模糊数学及其应用丛书

随机集与集值鞅

RANDOM SETS AND SET-VALUED MARTINGALES

李世楷 编著

贵州科技出版社

黔新登(90)03号

随机集与集值鞅

李世楷 编著

贵州科技出版社出版发行
(贵阳市中华北路289号 邮政编码550001)
*
核工业中南三〇六印刷厂印刷 贵州省新华书店经销
787×1092毫米 32开本 9.5印张 200千字
1994年9月第1版 1994年9月第一次印刷
印数1～2000

ISBN7-80584-249-3/O·007 定价:9.50元

《模糊数学及其应用丛书》
资 助 单 位

贵州科技出版社
中国人民解放军国防科学技术大学
贵州师范大学
中外合资贵州永兴电子仪表公司
贵阳大光五金站　吴石川

《模糊数学及其应用丛书》
编辑委员会

主　　编

刘应明　（国务院学位评审员，国家级有突出贡献的科学家，博士导师，四川大学副校长，教授，国际模糊系统协会（IFSA）副主席）

汪培庄　（国家级有突出贡献的优秀专家，博士导师，北京师范大学教授，新加坡大学客座教授，国际模糊系统协会（IFSA）理事，IFSA 中国分会主席）

陈世权　（贵州省有突出贡献的优秀专家，贵州师范大学软科学研究室主任，研究员）

编　　委（按姓氏笔划为序）

王光远　（中国工程院院士，国务院学位评审员，黑龙江省特级劳动模范，博士导师，哈尔滨建筑工程学院工程理论研究所所长，教授）

王国俊　（国家级有突出贡献的优秀专家，博士导师，陕西师范大学校长，教授）

任　平　（暨南大学经济数学教研室主任，教授，日本神户大

学客座教授）

吴从炘　（航空航天部有突出贡献的优秀专家．博士导师．哈尔滨工业大学数学系主任．教授）

吴望名　（上海师范大学数学系主任．教授）

张文修　（西安交通大学研究生院副院长．教授）

郭桂蓉　（博士导师．中国人民解放军国防科技大学副校长兼研究生院院长．教授）

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com

前　言

自从美国扎德(L. A. Zadeh)教授于1965年建立模糊集合论以来，由于它在处理广泛存在的一种不确定性——模糊性方面的成功，它在处理复杂系统方面的简捷与有力，在某种程度上弥补了经典数学与统计数学的不足，越来越受到欢迎。在这种背景下，随着模糊工程的开发和应用，模糊技术产品的广泛利用，日本于1990年将本田(Honda)奖授予了扎德教授，以表彰这一新方法论的成功。

20多年来，这一新的数学方法从理论到应用，从软技术到硬技术，都有了很大的发展，得到了越来越多的人的关心和支持，他们迫切希望了解这一新方法的研究与进展。在贵州科技出版社等单位的大力支持下，国际模糊系统协会中国分会(China Chapter of IFSA)和全国模糊数学与模糊系统学会组织编辑了《模糊数学及其应用丛书》。

这套丛书选编了一批学术性较强、应用性较好的模糊数学及其应用的专著，这些专著基本上反映了当前国际和国内水平。这些专著均是执笔者多年研究的成果，反映了当前国际同行的动态，其中多数属国家自然科学基金资助项目和国家863高技术计划项目。

我们相信这套丛书的出版，将对国内外模糊数学及其应用的研究与发展起到很好的推动作用。

刘应明

1991. 9

RANDOM SETS AND SET-VALUED MARTINGALES

Synopsis

The aim of this book is to present the basic ideas and main results of random sets and set-valued martingales. which is important to further study of random sets and set-valued martingales. This book is divided into seven chapters. In the first chapter. the basic concepts of random sets and the test theorems for random sets are introduced. Then. the various topology on the spaces of subsets. its main properties and convergence of a sequence of closed susets with respect to the various topology on the spaces of subsets are discussed in the second chapter. In the third chapter. We discuss the convergence theorems of random set sequence with respect to the Hausdorff topology. the Vietoris topology and the closed convergence topology. The integrals. the conditional expectations of random sets and the convergence theorems of sequence of integrals of random sets are discussed in the fourth chapter while in the fifth chapter, we present the separability theorems and measurability theorems of set-valued stochastic processes. The set-valued martingales, its representation theorem and its convergence theorems are discussed deeply in the sixth chapter. And finally, in the seventh chapter we indroduce briefly the applications of random sets to the economic systems. We also indroduce in this book fuzzy random sets and fuzzy set-valued martingales, and give the convergence theorems of fuzzy set-valued martingales. This book has a system of its own and is very convenient for its readers.

编 写 说 明

随机集是近30多年发展起来的一个数学分支。它首先起源于经济系统和控制系统的需要。比如在经济系统中，消费计划、预算、供给和生产计划等都是商品空间的集合。为了研究经济系统的均衡问题，必须研究取集值的映射。1964年R. J. Aumann首先引进了集值函数，并在1965年给出了集值函数的积分的概念。1973年D. G. Kendall用关联函数给出了可测闭集值映射，即随机集的理论基础。1975年，G. Matheron研究了随机集与积分几何给出了随机集在随机过程和现代鞅论研究中的应用。1982年，西安交通大学张文修教授率先在我国开始了这方面的研究，他和他的研究生卓有成效的工作，极大的促进了随机集理论的发展，他们给出了随机集序列关于闭收敛拓扑的收敛定理，R^m中随机闭集与随机闭凸集的充要条件，非负随机闭凸集的强大数定理，紧凸集值鞅的收敛定理，模糊随机集以及集值测度的Lebesgue分解定理、表示定理、构造定理、扩张定理等等。在张文修教授的鼓励和帮助之下，我们1985年开始随机集方面的研究工作。先后研究了随机集积分序列的收敛性，随机集序列关于Vietoris拓扑的收敛性，随机集过程的可分性与可测性，可选、可料和可及集值随机过程，区间值鞅及其收敛性等等。本书就是在上述基础上写出来的。本书分可测集值映射和随机集，超空间，随机集序

列，随机集的积分，集值随机过程，集值鞅，随机集在经济系统中的应用简介共七章。前后连贯，相互衔接。除需概率论、测度论、一般拓扑学和泛函分析的一些知识之外，基本上自成系统，便于读者学习。

在本书的写作过程中得到了刘应明教授、陈世权研究员和贵州省模糊数学与模糊系统学会的支持与鼓励，得到了张文修教授自始至终的关心和帮助。在此，对他们表示最诚挚的感谢。南京空军气象学院的孔庆隆、李力、姚楠等同志的研究结果也丰富了本书的内容，在此也一并致谢。还要说明的是本书采用了张文修教授于1989年出版的《集值测度与随机集》和E. Klein与A. C. Thompson于1984年出版的《Theory of Correspondences》的部分内容，特别是随机集的分布和分布收敛以及随机集在经济系统中的应用。所以，也借此机会向E. Klein教授等人致谢。

还要指出本书有些内容还不够深入。比如随机集序列关于Vietoris拓扑的收敛性仅局限于取值于强正规的度量空间的情形。还有许多课题如集值随机过程的协方差函数等还未涉及。这些都有待于今后的研究成果加以完善和发展。由于作者水平所限，书中一定存在缺点与错误，肯请批评指正。

李世楷

1991年于南京空军气象学院

符　号　表

$\mathscr{A}$	σ—代数
$\mathscr{A}_i$	$\mathscr{A}$ 的子 σ—代数
a,b	R^m 中的点或一般拓扑空间的点
$\|a\|$	a 在 R^m 中的欧氏里得范数，或在巴拿赫空间中的范数
$a\leqslant b$	a 不大于 b，即 a 的每个坐标不大于 b 相对应的坐标
$a\vee b$	a 和 b 的最大值
$a\wedge b$	a 和 b 的最小值
$\overline{A}, clA$	集合 A 的闭包
A^c	集合 A 的余集
$\varepsilon+A$	集合 $\bigcup_{a\in A} B(a,\varepsilon)$
$a\in A$	点 a 属于集合 A
$\mathscr{B}(X)$	拓扑空间 X 上的 Borel σ—代数
$A\cap B$	集合 A 与 B 的交
$A\cup B$	集合 A 与 B 的并
$\bigcup_{i=1}^{\infty} A_i$	集合 $A_i(i=1,2,\cdots)$ 的并
$\bigcap_{i=1}^{\infty} A_i$	集合 $A_i(i=1,2,\cdots)$ 的交
$A\setminus B$	集合 A 与 B 的差集，即 $A\cap B^c$
$A\triangle B$	集合 A 与 B 的对称差，即 $(A\setminus B)\cup(B\setminus A)$
$B(a,\varepsilon)$	以 a 为中心 ε 为半径的开球

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com

$B[a,\varepsilon]$	以 a 为中心 ε 为半径的闭球
$A\subset B$	集合 A 包含于集合 B
$\bigcup_{\alpha\in\Lambda} A_\alpha$	集合 $A_\alpha(\alpha\in\Lambda)$的并
$\bigcap_{\alpha\in\Lambda} A_\alpha$	集合 $A_\alpha(\alpha\in\Lambda)$的交
$b\notin B$	b 不是 B 的元素，即 b 不属于 B
$\mathscr{A}\otimes\mathscr{B}(X)$	σ－代表数 $\mathscr{A}$ 与 X 的 Borel σ－代数的乘积 σ－代数
C	拓扑空间中的紧子集
$C(\varepsilon)$	纯交换经济系统的核心
cof	集合 F 的闭凸包
$d(a,b)$	点 a 和 b 间的度量
$d(a,A)$	点 a 和集合 A 间的度量
$d(A,B)$	集合 A 和集合 B 间的度量
$\delta(A,B)$	集合 A 和集合 B 间的 Hausdorff 广义伪度量
D_K	X 的与 K 不交的所有子集构成的集族
$E(\sigma\|\mathscr{A}_i)$	可积映射 σ 关于子 σ－代数 $\mathscr{A}_i$ 的条件期望
$\mathscr{E}$	纯交换经济系统
$\mathscr{E}[f\|\mathscr{A}i]$	随机集 f 关于子 σ－代数 $\mathscr{A}_i$ 的条件期望
$e(P)$	总超越需求
F	拓扑空间的闭子集
$\mathscr{F}(X)$	拓扑空间$(X,\mathscr{T})$的所有闭集构成的集族

$\tilde{\mathscr{F}}$	R^m 上的全体上半连续的模糊集构成的集族
$\tilde{\mathscr{F}}(R^m)$	R^m 上全体所有水平集为非空紧子集的模糊集构成的集族
$\mathscr{F}_0(X)$	拓扑空间$(X,\mathscr{T})$的所有非空闭子集构成的集族
$\mathscr{F}_0(R^m)$	R^m 上全体上半连续的，模糊凸的，水平集为非空紧集的模糊集构成的集族
f	随机集或集值映射
$\tilde{f}$	随机模糊集
$\Vert f\Vert$	$\Vert f\Vert(\omega)=\Vert f(\omega)\Vert=\delta(f(\omega),\{0\})$
$\{f_t:t\in T\}$	集值随机过程
$\{f_n:n\in N\}$	随机集序列或具有离散参数的集值随机过程
G	拓扑空间的开子集
$[\cdot,G]$	上拓扑的基元素，即包含在开集 G 中的 X 的所有子集构成的集族。
g	随机集或集值映射
$g^w(F)$	集合 F 在集值映射 g 之下的弱逆象，即若 $g:\Omega\to X$, $g^w(F)=\{\omega\in\Omega:g(\omega)\cap F\neq\Phi\}$
$g^s(F)$	集合 F 在集值映射 g 之下的强逆象即，若 $g:\Omega\to X$, $g^s(F)=\{\omega\in\Omega:g(\omega)\subset F\}$
$\mathscr{H}$	随机变量族，随机集族

I_G	下拓扑的子基元素，即与开集 G 相交的 X 的所有子集构成的集族
$\mathscr{K}(X)$	拓扑空间$(X,\mathscr{T})$的所有紧集构成的集族
$\mathscr{K}_0(X)$	拓扑空间$(X,\mathscr{T})$的所有非空紧子集构成的集族
$\mathscr{K}_c(X)$	拓扑空间$(X,\mathscr{T})$的所有非空紧凸子集构成的集族
K	X 的紧子集
$L^p(\Omega;R')(0<p)$	Ω 上的所有 p 次可积实函数的集合
$L'(\Omega;R')$	Ω 上的所有可积实函数的集合
$L^p(\Omega;X)(0<p)$	Ω 到巴拿赫空间 X 的所有 p 次可积的映射的集合
$\mathscr{L}'[\Omega;X]$	Ω 到巴拿赫空间 X 的所有可积有界的随机集的集合
$\mathscr{L}'_c[\Omega;X]$	Ω 到巴拿赫空间 X 的所有可积有界的 a,e 取有界闭凸集的随机集的集合
$\mathscr{L}'_{cc}[\Omega;X]$	Ω 上可积有界的几乎处处取值为巴拿赫空间 X 的紧凸子集的随机集的集合
$\mu[\Omega;X]$	Ω 到 X 的随机集的全体
N	正整数集
$\mathscr{N}(X)$	X 的所有有限子集构成的集族
$\mathscr{O}$	可选 σ-代数
$\mathscr{P}$	可料 σ-代数

$\mathscr{P}(X)$	X 的幂集，即 X 的所有子集构成的集族
$\mathscr{P}_0(X)$	X 的所有非空子集构成的集族
p	概率测度或价格系统
Q	可及 σ-代数
Q_+	非负有理数集
R' 或 R	一维欧氏空间
R'_+ 或 R_+	非负实数空间
R^m	m 维欧氏空间
R^m_+	非负 m 维欧氏空间，即 R^m 的其坐标全部非负的点构成的 R^m 的子空间
$\overline{R}$	$\overline{R}=R\cup\{+\infty\}$
$\mathscr{R}$	所有可及时的集合
$\mathscr{S}$	所有停时的集合
S	停时
T_A	$T_A=T\chi_A+(+\infty)\chi_{A^c}$
S_f^p	随机集 f 的 p 次可积的几乎处处选择的集合，即 $S_f^p=\{\sigma:\sigma\in L^p(\Omega;X),\sigma(\omega)\in f(\omega)\cdot a\cdot e\}$
$S_f^1(\mathscr{A}_1)$	f 的 $\mathscr{A}_1$ 可测的可积的几乎处处选择的集合，即 $S_f^1(\mathscr{A}_1)=\{\sigma:\sigma\in L'(\Omega,\mathscr{A}_1,\mu;X),\sigma(\omega)\in f(\omega)a\cdot e\}$
$S(p,\omega)$	随机集 f 的支撑函数，即 $\sup\{p\cdot x;x\in f(\omega)\}$
T	停时或参数集
$t(p)$	总需求
$\mathscr{T}$	拓扑空间的拓扑或停时的全体

$\mathscr{T}_u$	上拓扑空间的拓扑，即由$\{[\cdot,G]:G\in\mathscr{T}\}$为基生成的拓扑
$\mathscr{T}_{\mathscr{L}}$	下拓扑空间的拓扑，即由$\{I_G:G\in\mathscr{T}\}$为子基生成的拓扑
$\mathscr{T}_{\mathscr{V}}$	Vietoris 拓扑，即以$\{[\cdot,G]:G\in\mathscr{T}\}\cup\{I_G:G\in\mathscr{T}\}$为子集基生成的拓扑
$\mathscr{T}_{\mathscr{F}}$	闭收敛拓扑，即以$\{I_G:G\in\mathscr{T}\}\cup\{D_K:K\in\mathscr{K}(X)\}$生成的拓扑
$f_n \xrightarrow{\mathscr{T}_{\mathscr{F}},a.e.} f(\mu)$ 或$\lim\limits_{n\to\infty} f_n \overset{\mathscr{T}_{\mathscr{F}}}{=} f$ a.e.	随机集序列f_n关于闭收敛拓扑几乎处处收敛于随机集f
$f_n \xrightarrow{H,\mu} f(\mu)$ 或$\lim\limits_{n\to\infty} f_n \overset{H\cdot\mu}{=} f$	随机集序列f_n关于 Hausdorff 拓扑依测度μ收敛于f
$f_n \xrightarrow{\mathscr{T}_{\mathscr{V}},L^r} f(\mu)$ 或 $\lim\limits_{n\to\infty} f_n \overset{\mathscr{T}_{\mathscr{V}},L^r}{=} f$	随机集序列f_n关于 Vietoris 拓扑r级平均收敛于随机集f
$\overset{(\mu)}{U}$	开邻域
$W(\mathscr{E})$	竞争平衡分配全体
(X,d)	度量空间
$(X,\mathscr{T})$	拓扑空间
$(X,\|\cdot\|)$	赋范线性空间或巴拿赫空间
Z	零测集
$(\Omega,\mathscr{A})$	可测空间

$(\Omega, \mathscr{A}, p)$	概率空间
$(\Omega, \mathscr{A}, \mu)$	测度空间
μ	测度
σ, γ, ξ, η 或 ζ	可测映射
χ_A	集合 A 的示性函数，即 $\chi_A(\omega)=\begin{cases}1 & \omega\in A\\0 & \omega\notin A\end{cases}$
Φ	空集
φ	商品分配

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com