6\text{kW}$ ，大大改进了产品的设计性能，保证了产品的设计质量。

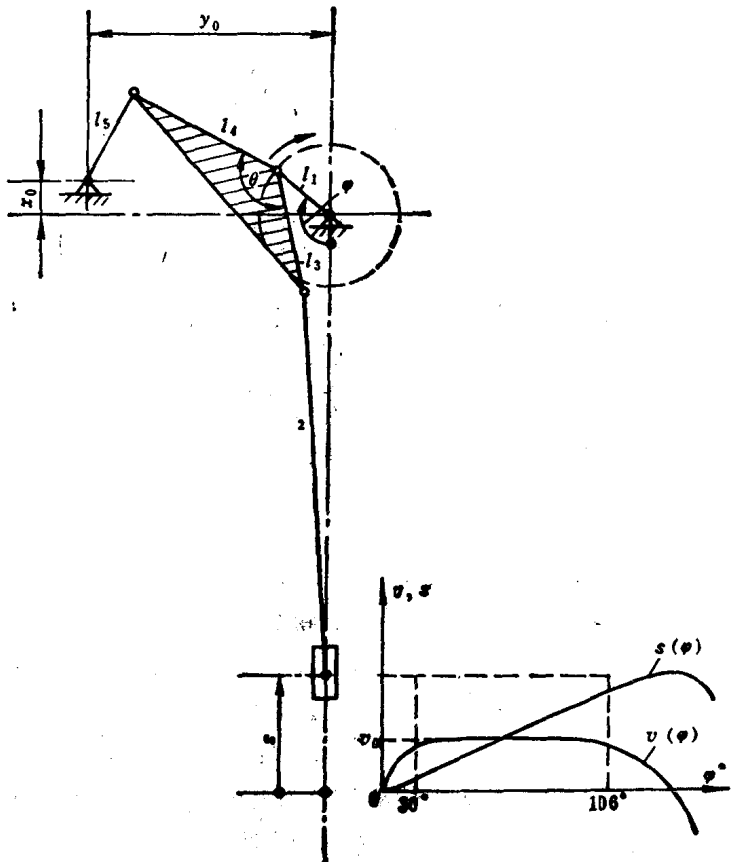


图1-8 拉伸式压力机的六杆工作机构和运动线图

又如图1-8所示的拉伸式压力机多杆机构的设计。在拉伸式压力机中，要求工作机构能够达到预定的滑块全冲程、快速返回，且要求滑块在拉伸工艺过程中作等速运动，并达到拉伸工艺允许的速度 $v_0$ 。因为这些都是保证拉伸压力机工艺质量的基本条件，是该产品设计中的一些主要技术指标。

现要求滑块全位移 $s_{min}=400\text{mm}$ ,平均速度 $v_0=300\text{mm/s}$ ,当曲柄转角 $\varphi_1=30^\circ$ 转至 $\varphi_2=106^\circ$ 时,要求滑块尽可能作等速运动,同时要求减小滑块的最大加速度 $a_{max}$ 值,以减轻动载荷。这是个要求合理确定各构件运动学尺寸的决策问题。按常规的设计方法只能采取边设计边分析的方法来完成。现如果把各运动学尺寸 $l_1, l_2, l_3, l_4, l_5, \theta, x_0$ 和 $y_0$ 等8个参数取为设计变量,而把滑块在曲柄 $\varphi_1$ 至 $\varphi_2$ 转角内的速度 $v(\varphi)$ 对平均速度 $v_0$ 的波动取最小,即

$$f(x) = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{j=1}^N [v(\varphi_j) - v_0]^2} \rightarrow \min \quad (1-9)$$

为目标函数进行最优化设计,所取得的结果列于表1-1。在表中同时也列出了其他各先进工业国家同类产品的技术性能与参数,以供比较参考。

表1-1 六杆压力机工作机构最优方案与国外同类产品的比较

	$f(x)$ 值	$v_0'$ ( $s^{-1}$ )	$s'$	$a_{max}'$ ( $s^{-2}$ )	$l_4'$	$x_0'$	$y_0'$	$l_5'$	$\theta$
优化方案	0.04006	1.204	3.006	4.512	3.734	0.789	5.807	4.730	146.76°
日本	0.10005	1.191	3.249	5.120	4.000	0.520	5.000	4.000	146°
联邦德国	0.08125	1.201	4.007	9.956	3.541	1.250	5.666	3.833	130°
美国	0.06921	1.218	2.619	4.376	3.333	0.000	4.666	3.333	145°
苏联	0.13106	1.680	3.856	9.151	4.792	0.437	8.067	4.879	128°

注:1. 表中的参数均指相对值,如 $l_4'=l_4/l_1$ ,  $s'=s/l_1$ 等,其中 $l_1$ 为曲柄长度;

2. 表中数据为 $l_2' \approx 6.5$ ,  $l_3' \approx 2.8$ 时的结果。

由表中的数据可以看出,在速度均匀性方面,优化设计结果的均方根值比美国的同类产品下降42.1%,比苏联同类产品下降69.4%;滑块加速度的最大值也比其他方案稍有减小,从而有可能制造出技术指标较高的拉延压力机产品。

## 2. 进行产品成本低和重量轻的最优设计

齿轮减速器是机械产品中一种最通用的部件。多年来的生产实践已积累了极为丰富的资料和经验,并且已日渐趋向标准化和规格化,形成了一套较完整的常规设计方法。现在我们通过示例来介绍在同样的技术条件下,用常规设计方法和优化设计方法所取得的一些结果。

设计一个展开式的二级圆柱齿轮减速器,已知其所传递的功率、输出转速、总传动比、使用寿命、重量要求、材质及加工条件等。期望通过合理选择齿轮的啮合参数:齿数( $z_1$ 和 $z_2$ )、齿宽( $b_1$ 和 $b_2$ )、螺旋角( $\beta_1$ 和 $\beta_2$ )、传动比( $i_1$ 和 $i_2$ )、中心距( $A_1$ 和 $A_2$ )等,以降低制造费用和减轻重量。为了简化优化设计的计算,不考虑箱体部分的影响。

图1-9表示了用优化设计方法和用

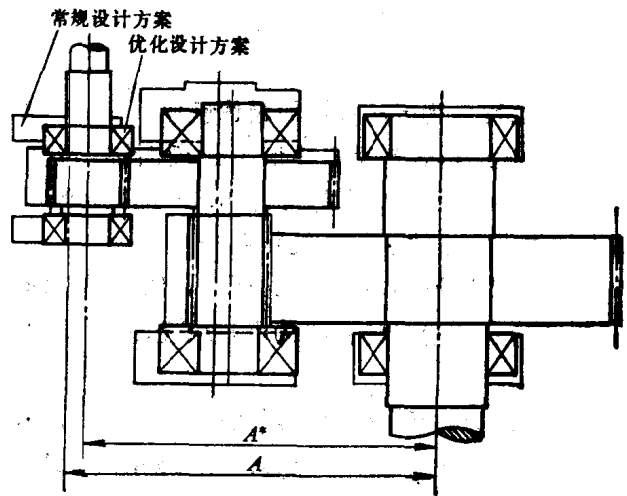


图1-9 二级圆柱齿轮减速器用优化设计和常规设计方法所取得传动方案的尺寸比较

常规设计方法所得二级圆柱齿轮减速器几何尺寸的比较<sup>[4]</sup>。由于优化设计方法能综合考虑二级齿轮参数间的合理搭配，从而改变了齿宽、齿轮直径和中心距，致使输出轴和输入轴的位置以及其传动箱轮廓尺寸也发生相应的变化，结果减轻了整台减速器的重量。

图1-10中给出了该减速器各主要零件制造成本的变化比例<sup>[4]</sup>。在第I级和中间轴上节省的费用大大超过了从动级传动零件制造成本的增加。

为了进一步说明问题，对该种减速器的系列进行比较研究。设该系列传递功率的范围为302~1170kW，中心距为620~1650mm，总传动比为7.1~28，输入轴转速为1500r/min，所得出的制造成本和重量的变化关系如图1-11所示。制造费用约降低5~20%，重量平均约减轻12%<sup>[4]</sup>。显然，对于成批生产，改进设计方法所取得的经济效益是相当显著的。

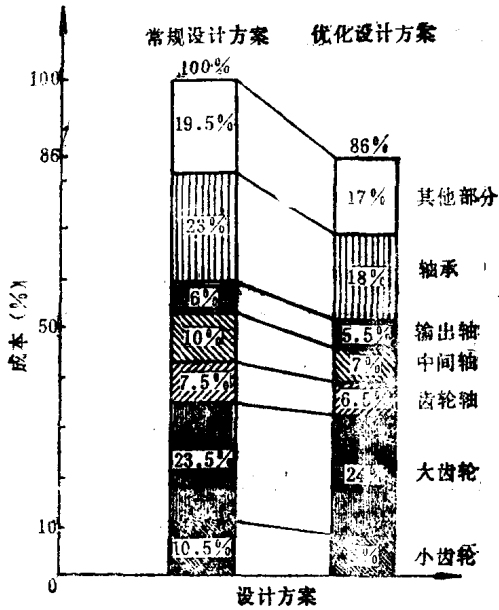


图1-10 优化设计与常规设计减速器时，其各主要零件制造成本的变化情况

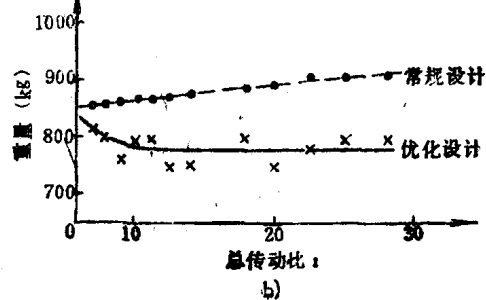
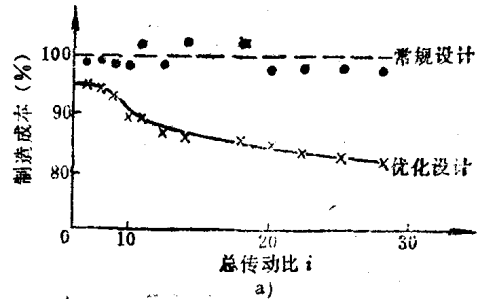


图1-11 二级圆柱齿轮减速器系列采用优化设计和常规设计的结果比较  
a) 制造费用 b) 重量

### 3. 进行系列产品参数的最优设计

现以通用桥式起重机箱形主梁断面参数优化设计来说明这个问题<sup>[5]</sup>。根据现行的设计规范，对起重量为20t、跨度为10.5~31.5m的重级工作制的正轨箱形主梁，用常规设计方法和优化设计方法进行比较研究。

在优化设计时，如图1-12所示，取主梁截面的高H、宽B及其所用的钢板厚 $\delta_1$ 、 $\delta$ 和 $\delta_2$ 为设计参数，所追求的目标为重量最轻，同时要求满足规范中所规定的强度、刚度及工艺条件。

以原设计的系列产品的断面尺寸为初始方案，经过优化设计后取得最优设计方案，其重量指标与原设计方案重量指标的比较如图1-12所示，平均减轻11.6%。

根据优化设计中所提供的信息，可以对该系列产品的各项性能指标的变化规律进行比较研究。在图1-13中给出了该种主梁静应力强度、静刚度和动刚度的常规设计与优化设计的变化情况。由图可见，常规设计的主梁，对于从13.5m到36.5m五种跨度，其静刚度超过了



$f/L \leq 1/1000$  的规范要求，而优化设计的主梁则均能得到满足。又常规设计主梁的最大正应力只在 107.87~125.33MPa 之间，离允许应力 166.71MPa 还相差较大，强度有裕量，但大部分的静刚度值却在 1/814~1/980 之间。可见常规设计的主梁系列尺寸不够合理，而优化设计的系列产品在强度和刚度方面就都比较理想。在图上还可以看出，决定该箱形主梁断面的性能条件，在 10.5~28.5m 跨度时是静刚度，在 31.5m 时则是动刚度（超过了规定的动刚度值），都不是强度。对于优化设计的主梁，所有这些技术性能都得到满足，对于这样的一些规律，在常规设计中也许是难以弄清的，即使想做到这点，那也要付出巨大的计算劳动量，而在一般情况下是很难做到的。但使用优化设计方法，不仅可以取得系列产品的最合理的和经济的断面尺寸，而且根据计算中所提供的数据，可以作出正确的判断。

又如在图 1-14 中给出了，当二级圆柱齿轮减速器的总传动比从 7.1~28（13 种）、中心距为 620~1650 mm、功率为 302~1170kW 和输入转速 1500r/min 时，按质量最轻进行优化设计所得二级齿轮传动等强度条件下传动比的最佳比例  $(i_2/i_1)_{opt}$ 。

在图 1-15a 和 b 中，给出了二级圆柱齿轮减速器系列，在保持箱体、齿轮的工艺条件、原材料的供应以及其他一些技术条件下，采用优化设计方法，重新选择齿

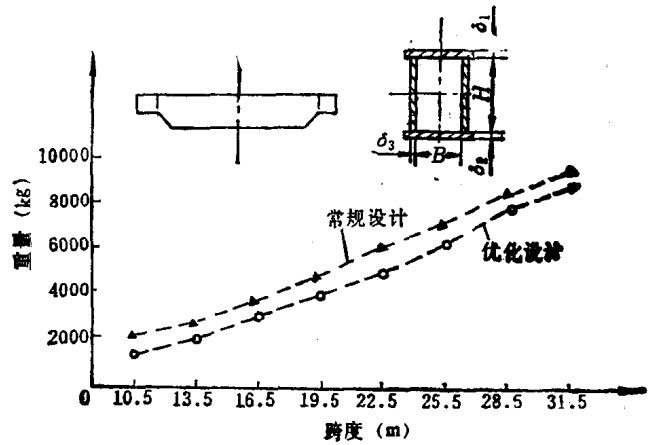


图1-12 桥式起重机正轨箱形主梁用优化设计和常规设计，其重量的比较

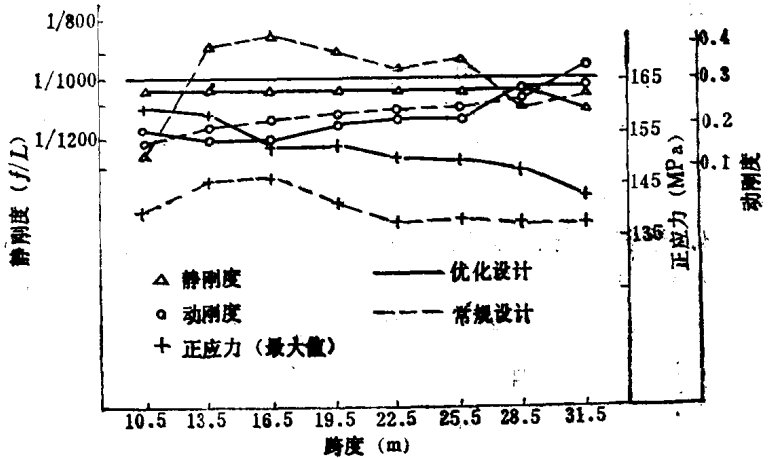


图1-13 桥式起重机正轨箱形主梁用优化设计和常规设计，其主要性能指标的比较

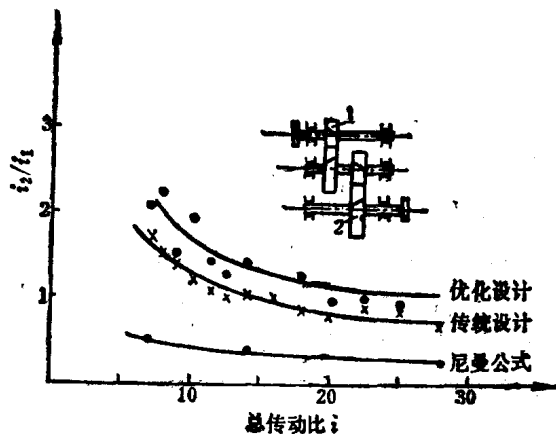


图1-14 二级齿轮传动比的最佳比值与总传动比的变化关系