高等教育学历文凭考试
全国统一考试课程

高等数学

（学习指导书）

姚孟臣 刘德荫 编

高等教育
学历文凭考试
全国统一考试课程

北京大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

高等数学学习指导书/姚孟臣,刘德荫编. 一北京:北京大学出版社,1998.2

ISBN 7-301-03642-6

Ⅰ. 高… Ⅱ. ①姚… ②刘… Ⅲ. 高等数学-高等教育-教学参考资料 Ⅳ. 013

书　　名:高等数学(学习指导书)
著作责任者:姚孟臣　刘德荫　编
责 任 编 辑:刘　勇
标 准 书 号:ISBN 7-301-03642-6/O·408
出　版　者:北京大学出版社
地　　址:北京市海淀区中关村北京大学校内　100871
电　　话:出版部 62752015　发行部 62559712　编辑部　62752032
排　印　者:北京大学印刷厂
发　行　者:北京大学出版社
经　销　者:新华书店
850×1168　32 开本　　6.875 印张　　170 千字
1998 年 2 月第一版　　1999 年 12 月第三次印刷
印　　数:6001—9000 册
定　　价:9.50 元

序

高等教育学历文凭考试是按照《中国教育改革和发展纲要》的要求，由国家对尚不具备颁发学历文凭资格的民办高校学生组织的学历认定考试。它是国家教育考试制度的一个组成部分，同时，也是以学校办学和国家考试相结合、宽进严出、教考分离为特点的全日制高等学校教育。

高等教育学历文凭考试是国家对民办高校的重大扶持措施，也是广开学路、培养人才的重要途径。在北京试点的基础上，现正扩大到辽宁、上海、吉林、福建、陕西、四川、广东等地试点。高等教育学历文凭考试必将成为我国培养适应社会主义现代化建设所需要的各种人才的一支重要力量。

由于高等教育学历文凭考试正处于起步阶段，还没有自己的教材。"高等数学"课程是参加学历文凭考试理、工科类与经济学类各专业的公共基础课，急需一套适合学历文凭考试的《高等数学》教学用书。为此，北京大学数学科学学院姚孟臣等老师根据国家教育委员会制订的高等教育学历文凭考试全国统一考试课程《高等数学课程教学大纲》和全国高等教育自学考试指导委员会制订的高等教育学历文凭考试全国统一考试课程《高等数学课程考试大纲》，编写了高等数学教学丛书一套，其中包括：教材《高等数学》以及辅导教材《高等数学(学习指导书)》和《高等数学(同步练习册)》共三册。

这套丛书的出版，对于学历文凭考试事业的发展，定将起到积极的作用。

潘桂明

1998年1月2日

前　言

高等教育学历文凭考试是国家对尚不具备颁发学历文凭资格的民办高校学生组织的学历认定考试，是国家对民办高校的重大扶持措施，也是广开学路、培养人才的重要途径。在北京试点成功的基础上，现正在辽宁、上海、吉林、福建、陕西、四川、广东等地大范围试点。高等教育学历文凭考试必将成为我国高等教育全面适应社会主义现代化建设对各种人才培养所需要的一支重要力量。

由于高等教育学历文凭考试正处于起步阶段，还没有自己的教材。我们考虑到高等数学是参加学历文凭考试的民办高校工科类与经济类各专科专业的公共基础课，急需一套适合学历文凭考试试点院校使用的高等数学教学用书。为此，我们根据全国高等教育自学考试指导委员会颁发的高等教育学历文凭统考课程高等数学《教学大纲》和《考试大纲》，编写了高等教育学历文凭统考课程高等数学教学丛书一套，其中包括：教材《高等数学》以及辅导教材《高等数学(学习指导书)》和《高等数学(同步练习册)》共三册。

本书是辅导教材之一《高等数学(学习指导书)》，供参加学历文凭考试的民办高校工科类与经济类各专科专业的师生使用。本书根据有关教学大纲的要求，在内容讲解和典型例题分析上既注意到科学性和系统性，又有一定的广度与深度，较好地体现了国家教委关于成人高等专科教育中“基础理论教育以应用为目的，以必需、够用为度。基础课程的内容应当贯彻宽口径，具有通用性和稳定性”的精神。适合成人高等专科教育各个专业，特别适用于参加学历文凭考试的民办高校工科类与经济类各专科专业的高等数学课的教学与辅导。

通过本书的学习，能够使学生获取函数、极限、连续及一元函

数微积分的基本概念、基本理论和基本运算技能，为学习后续课程以及进一步学习数学知识奠定必要的数学基础。在教学中，应当注意培养学生具有熟练的基本运算能力，一定程度的抽象思维和概括能力，逻辑推理能力以及应用所学的知识分析解决简单的实际问题的能力。为此，我们在附录中给出了高等教育学历文凭统考课程高等数学《考试大纲》修订稿仅供有关院校教学辅导时参考。书中有的部分内容和习题前面加了“*”号，在使用时可根据本校的教学要求及学时安排等具体情况进行取舍，不作为教学和考试内容的要求。

这套丛书是由北京大学数学科学学院姚孟臣副教授主持编写的，他负责全书的策划和审订等工作，改编了《高等数学》主教材，编写辅导教材各章的知识点和基本要求以及部分练习题。《高等数学（学习指导书）》一书主要是由北京电视大学刘德荫教授编写；北京大学张清允副研究馆员和吴宝科副教授参加了《高等数学（同步练习册）》的编写工作。

北京大学出版社为使本丛书在新学期开学前能与参加文凭考试试点院校的广大师生见面，给予了大力的支持；本书的责任编辑刘勇副编审付出了辛勤的劳动。在此向他们表示感谢。

全国高等教育自学考试指导委员会办公室的有关同志，对本书的出版给予了很大的支持与帮助。特别是潘桂明副主任在百忙中为本书作序，关心本书的出版工作，在此向他们致以最诚挚的谢意。

由于编者水平所限，加之时间比较仓促，书中难免有错误和疏漏之处，恳请读者批评指正。

编　者

1997 年 10 月于北京

内 容 简 介

高等教育学历文凭统考课程高等数学是参加学历文凭考试的民办高校工科类与经济类各专科专业学生的公共基础课。本丛书是根据全国高等教育自学考试指导委员会颁发的高等教育学历文凭统考课程高等数学《教学大纲》编写的一套高等数学教学用书，其中包括：主教材《高等数学》以及辅导教材《高等数学(学习指导书)》和《高等数学(同步练习册)》共三册。

本丛书的主教材，供参加学历文凭考试的民办高校工科类与经济类各专科专业师生高等数学课教学使用，其内容包括函数、极限、连续及一元函数微积分等。本书涵盖了有关教学大纲的全部要求，在内容选取上注重科学性和系统性，删除部分繁琐的理论推导，并增补了应用性的内容，使之更贴切教学大纲。本丛书的辅导教材学习指导书和同步练习册是根据有关《考试大纲》的内容和要求编写的。学习指导书在内容讲解和典型例题分析上既注意到科学性和系统性，又有一定的广度与深度，是一本很好的教学辅导材料；同步练习册在每一章给出基本要求、考核知识点之后，逐节地给出了内容提要、题型示例，并配备了大量的练习题。本丛书在附录中分别给出了高等教育学历文凭统考课程高等数学《教学大纲》和《考试大纲》修订稿、1997年高等教育学历文凭考试高等数学试题及标准答案，并给出了两份模拟试题供有关院校教学辅导时使用。

本丛书适合成人高等专科教育各个专业，特别适用于参加学历文凭考试的民办高校工科类与经济类各专科专业师生的高等数学课的教学与辅导，可作为参加学历文凭考试的工科类与经济类各专科专业师生的高等数学课的教材和学习辅导书。

目　录

第一章 函　　数

一、学习目的和要求

函数是数学中最重要的基本概念之一，它是客观世界中量与量之间的依存关系在数学中的反映，也是高等数学的主要研究对象.

学习本章的目的和要求是：深刻理解函数的概念，掌握函数的定义域的求法；了解函数的三种表示法和分段函数；掌握函数的简单性质（单调性、奇偶性、周期性和有界性）；了解反函数的概念；理解复合函数的概念，会分析复合函数的复合过程；熟悉基本初等函数及其图形；了解初等函数的定义；能列出简单问题中的函数关系.

二、内容提要与讲解

1. 函数的概念

（1）*函数的定义*

设 D 是一个给定的数集，f 是一个确定的对应关系. 如果对于 D 中的每一个元素 x，通过 f 都有 $\boldsymbol{R}$ 内的唯一确定的一个元素 y 与之对应，那么这个关系 f 就叫做从 D 到 $\boldsymbol{R}$ 的**函数关系**，简称为**函数**，记为

注　学习要求的层次用不同的词汇加以区分. 对概念、理论从高到低用“理解”、“了解”、“知道”三级区分；对运算、方法从高到低用“熟练掌握”、“掌握”、“会”或“能”三级区分. “熟悉”一词相当于“理解”并“熟练掌握”.

$$f: D \to \mathbf{R} \text{ 或 } f(x) = y.$$

我们把按照函数 f 与 $x \in D$ 所对应的 $y \in \mathbf{R}$ 叫做 f 在 x 处的**函数值**，记作 $y = f(x)$. 并把 D 叫做函数 f 的**定义域**，而 f 的全体函数值的集合

$$\{f(x) \mid x \in D\}$$

叫做函数 f 的**值域**，通常用 Y 来表示，即

$$Y = \{f(x) \mid x \in D\}.$$

有时为简明起见，我们把 f 的定义域、值域分别记为 D_f、R_f.

今后我们把函数用

$$y = f(x), \quad x \in D$$

来表示. 并说 y 是 x 的函数，其中 x 叫做**自变量**，y 叫做**因变量**.

(2) *函数的表示法*

函数的表示方法有：公式法、表格法和图示法.

(3) *分段函数*

由两个或两个以上的分析表达式表示的函数，称为**分段函数**.

讲解　关于函数概念与求函数的定义域

Ⅰ. 关于函数概念

(i) 在理解函数的定义时要抓住：

1°　定义域：自变量的变化范围 D；

2°　对应规律：因变量与自变量的对应规律(对应法则或对应关系)f；

3°　值域：因变量的取值范围 Y.

因为 3° 是随着 1°、2° 的确定而完全确定，所以说定义域和对应规律是确定函数的两要素. 例如，$f(x) = \sqrt{x-5} + \sqrt{3-x}$，由于定义域是空集，因此它不表示函数关系. 至于对应规律 f，一般要求一个 x 值有唯一确定的 y 值与之对应，如果有两个或两个以上的 y 值与 x 对应，这是多值函数. 而教材讨论的是单值函数，因此强调给一个 x 只有一个 y 值与之对应. 但是并没有要求一个 y 值

只与一个 x 值相对应.例如,$y=x^2$ 与 $y=4$ 相对应的 x 值有 $x_1=2$,$x_2=-2$ 两个值.又如,$y=\sin^2x+\cos^2x$,对于 $x\in(-\infty,+\infty)$ 都只对应于 1,这些都是可以的,都满足函数定义的要求.

(ii) 由上述可知:要判断两个函数是相等的,它们必须满足以下条件:

1° 两个函数的定义域相同;

2° 对于定义域内的每一个值,两函数都有相同的函数值与之对应.

这两条只要有一条不满足,两个函数就是不同的函数.

例如,$\ln x^2$ 与 $2\ln x$ 不是相同的函数.因为 $\ln x^2$ 的定义域是 $(-\infty,0)\cup(0,+\infty)$,而 $2\ln x$ 的定义域是 $(0,+\infty)$.而 $w=\sqrt{u}$ 与 $y=\sqrt{x}$ 却是两个相同的函数,尽管两者自变量字母不一样,因变量字母也不相同,但两者的定义域都是非负实数集合 $[0,+\infty)$,两者的对应规律也一样,都是对自变量取算术平方根.

(iii) 在函数的定义中,对表示函数的方式没有任何限制.因此,不要认为函数就是分析式子,式子只是表示函数的一种主要形式,表示函数关系还可以用列表、图形、语句等其他形式.而且,即使采用分析式子来表示函数,也不是非得用一个式子不可,可以用两个或多个式子表示一个函数,即分段函数.

用式子、图形、列表来表示函数的例子,教材中都有,这里仅举利用"语句"来表示函数的例子.

$y=[x]$ 表示"y 是 x 的最大整数部分";

$y=\{x\}=x-[x]$ 表示"y 是 x 的小数部分".

(iv) 要注意 $f(x)$ 和 $f(x_0)$ 的不同.前者是函数记号,表示一个变量,后者是函数值记号,表示函数在 $x=x_0$ 处的值,表示一个数.

Ⅱ. 关于求函数的定义域

在微积分中,所讨论的量(常量和变量)一般都限制在实数范围内,自变量与因变量都只能取实数值.求函数的定义域,就是在

实数范围内求使函数表达式有意义的自变量的取值范围.

在求用分析表达式给出的函数的定义域时,请注意以下几点:

(i) 分式函数的分母不能为零;

(ii) 偶次根式内的量不能为负值;

(iii) 对数符号内的量必须取正值;

(iv) 正切符号内的量不能等于 $2k\pi+\frac{\pi}{2}$,其中 $k=0,\pm 1,\pm 2,\cdots$;

(v) 反正弦、反余弦符号内的量,其绝对值不能大于1;

(vi) 函数的表达式是由有限项通过四则运算组成的.可先分别求出参加运算的各个函数的定义域,然后取它们的交集(即取它们的公共部分);

(vii) 对于分段函数,可取各个段的定义域的并集;

(viii) 对于复合函数,自变量的取值不仅使中间变量有意义,而且由它们所决定的中间变量还必须使与中间变量有关的所有的函数有意义. ▌

2. 函数的简单性质

(1) 单调性

对 $y=f(x), x\in D$,若对任意两点 x_1、$x_2\in D$,当 $x_1<x_2$ 时有 $f(x_1)<f(x_2)$,则称函数 $f(x)$ 为严格单调增加.反之,为严格单调减少.

(2) 有界性

若存在正数 M,对一切 $x\in D$ 使得 $|f(x)|\leqslant M$ 恒成立,则称 $f(x)$ 为有界函数.

(3) 奇偶性

对 $y=f(x), x\in D$,若成立 $f(-x)=-f(x)$,则称 $f(x)$ 为奇函数;若成立 $f(-x)=f(x)$,则称 $f(x)$ 为偶函数.奇函数的几何图形关于原点对称,偶函数的几何图形关于 y 轴对称.

(4) 周期性

对 $y=f(x), x\in(-\infty,+\infty)$,若存在常数 $T>0$,使对任何 x,满足 $f(x+T)=f(x)$,则称 $f(x)$ 为周期函数,T 是 $f(x)$ 的一个周期①.

讲解 关于函数的性质

函数有以下性质:

(i) 函数的单调性. 我们这里谈的单调性是在某个区间上考虑的,而不一定是在整个定义域上考虑. 当然,有的函数在整个定义域上单调. 例如,$y=2^x$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 内单调增加,但 $y=x^2$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 内却并非单调. 它在 $(-\infty,0)$ 与 $(0,+\infty)$ 内分别单调减少和单调增加.

(ii) 函数的奇偶性. 设函数 $y=f(x)$ 的定义域是以原点为对称的数集 D 时,

1° 若 $f(-x)=-f(x), x\in D$,则称 $f(x)$ 为奇函数;

2° 若 $f(-x)=f(x), x\in D$,则称 $f(x)$ 为偶函数;

3° 若 $f(-x)\neq-f(x)$ 且 $f(-x)\neq f(x), x\in D$,则称 $f(x)$ 为非奇非偶函数;

奇函数的图形关于原点对称,偶函数的图形关于 y 轴对称.

从基本初等函数的图形及奇偶性的定义可以知道,$y=x^{2n+1}$(n 为整数),$y=\sin x$,$y=\tan x$,$y=\arcsin x$,$y=\arctan x$ 等是奇函数,$y=C$(常数),$y=x^{2n}$(n 为整数),$y=\cos x$ 等是偶函数. 而 $y=\mathrm{e}^x$,$y=\ln x$ 等为非奇非偶函数,分段函数 $y=|x|$ 是偶函数.

建议读者记住下面的结论:

"两个奇函数之和是奇函数;两个偶函数之和是偶函数;一个奇函数($\neq 0$)与一个偶函数($\neq 0$)之和是非奇非偶函数."

---

① 习惯上,我们把函数的最小正周期叫做函数的周期.

“两个奇函数和两个偶函数之积是偶函数；一个偶函数与一个奇函数之积是奇函数.”

上述结论，读者可自己证明它们的正确性. 这些结论对于回答确定函数的奇偶性的选择题，将会有帮助.

(iii) 函数的有界性. $|f(x)|\leqslant M$ 中的 M 不是唯一的，这里的“$\leqslant$”号是“小于或等于”的意思. 例如 $|\sin x|\leqslant 1$，这里 1 扮演 M 的角色；但若写“$|\sin x|<2$，所以 $\sin x$ 有界”，这样说也是对的. 另外，$|f(x)|\leqslant M$ 中的绝对值符号一定要加上，若不加绝对值符号，说“当 $f(x)\leqslant M$ 时，$f(x)$ 有界”就不正确了. 例如 $f(x)=-2^x$，当 x 趋于 $+\infty$ 时 $f(x)$ 趋于 $-\infty$，自然是无界的，尽管 $-2^x<0$. 从直观上讲，函数有界，就是函数的图形位于 $y=M$ 与 $y=-M$ 这两条平行线之间的带形区域内，$f(x)$ 的值既不能大于 M，也不能小于 $-M$.

如果不用绝对值符号，函数的有界性这样定义：“如果存在两个数 A 和 B，对一切 $x\in D$ 恒有 $A\leqslant f(x)\leqslant B$，则称函数 $f(x)$ 在 D 内有界”. 可以证明函数的有界性的这两种定义是等价的.

(iv) 函数的周期性. 在周期函数集合中，绝大多数都存在最小正周期. 通常将最小的正周期称为函数的周期或基本周期. 例如 $y=\sin x$，$y=\cos x$ 的周期是 2π，$y=\tan x$，$y=\cot x$ 的周期是 π. 均指它们的最小正周期.

有时判断函数为周期函数，求函数的周期是比较困难的. 但是读者要掌握求函数 $y=A\sin(\omega x+\varphi)$，$y=A\cos(\omega x+\varphi)$ 的周期，求其周期 T_0 的公式为

$$T_0=\frac{2\pi}{|\omega|},$$

其中 $A\neq 0$，$\omega\neq 0$，φ 为常数，且 $x\in \boldsymbol{R}$.

在周期函数集合中，也存在没有最小正周期的非常值的周期函数.

例如狄利克雷(Dirichlet) 函数：

$$D(x)=\begin{cases}1, & \text{当 } x \text{ 为有理数时}, \\ 0, & \text{当 } x \text{ 为无理数时}.\end{cases}$$

任意正有理数 r 都是它的周期.

事实上,对任意 $x\in \boldsymbol{R}$ 有:

当 x 为有理数时,$D(x\pm r)=D(x)=1$;

当 x 为无理数时,$D(x\pm r)=D(x)=0$.

因为正有理数集没有最小的数,所以狄利克雷函数 $D(x)$ 是没有最小正周期的非常值的周期函数. ▌

3. 反函数与复合函数

(1) **反函数**

对于函数 $y=f(x)$,其反函数是否存在,取决于不同的 x 是否对应不同的 y. 一般地说,如果函数

$$f: X\to Y$$

满足:若任给 $x_1\neq x_2$,有 $f(x_1)\neq f(x_2)$,则 f 有反函数,记为

$$f^{-1}: Y\to X \quad (\text{即函数 } x=f^{-1}(y)).$$

习惯上,又把 $y=f(x)$ 的反函数记为 $y=f^{-1}(x)$,此时其定义域 $D_{f^{-1}}=R_f$,值域 $R_{f^{-1}}=D_f$. 称 $f(x)$ 与 $f^{-1}(x)$ 互为反函数,它们的图形关于直线 $y=x$ 对称.

(2) **复合函数**

两个函数复合,实际上就是中间变量介入从自变量到因变量的变化过程. 设有如下两个函数:

$$f: y=f(u), \quad u\in D_f,$$

$$g: u=g(x), \quad x\in D_g.$$

若有 $R_g\subset D_f$,这样就可得复合函数:

$$y=f[g(x)], \quad x\in D_g.$$

由复合函数的定义可知,函数 f 与函数 g 能否构成复合函数 $f[g(x)]$,关键在于第二个函数的值域 R_g 是否包含在第一个函数的定义域 D_f 中.

讲解　关于反函数与复合函数

Ⅰ. 关于反函数

(i) 对于函数 $y=f(x)$ 的反函数的概念，读者可以这样理解：设函数 $y=f(x)$ 的定义域为 D_f，值域为 R_f. 如果对于每一个值 $y\in R_f$，由关系 $y=f(x)$ 可确定唯一值 $x\in D_f$，则得到一个以 y 为自变量，x 为因变量的函数，记作 $x=f^{-1}(y)$，称 $x=f^{-1}(y)$ 为给定函数 $y=f(x)$ 的反函数. 一般习惯上把 x 视为自变量，把 y 视为因变量，因此，将反函数 $x=f^{-1}(y)$ 改写成 $y=f^{-1}(x)$.

函数 $y=f(x)$ 与反函数 $x=f^{-1}(y)$ 的图像，画在同一直角坐标系中两条曲线完全重合，也可以说是同一条曲线；但是，当我们把 $x=f^{-1}(y)$ 中的 x 写成 y，y 写成 x，把 $y=f(x)$ 的反函数改写成 $y=f^{-1}(x)$ 之后，再把 $y=f(x)$ 及 $y=f^{-1}(x)$ 的图像画在同一坐标系中时，$y=f(x)$ 在 x 轴上的量，对于 $y=f^{-1}(x)$ 而言恰巧是 y 轴上数值相等的量，这正是 $y=f(x)$ 与 $y=f^{-1}(x)$ 在同一坐标系中两者图像关于直线 $y=x$ 对称的原因.

(ii) 反函数存在定理告诉我们：严格单调增加(或减少)的函数有反函数. 而有些函数在其定义域内不是单调函数，但它在其子区间上是单调的. 这时，我们就在其单调子区间上讨论它的反函数.

例如，函数 $y=\sin x$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 内不是单调函数，但在 $[-\pi/2,\pi/2]$ 上 $y=\sin x$ 是严格单调增加的，所以它在 $[-\pi/2,\pi/2]$ 上有反函数 $y=\arcsin x$. 反函数 $y=\arcsin x$ 的定义域是 $[-1,1]$，值域是 $[-\pi/2,\pi/2]$.

(iii) 求函数 $y=f(x)$ 的反函数步骤如下：

1° 解出 x，得 $x=f^{-1}(y)$(要求单值，否则认为给定函数在其定义域内没有反函数)；

2° 将字母 x,y 交换位置，得反函数 $y=f^{-1}(x)$.

反函数的定义域、值域分别是给定函数的值域、定义域.

Ⅱ. 关于复合函数

(i) 函数复合是有条件的,对于任意 $y=f(u)$, $u=g(x)$,并不一定能构成复合函数 $y=f[g(x)]$. 例如 $y=\ln u$, $u=\sin x-2$ 就不能构成复合函数 $y=\ln(\sin x-2)$. 因为 $y=\ln u$ 的定义域 $D_f=(0,+\infty)$,而 $u=\sin x-2$ 的值域 $R_g=[-3,-1]$. 在复合函数定义中要求 $R_g\subset D_f$ 才能复合成 $y=f[g(x)]$. 其实也可以放宽一点,只要 $R_g\cap D_f\neq\varnothing$ 就行,也就是说 $u=g(x)$ 的值域 R_g 与 $y=f(u)$ 的定义域 D_f 的交集不是空集,就能构成复合函数

$$y=f[g(x)].$$

例如 $y=f(u)=\sqrt{u}$, $D_f=[0,+\infty)$; $u=g(x)=9-x^2$, $D_g=(-\infty,+\infty)$, $R_g=(-\infty,9]$. 因为 $R_g\cap D_f=[0,9]\neq\varnothing$,所以 $y=f[g(x)]=\sqrt{9-x^2}$ 是关于 x 的复合函数.

(ii) 复合函数的复合过程是由内层到外层,而分解过程是由外层到内层. 例如

$$y=\mathrm{e}^{\arctan\sqrt{x^2+1}}\ \underset{\text{复合}}{\overset{\text{分解}}{\rightleftharpoons}}\ y=\mathrm{e}^w,$$

$$w=\arctan u,\quad u=\sqrt{v},\quad v=x^2+1.$$ ▌

4. 初 等 函 数

(1) *基本初等函数及其性质(图形略)*

1) **常数函数**: $y=C$(C 为常数).

2) **幂函数**: $y=x^\alpha$(α 为常数).

性质 $y=x^\alpha$ 的定义域随 α 值不同而异,但不管 α 的值是多少,它在 $(0,+\infty)$ 内总是有定义的.

当 $\alpha>0$ 时, $y=x^\alpha$ 在区间 $(0,+\infty)$ 是增函数;

当 $\alpha<0$ 时, $y=x^\alpha$ 在区间 $(0,+\infty)$ 是减函数.

3) **指数函数**: $y=a^x$($a>0$, $a\neq1$). 定义域 $D_f=(-\infty,+\infty)$,值域 $R_f=(0,+\infty)$. 当 $a=\mathrm{e}$ 时, $y=\mathrm{e}^x$. **运算性质**有:

$$a^{x_1}\cdot a^{x_2}=a^{x_1+x_2},\quad (ab)^x=a^xb^x,\quad (a^x)^p=a^{xp}.$$