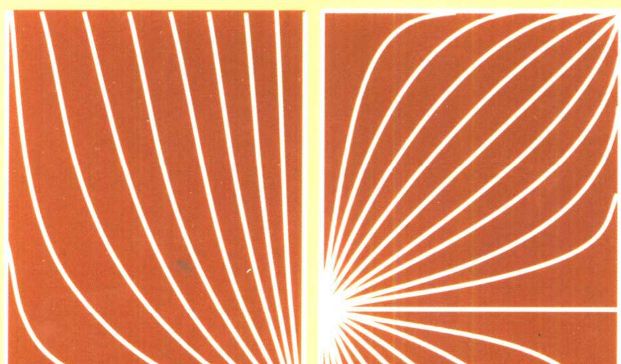
泛逻辑学原理

Universal Logics Principle

何华灿
王　华　刘永怀　著
王拥军　杜永文



科 学 出 版 社

泛逻辑学原理

何华灿
王　华　刘永怀　著
王拥军　杜永文

科学出版社

2001

内 容 简 介

研究人工智能等复杂性问题需要柔性逻辑.作者于1996年提出泛逻辑学,其研究目标是构造一个逻辑生成器,它可按需要生成各种逻辑,包括柔性逻辑.目前已完成标准命题泛逻辑学的研究.

本书是系统介绍标准命题泛逻辑学基本原理和方法的专著,它可用于分析完善现有的命题逻辑(如模糊命题逻辑),并为柔性逻辑提供新的研究平台.全书内容包括:泛逻辑学研究纲要,模糊逻辑的缺陷和弥补缺陷的探索,关系柔性对模糊逻辑运算的影响,泛逻辑运算模型的生成规则,生成元完整簇,阈元量词,标准命题泛逻辑学体系和应用实例等.具有高等数学和数理逻辑初步基础的读者即可以顺利阅读本书.

本书可作为高等学校计算机专业、信息处理专业、控制专业和数理逻辑专业的研究生及高年级本科生的选修课教材,也可供从事数理逻辑、人工智能、智能信息处理、智能控制、计算机科学、逻辑学和哲学研究的科技人员及其他有关人员参阅.

图书在版编目(CIP)数据

泛逻辑学原理/何华灿等著.-北京:科学出版社,2001
ISBN 7-03-009662-2

Ⅰ.泛…　Ⅱ.何…　Ⅲ.逻辑-研究　Ⅳ.B81

中国版本图书馆CIP数据核字(2001)第050857号

科学出版社 出版
北京东黄城根北街16号
邮政编码:100717
http://www.sciencep.com
双青印刷厂 印刷

科学出版社发行　各地新华书店经销

*

2001年8月第 一 版　开本:787×1092 1/16
2001年8月第一次印刷　印张:17 1/4
印数:1—3 200　字数:410 000

定价:29.00元

谨以本书献给21世纪

中华复兴的伟大事业！

序

20世纪末，随着人工智能研究的深入和复杂性科学的进展，对数理逻辑提出了许多新的需求，从而促进了非标准逻辑和现代逻辑的迅速发展.

何华灿教授是我国早期从事人工智能研究的学者之一，现任中国人工智能学会副理事长. 他从20多年的科研和教学实践中感悟到人工智能要从实证科学上升到理论科学，首先要建立逻辑学基础. 而思维逻辑玄妙之处在于其柔性和辩证关系，这也是人工智能常识推理的难点所在. 思维规律是客观世界规律的反映，复杂性科学也需要有柔性和辩证关系的数理逻辑.

怎样才能在数理逻辑中实现柔性和辩证关系？本书中给出了一种新颖的回答.

作者认为任何一个逻辑学体系都至少由四个相互独立而又关联的部分组成，每部分都有自己的变化规律，组合起来就形成了逻辑学的语法规则，用特定的语义解释这些语法规则，就得到了特定的逻辑. 这就是说，可以构造一个逻辑生成器，利用它可以按需要生成各种具体的逻辑，就像自然界通过不同的DNA分子构造不同的生物体那样. 作者把这个逻辑生成器命名为"泛逻辑学"，他提出了逻辑学研究的新思路.

"泛逻辑学"的研究目标是探索逻辑的一般规律，建立能包容各种逻辑形态和推理模式的数理逻辑学理论新构架：柔性逻辑能根据应用需要自由伸缩变化于其中，刚性逻辑是构架的中心内核. 由于"泛逻辑学"中允许真值柔性、关系柔性、程度柔性和模式柔性存在，可描述矛盾的对立统一及矛盾的转化过程，为辩证关系的形式化描述提供了一种新途径，可满足研究认识的发生、发展、应用和完善全过程的需要.

"泛逻辑学"的研究已经在标准命题泛逻辑学方面取得了重要成果. 本书是作者关于"泛逻辑学"的第一本研究专著.

根据标准命题泛逻辑学的研究，可以发现已有命题逻辑（如模糊命题逻辑）的理论缺陷，分析出现缺陷的根源，给出弥补缺陷的方法. "泛逻辑学"有助于拓宽数理逻辑的研究基础，促进数理逻辑的柔性化，为人工智能的不精确推理、非确定推理和常识推理提供了新的研究平台.

这是一本值得一读的好书，在当前条件下，作者能淡泊尘欲，潜心研究，孜孜探索柔性世界的逻辑规律，把自己对客观世界规律的感悟，演化为严谨的科学论断，这种治学态度和研究精神，值得学习.

中国人工智能学会理事长
北京科技大学教授
涂序彦

2001年6月9日

自　　序

道可道，非常道；名可名，非常名.

道法自然.

——老子《道德经》

我不是出身于数学或逻辑学方面的专家，且已年逾花甲，为什么要跨学科提出泛逻辑学，它有什么客观依据和学术价值？这要从我几十年的心路历程说起.

1956年夏，正当人工智能学科在美国的达特玛斯大学降生时，我带着“模仿人脑智能”的人生理想和追求，告别了宜昌市第一高中邱少云班，步入到西北工业大学（当时叫西安航空学院）学习，1958～1960年，我作为预备教师来到中国科学院计算机技术研究所二室和清华大学自动控制系进修学习电子数字计算机，从此开始了我与电脑为伍的人生征程. 70年代，我主持设计了两种型号的航空机载计算机. 这时期的电脑，在我心目中与其说像聪明灵活的人脑，不如说更像忠实刻板的信息处理机械. 十年动乱后，我有幸接触到人工智能这一新兴学科，它重新唤起了我“模仿人脑智能”的理想，于是贪婪地学习身边能找到的一切人工智能资料，想在心中勾画出“仿智机”的蓝图. 1979年，我国人工智能的先驱者王湘浩教授和吴文俊教授等人，在吉林大学发起并主持召开了计算机科学暑期研讨班，我有幸出席并在人工智能分组发表了“仿智学概论”的论文. 1980年夏，我参加了王湘浩教授在吉林大学主办的人工智能研讨班. 这时期的人工智能，在我心目中仍然不像聪明灵活的人脑，它只是人利用显式表达的理论知识和启发性经验知识，借助刚性逻辑编制的刻板程序，在某些方面有点小聪明，但很不灵活，缺少柔性. 就在这年的深秋，我应北京师范大学汪培庄教授和华北电力学院北京研究生院袁萌老师的邀请，为研究生讲授人工智能课程，借此机会我们一起在北京发起召开了为期一个多月的“模糊数学与人工智能中级研讨班”，期望能从这两门新兴学科的交汇处找到实现“柔性仿智机”的突破口. 当时国内这两方面的主要学者几乎都出席了研讨会，在会议期间，我与中国模糊数学的先驱者汪培庄教授等人讨论过如下话题：“模糊逻辑的隶属度是柔性的，能反映思维中的柔性概念和柔性知识，但其逻辑算子仍然是刚性的，它以最小值为与，最大值为或，补值为非，这显然是不全面的，无法精确刻画思维中的柔性推理过程”. 在知识工程中虽然出现了一些不精确性推理模型，但它们都带有很强的经验性，适用范围十分有限，人工智能需要一种能描述思维过程中各方面柔性的逻辑学. 但什么是思维的柔性，如何刻画思维的柔性，如何才能找到可以更精确刻画思维过程中各种柔性的逻辑学呢？我一直不得其门而入，于是我从眼前的众多逻辑想到了逻辑学的一般规律，从而产生了我的泛逻辑学情结.

在以后的十多年中，我一直忙于人工智能的教学和应用研究，先后主持完成了两个国家自然科学基金项目和两个航空基础科学基金项目，主持设计了八个实用专家系统. 这一系列的实际工作，使我更加深切地体会到对于人工智能来说，柔性逻辑学是多么的重要.

事实上柔性逻辑学已经成为当前许多学科向前发展的瓶颈问题之一. 80 年代中后期,国际上爆发了人工智能基本理论问题的大辩论,争论的焦点是逻辑在人工智能中的地位和作用,引发这场大辩论的核心问题是人工智能系统中必不可少的常识表示和推理. 在符号主义学派陷入理论危机的同时,连接主义学派和行为主义学派有了长足地进步,国外有人提出了"人工智能死了,神经网络万岁"的偏激口号,这在国内引起了强烈地反响. 在这种情况下,理事长涂序彦教授代表中国人工智能学会提出了"广义智能信息系统论",认为依靠单一学派不能解决复杂的智能问题,主张综合利用各学派的优点,取长补短解决智能模拟问题. 钱学森院士和戴汝为院士提出了开放的复杂巨系统概念和从定性到定量综合集成的技术原则. 我完全赞成这些观点和原则,同时还发现,目前人们根据常识的各方面特性提出的各种现代逻辑,虽然很有必要继续深入研究下去,但它们也有两点先天不足,值得引起注意:

1) 一般都是根据常识的某个单一特性进行研究,没有考虑它们之间的统一表示和相互转化问题. 而常识往往是同时具有多种不同的特性,且可以在一定的条件下相互转化. 同时,一个人工智能系统也不可能建立在众多互不相容的逻辑之上;

2) 常识推理是信息不完全情况下的不精确推理,目前的不精确推理研究还停留在经验阶段,没有可靠的理论基础,不能满足不精确推理的需要,更不能满足信息不完全情况下的不精确推理的需要,所以众多的现代逻辑迫切需要有一个统一可靠的,关于不精确推理的逻辑,作为进一步研究信息不完全情况下推理的基础理论.

这就是说,常识推理要求一种能包容一切逻辑形态和推理模式的、灵活的、开放的、自适应的柔性逻辑学,大量研究表明,现有的各种逻辑都无法满足这种要求.

基于这样的认识,我进一步提出当前人工智能研究要走出困境,必须从基础上加强对逻辑学一般规律的探索,建立柔性逻辑学,以满足人工智能继续发展的需要,而不应该相反,让人工智能脱离逻辑学的轨道.

时代在急切地呼唤柔性逻辑学,但柔性逻辑学的大门何在呢? 1995 年一次偶然的机会,当我把概率论中常用的三个相关准则和模糊命题连接词运算模型的柔性联系起来思考时,才初现端倪. 突然间我思想上有了顿悟:相关性的连续可变性告诉我们,模糊命题连接词运算模型的固有属性应该是连续可变的,只是在二值逻辑中它们才退化为一个固定不变的算子. 这就是说,逻辑算子固定不变的传统观念到了需要改变的时候了,这就是柔性逻辑的突破口! 以后我又陆续根据突变算子发现了广义相关性,根据非算子簇发现了广义自相关性,从而领悟到了隐藏在模糊命题连接词运算模型连续可变性后面的关系柔性. 后来又进一步领悟到了组成逻辑学体系的四大要素及隐藏在四大要素后面的各种柔性. 泛逻辑学的大致轮廓在我的思想上逐渐显现出来,一扇隐藏在深山密林之中的厚重石门终于被推动了,新学科的气息从门缝中渗透出来,它是那样的与众不同,真叫人一时难以置信. 但越是深入进行理论分析和计算机仿真研究,越叫人坚信它就是客观存在于现实世界中的柔性逻辑规律,对未来的发展可能会有深远的时代影响.

《中国科学》、《计算机学报》、《软件学报》和 IEEE 国际会议及时发表了我们的这些新发现,给我们以极大的鼓舞. 但当我试图把泛逻辑学作为一个对未来可能有深远影响的新兴学科来强化研究时,才发现它仍处在潜科学期中,虽经多方努力,仍很难获得投资者的

理解和支持.我感悟到一个真理:一切原创性的科学发现,在开始时都具有反传统性和不成熟性,咋看起来与“不能自圆其说的奇谈怪论”十分相似,无法完全用当前社会上行之有效的观点和标准去评价它,不可避免的要经受“排异期”的千锤百炼.自然选择的法则是:一切科学发现的思想火种在它变成能燎原的显科学之前,主要只能依靠自身的生命力顽强地坚持下去.世界上的许多事情都是可遇不可求的,既然我已经领悟到泛逻辑学的大致轮廓,说明我与它今生有缘,我一定要惜缘,不能带着这些宝贵的原始性发现离开人间.

人类用知识铸我成人,我要在有生之年用知识回报人类.

突然间我有了一种强烈的使命感:上天让我来到人间,历经数十年的磨砺和求索,原来就是要让我最后做好一件事情——将泛逻辑学的思想火种带到人间,以迎接21世纪复杂性问题的挑战.我下定决心,不管要付出多大的代价和牺牲,也要圆满地完成上天交给我的这个使命,为中华复兴的伟大事业奉献一份光和热.

为了最大限度地集中自己有限的精力和财力,我毅然决定暂时放弃一切应用开发项目和外出参加学术会议的机会,全身心地投入到泛逻辑学的拓荒之中.五年来,我几乎成了书斋隐士,集合在我身边的助手都是一些但求耕耘,不计回报的学子.幸运的是在这五年中,我们获得了国家教育委员会博士学科点专项科学基金和陕西省自然科学基金的宝贵资助,爱子何智涛和肖旭霞夫妇还出资赞助了本书的出版费用,特在此表示感谢.

本书由我一人执笔撰写而成,现已历时二年有余,十易其稿,文责由我一人承担,书中凝聚了我们学科组全体成员的心血.本书作者之一刘永怀博士在他的博士论文中系统研究了三角范数理论的已有成果,为整个泛逻辑学研究工作找到了强有力的数学工具.王华在她的学士论文中实现了泛逻辑运算模型的计算机可视化仿真系统,经过三年来不间断的改进完善,该仿真系统已能完成对泛逻辑运算各种模型的仿真,依靠它不仅揭示和证实了泛逻辑学的许多性质和规律,还独立发现了泛组合运算模型.事实上三角范数理论和计算机可视化仿真系统是泛逻辑学研究不可或缺的双翼,我们的研究就是在“观察现实世界中的柔性逻辑现象→发现问题→进行探索→得到领悟→用三角范数理论证明→用计算机仿真方法回到现实世界中进行检验→发现新问题→进行新探索”的不断循环中步步深入的.王拥军博士及时系统地收集整理了国内外有关研究动态,使我们的研究工作始终保持在国际水准之上.杜永文博士参与了一些重要定理的证明.他们还仔细阅读了本书的历次手稿,提出了很多宝贵的修改意见.

另外,白振兴博士、艾丽蓉博士、谷晓巍博士和周延泉博士在他们的博士论文中探讨了泛逻辑运算模型的各种应用问题.戚海英硕士、陈丹硕士和陈虹硕士还在她们的硕士论文中探讨了泛逻辑运算模型的电路实现问题,金翊博士正在探讨用偏振光计算机实现泛逻辑运算模型的可能性.在整个研究过程中,何大庆博士、成华博士、刘西洋博士、张保稳博士、魏宝刚博士、王晖博士、胡麒博士、祝峰博士、陈丹博士、李新博士、鲁斌博士等人先后都对本书的形成做出过不同程度的贡献.没有这一大批热血青年的积极参与,泛逻辑学研究不可能有今天的成果.

在整个泛逻辑学的研究过程中,得到了汪成为、李未、郑南宁和沈绪榜等院士,涂序彦、康继昌、何明一、赵沁平、怀进鹏、赵红洲、史忠植、郑守琪、钱德沛、蔡经球、何新贵和胡九川等教授的关心、鼓励和支持,特在此表示感谢!

这里还要特别感谢我的家人，她(他)们对我的这种可能在有生之年都见不到收获的垦荒抉择表示完全地理解，对我们的研究工作给予了极大地关心和毫无保留地支持，帮助我度过了最艰难的日子. 没有这些理解、支持和鼓舞，我是难以支持到今天的！

特别要感谢科学出版社领导和鞠丽娜编审为本书的顺利出版所做的一切.

在这世纪之交的难忘时刻，被世人歧视了几百年的华夏儿女，亲眼看到中华复兴的伟大理想正在一步步成为现实，怎么能不叫人奋起呢！外国人能做到的我们中国人也能做到，外国人没有做到的，我们中国人也能做到.

逻辑是一切学说和理论的精髓，一切学说和理论都是逻辑的应用，它们实际上是人类思维孕育的双胞胎. 泛逻辑学应时代的需要而生，将随时代的发展而发展. 在本书即将停笔的时候我问自己，你写这本书到底想向读者说明些什么？我觉得我最想向读者说清楚的一句话是：

现有的各种非标准逻辑和现代逻辑都自觉不自觉地在研究柔性逻辑学中的柔性真值、柔性命题连接词、柔性量词、柔性推理模式和命题真值域空间维数的柔性，只是见树不见林而已. 本书则明确指出，虽然分门别类对各种非标准逻辑和现代逻辑进行研究都是十分必要的，但它们必须建立和统一在柔性逻辑学的理论框架之内. 现在，逻辑学的发展已经从刚性阶段进入到柔性阶段，一场逻辑学的革命正在进行！

正是根据这一认识，我们才提出了泛逻辑学的研究目标，并给出了一个可以包容各种逻辑形态和推理模式，容许它们之间灵活转换的、开放的、自适应的逻辑学理论框架. 至于本书的其他内容，都只能算是证明泛逻辑学思想不是空想，不是永动机，而是可以实现的科学目标的一些实例. 实例就是实例，它虽然不是十全十美，但已经可以说明一些问题.

本书仅涉及到泛逻辑学中标准命题演算部分的有关问题，是进入泛逻辑学殿堂的第一级台阶，它保持了逻辑学规律的初级抽象形式. 我们把它公诸于世，是为了抛砖引玉，引起更多人对泛逻辑学的关注，也使我们能有一个与别人交流切磋学术思想的蓝本. 希望能有更多的人从他们自己特有的抽象层面和视角投入到泛逻辑学的研究中去，正面和反面的研究对泛逻辑学的发展都是十分必要和有益的.

由于作者的学术水平和研究视角有限，错误和疏漏在所难免，欢迎批评指正.

何华灿

2001 年 6 月于长安悟道斋

e-mail：hehuac@nwpu.edu.cn

本书使用的符号

1. 广义相关系数和泛逻辑运算模型的生成元

$h\in[0,1]$是广义相关系数，$k\in[0,1]$是广义自相关系数，又称为误差系数.

$\phi(x)$是自守函数，也是三角范数的 N 性生成元，$\Phi(x,k)$是一级泛非运算模型的 N 性生成元完整簇，他们的上下极限用黑正体字母 $\mathbf{\Phi}_3$ 和 $\mathbf{\Phi}_0$ 表示.

$f(x)$是三角范数的 T 性生成元，$F_0(x,h)$是零级泛逻辑运算模型的 T 性生成元完整簇，$F(x,h,k)$是一级泛逻辑运算模型的 T 性生成元完整超簇，他们的上下极限用黑正体字母 $\mathbf{F}_3$ 和 $\mathbf{F}_0$ 表示.

$g(x)$是三角范数的 S 性生成元，$G_0(x,h)$是零级泛逻辑运算模型的 S 性生成元完整簇，$G(x,h,k)$是一级泛逻辑运算模型的 S 性生成元完整超簇，他们的上下极限用黑正体字母 $\mathbf{G}_3$ 和 $\mathbf{G}_0$ 表示.

2. 特殊论域和特殊集合

U 是谓词的个体变域或集合的论域，$A,B\subseteq U$ 是 U 中的分明集合或模糊集合.

E 是命题的特征空间，$X,Y\subseteq E$ 是 E 中的分明集合. $\varnothing$是空集.

$R=(-\infty,\infty)$是实数域，$R_+=(0,\infty)$是正实数域，$R_-=(-\infty,0)$是负实数域. $\neg,\cap,\cup$是集合的补，交，并运算.

3. 泛逻辑学的真值域

1）泛逻辑学的真值域是分维超序空间 $W=\{\perp\}\cup[0,1]^n\langle\alpha\rangle,n>0$，其中：

$W=[0,1]$是线序空间，$W=[0,1]^n,n=2,3,\cdots$是偏序空间，$W=\{\perp\}\cup[0,1]^n\langle\alpha\rangle$，$n=1,2,3,\cdots$是多维超序空间.

2）特殊真值域有：

$[0,1]$是单位全域，简称全域；$(0,1)$是单位开域，简称开域.

$1=\mathbf{t}$ 表示真；$0=\mathbf{f}$ 表示假；$(0,1)$表示中间过渡状态

k 表示不偏真也不偏假的中性状态，称为一级阈元；零级阈元特称为中元，$k=0.5$.

利用 k 可将$[0,1]$分成不同的子域：$(k,1)=\mathbf{pt}$ 是偏真域；$(0,k)=\mathbf{pf}$ 是偏假域；$[k,1]=\mathbf{nf}$ 是不假域；$[0,k]=\mathbf{nt}$ 是不真域.

关系：$[0,1]=\{\mathbf{t}\}\cup(0,1)\cup\{\mathbf{f}\}=\{\mathbf{t}\}\cup\mathbf{pt}\cup\{\mathbf{k}\}\cup\mathbf{pf}\cup\{\mathbf{f}\}=\mathbf{nt}\cup\mathbf{nf}$.

$\{0,1\}$是二值域，$\{0,\mathbf{u},1\}$是三值域，其中 $\mathbf{u}$ 有三种不同的涵义：k；$(0,1)$；不知道.

4. 特别约定

1）一般用 p,q,r 表示模糊命题，$x,y,z\in[0,1]$表示它们的真值. 如果需要特别标明

是有误差的真值，则用 $x^*,y^*,z^*\in[0,1]$表示.

在有些情况下，也用 p,q,r 同时表示命题和它的真值.

2）用$\sim,\wedge,\vee,\rightarrow,\leftrightarrow$表示二值逻辑和模糊逻辑中的命题连接词. 用$\sim_k,\wedge_{h,k},\vee_{h,k},\rightarrow_{h,k},\leftrightarrow_{h,k}$，Ⓟ$_{h,k}$，Ⓒ$^e_{h,k}$，表示泛逻辑学中的命题连接词，用$\sim,\wedge,\vee,\rightarrow,\leftrightarrow$，Ⓟ，Ⓒ^{e}表示它们的基模型. 它们的运算模型分别用大写斜体字母表示：

基模型和三角范数　$N(x),T(x,y),S(x,y),I(x,y),Q(x,y),M(x,y)$和 $C^e(x,y)$.

零级模型　$N(x),T(x,y,h),S(x,y,h),I(x,y,h),Q(x,y,h),M(x,y,h)$和 $C^e(x,y,h)$.

一级模型　$N(x,k),T(x,y,h,k),S(x,y,h,k),I(x,y,h,k),Q(x,y,h,k),M(x,y,h,k)$和 $C^e(x,y,h,k)$.

模型的上下极限用黑正体字母　$\mathbf{N}_3$ 和 $\mathbf{N}_0$，$\mathbf{T}_3$ 和 $\mathbf{T}_0$，$\mathbf{S}_3$ 和 $\mathbf{S}_0$，$\mathbf{I}_3$ 和 $\mathbf{I}_0$，$\mathbf{Q}_3$ 和 $\mathbf{Q}_0$，$\mathbf{M}_3$ 和 $\mathbf{M}_0$，$\mathbf{C}^e_3$ 和 $\mathbf{C}^e_0$ 表示.

3）用♂$^\alpha$，$\oint^\alpha$，$\int^\alpha$，$\$^\alpha$ 表示泛逻辑学中的柔性量词，其中 ♂$^\alpha$ 表示阈元量词，$\oint^\alpha$ 表示范围量词，♀$^\alpha$表示位置量词，$\int^\alpha$表示过渡量词，$\$^\alpha$表示假设量词，其中$\alpha=x*c$表示量词的约束条件：$x$ 表示被约束变元，$*$ 表示约束关系，c 表示约束值，它刻画了量词的柔性.

4）阈元量词的运算符号：逆运算$\ominus k$，加运算 $k\oplus k'$，减运算 $k\ominus k'$.

5）如果 $x\leqslant y$ 为真，则用 $p\Rightarrow q$ 表示；如果 $x=y$ 为真，则用 $p\Leftrightarrow q$ 表示.

6）条件表达式　$\text{ite}\{\beta|\alpha;\gamma\}$表示：如果 α 为真，则 β；否则 γ.

$\text{ite}\{\beta_1|\alpha_1;\beta_2|\alpha_2;\gamma\}=\text{ite}\{\beta_1|\alpha_1;\text{ite}\{\beta_2|\alpha_2;\gamma\}\}$.

7）$[a,b]$上的限幅函数　$\Gamma^a_b[x]=\text{ite}\{b|x>b;0|x<a;x\}$

5. 极限函数的定义式

1）生成元的上下极限

$\mathbf{\Phi}_3=\text{ite}\{1|x=1;0\}$；　$\mathbf{\Phi}_0=1+\log x$ 或 $\mathbf{\Phi}_0=\text{ite}\{0|x=0;1\}$

$\mathbf{F}_3=\text{ite}\{1|x=1;\pm\infty\}$；　$\mathbf{F}_2=1+\log x$ 或 $\mathbf{F}_2=\text{ite}\{0|x=0;1\}$；

$\mathbf{F}_0=\text{ite}\{1|x=1;0\}$；　$\mathbf{G}_3=\text{ite}\{0|x=0;\pm\infty\}$；

$\mathbf{G}_2=-\log(1-x)$或 $\mathbf{G}_2=\text{ite}\{1|x=1;0\}$；　$\mathbf{G}_0=\text{ite}\{0|x=0;1\}$

2）范数即命题连接词运算模型的上中下极限

$\mathbf{N}_3=1-\mathbf{\Phi}_3=\text{ite}\{0|x=1;1\}$　　$\mathbf{N}_0=1-\mathbf{\Phi}_0=\text{ite}\{1|x=0;0\}$

$\mathbf{T}_3=\min(x,y)$　　$\mathbf{T}_2=xy$　　$\mathbf{T}_0=\text{ite}\{x|y=1;y|x=1;0\}$

$\mathbf{S}_3=\max(x,y)$　　$\mathbf{S}_2=x+y-xy$　　$\mathbf{S}_0=\text{ite}\{x|y=0;y|x=0;1\}$

$\mathbf{I}_3=\text{ite}\{1|x\leqslant y;y\}$　　$\mathbf{I}_2=\min(1,y/x)$　　$\mathbf{I}_0=\text{ite}\{y|x=1;1\}$

$\mathbf{Q}_3=\text{ite}\{1|x=y;\min(x,y)\}$　　$\mathbf{Q}_2=\min(x/y,y/x)$　　$\mathbf{Q}_0=\text{ite}\{x|y=1;y|x=1;1\}$

$\mathbf{M}_3=\max(x,y)$　　$\mathbf{M}_2=1-((1-x)(1-y))^{1/2}$　　$\mathbf{M}_0=\min(x,y)$

$\mathbf{C}^e_3=\text{ite}\{\min(x,y)|x+y<2e;\max(x,y)|x+y>2e;e\}$

$\mathbf{C}^e_2=\text{ite}\{xy/e|x+y<2e;(x+y-xy-e)/(1-e)|x+y>2e;e\}$

$\mathbf{C}^e_0=\text{ite}\{0|x,y<e;1|x,y>e;e\}$

目　录