

修订版

高等数学

自考必备

林正国 编著

华东理工大学出版社



Gao den shu xue
zi kao bi bei

高等数学自考必备

(修 订 版)

林正国 编著

华东理工大学出版社

内 容 提 要

本书为准备高等数学自学考试的读者所写。在原书基础上,根据教学大纲需要又进行了修订。

内容力求精炼,论述清晰,完全与高等数学自学考试的要求接轨。

作者在常年数学及辅导实践中,编著的这本书,深受自学人员的欢迎。

本书还可作有关教学人员的参考书。

沪新登字 208 号

高等数学自考必备

(修订版)

林正国 编著

华东理工大学出版社出版发行

上海市梅陇路 130 号

邮政编码 200237 电话 64250306

新华书店上海发行所发行经销

上海新文印刷厂印刷

开本 850×1168 1/32 印张 8.5 字数 221 千字

1999 年 11 月第 1 版 1999 年 11 月第 1 次印刷

印数 1 - 4000 册

ISBN 7 - 5628 - 0766 - 3/0·42 定价:13.00 元

前 言

参加高等数学自学考试的学生多具有较强的求知欲望,特别是在知识经济迅猛发展的今天,学习高等数学参加自学考试的热情更加高涨。但中断了一段时间的在校正规学习后,利用业余时间学习,困难较多。且同类的参考书、辅导书,对许多人来说颇为艰深,难以入门,所选习题又较难,常使读者无从下手,而失去了信心。

我参加多年高等数学自学考试的辅导工作,经长期摸索,在实践中积累了一定的经验,在此基础上,编写了高等数学自考必备一书,经过三年的实用,深受学者的欢迎。

根据教学大纲的需要,在原书基础上此次又作了修订,以适应高等数学自学考试的要求。

本书编写力求简明扼要,例题丰富,和习题一起都有很强的针对性。

本书共计八章。编写方法是每一章分几个重点叙述。每个重点分三部分:内容要点;例题;习题(附答案或解答)。

作者

目 录

前 言

第 1 章	函数及其图形	(1)
第 2 章	极限与连续	(14)
第 3 章	导数与微分	(39)
第 4 章	中值定理与导数应用	(71)
第 5 章	积分	(109)
第 6 章	无穷级数	(169)
第 7 章	多元函数微积分	(202)
第 8 章	微分方程初步	(247)

第 1 章 函数及其图形

(本章在自学考试试题中所占比例约为 5%)

1.1 内容提要

1.1.1 集合的运算

(1) 并 由集合 A 与集合 B 中所有元素汇总构成的集合称为集合 A 与 B 的并, 记为 $A \cup B$ 。

(2) 交 由既属于集合 A 又属于集合 B 的公共元素汇总构成的集合, 称为集合 A 与 B 的交, 记为 $A \cap B$ 。

(3) 补 集合 A 关于集合 B 的补集是指满足:

- ① 集合 A 是集合 B 的一个子集;
- ② 补集中的元素属于 B 但不属于 A 。记补集为 A_B^C , 则

$$A_B^C = \{x \mid x \in B \text{ 且 } x \notin A\}$$

(4) 不含有任何元素的集合称为空集, 记为 ϕ 。

1.1.2 函数的定义, 定义域

(1) 函数是表示一种对应的关系。

(2) 函数有以下四个性质: 单调性、有界性、奇偶性、周期性。

(3) 在确定函数的定义域时要注意:

- ① 在分式中分母不能为零。
- ② 在根式中负数不能开偶次根。
- ③ 在对数中, 真数要大于零。
- ④ 反正弦函数和反余弦函数 $\arcsin x, \arccos x$ 的定义域为

$[-1, 1]$ 。

1.1.3 复合函数、反函数

定义1: 设函数 $y = f(u)$ 的定义域为 $D(f)$, 若函数 $u = \varphi(x)$ 的值域为 $z(\varphi)$, $z(\varphi) \cap D(f)$ 非空, 则称 $y = f[\varphi(x)]$ 为复合函数。 x 为自变量, y 为因变量, u 称为中间变量。

定义2: 设 $y = f(x)$ 是定义在 $D(f)$ 上的一个函数, 值域为 $z(f)$ 。如果对每一个 $y \in z(f)$ 有一个确定的且满足 $y = f(x)$ 的 $x \in D(f)$ 与之对应, 其对应规则记作 f^{-1} , 这个定义在 $z(f)$ 上的函数 $x = f^{-1}(y)$ 称为 $y = f(x)$ 的反函数, 或称它们互为反函数。

习惯上用 x 表示自变量, 用 y 表示因变量。因此我们将 $x = f^{-1}(y)$ 改写为 $y = f^{-1}(y)$, 称为 $y = f^{-1}(y)$ 是 $y = f(x)$ 的反函数。

1.2 例 题

[例1] 设 $A = \{1, 2, 3, 4\}$, $B = \{3, 4, 5, 6\}$

求 $A \cup B, A \cap B$ 。

解: $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

$A \cap B = \{3, 4\}$

[例2] 求 $\{(-1, 2) \cap (0, 2)\} \cup [1, 3]$

解: 上式 = $\{(0, 2)\} \cup [1, 3] = (0, 3]$

[例3] 设集合 $M = \{x \mid -2 \leq x < 4\}$

$N = \{x \mid -1 < x < 6\}$

求 $M \cup N$ 。

解: $M \cup N = \{x \mid -2 \leq x < 6\}$

[例4] 确定函数 $y = \frac{1}{\lg(3x-2)}$ 的定义域。

解: 真数要大于零, $3x - 2 > 0 \quad x > \frac{2}{3}$

分母不等于零, $3x - 2 \neq 1 \quad x \neq 1$

因此 $y = \frac{1}{\lg(3x-2)}$ 的定义域为

$$D = \left(\frac{2}{3}, 1\right) \cup (1, +\infty)$$

[例 5] 确定函数 $y = \arcsin \frac{x-1}{5} + \frac{1}{\sqrt{25-x^2}}$ 的定义域。

$$\text{解: } \left| \frac{x-1}{5} \right| \leq 1 \quad \text{且} \quad 25 - x^2 > 0$$

$$\text{即} \quad |x-1| \leq 5 \quad \text{且} \quad |x| < 5$$

$$\text{即} \quad -4 \leq x \leq 6 \quad \text{且} \quad -5 < x < 5$$

故有 $-4 \leq x < 5$

于是, 给定函数的定义域为 $D = [-4, 5)$

[例 6] 已知函数 $f(x) = \begin{cases} x+2 & 0 \leq x \leq 2 \\ x^2 & 2 < x \leq 4 \end{cases}$

求 $f(x-1)$ 。

解: 在上式中以 $x-1$ 替代 x , 有

$$f(x-1) = \begin{cases} (x-1)+2 & 0 \leq x-1 \leq 2 \\ (x-1)^2 & 2 < x-1 \leq 4 \end{cases}$$

即

$$f(x-1) = \begin{cases} x+1 & 1 \leq x \leq 3 \\ (x-1)^2 & 3 < x \leq 5 \end{cases}$$

[例 7] 判定函数 $f(x) = \ln(x + \sqrt{x^2+1})$ 的奇偶性。

$$\begin{aligned} \text{解: } f(-x) &= \ln(-x + \sqrt{(-x)^2+1}) \\ &= \ln(-x + \sqrt{x^2+1}) \\ &= \ln \frac{(\sqrt{x^2+1}-x)(\sqrt{x^2+1}+x)}{\sqrt{x^2+1}+x} \\ &= \ln \frac{1}{\sqrt{x^2+1}+x} \end{aligned}$$

$$= -\ln(x + \sqrt{x^2 + 1}) = -f(x)$$

因此 $f(x)$ 是奇函数。

[例 8] 确定 $f(x) = \frac{a^x + a^{-x}}{2}$ 的奇偶性。

$$\text{解: } f(-x) = \frac{a^{-x} + a^x}{2} = \frac{a^x + a^{-x}}{2} = f(x)$$

所以 $f(x)$ 是偶函数。

[例 9] 已知 $f(x) = x^2 - 3x + 2$, 求 $f\left(\frac{1}{x}\right)$, $f(x+1)$ 。

解: 分别用 $\frac{1}{x}$, $x+1$ 代替函数关系中的 x 可得

$$f\left(\frac{1}{x}\right) = \left(\frac{1}{x}\right)^2 - 3\left(\frac{1}{x}\right) + 2$$

$$f(x+1) = (x+1)^2 - 3(x+1) + 2$$

[例 10] 设函数 $\varphi(x+1) = \begin{cases} x^2 & 0 \leq x \leq 1 \\ 2x & 1 < x \leq 2 \end{cases}$

求 $\varphi(x)$ 。

解: 在上式的右边写成以 $x+1$ 为自变量的形式,

$$\varphi(x+1) = \begin{cases} (x+1-1)^2 & 1 \leq x+1 \leq 2 \\ 2(x+1-1) & 2 < x+1 \leq 3 \end{cases}$$

故有

$$\varphi(x) = \begin{cases} (x-1)^2 & 1 \leq x \leq 2 \\ 2(x-1) & 2 < x \leq 3 \end{cases}$$

[例 11] 若 $y = \lg u$, $u = 2^x$, 将 y 表示为 x 的函数。

解: $y = \lg 2^x = x \lg 2$

[例 12] 若 $f(x) = 3x^2 + 2x$, $\varphi(t) = \lg(1+t)$, 求 $f[\varphi(t)]$ 。

解: $f[\varphi(t)] = 3(\varphi(t))^2 + 2(\varphi(t))$

$$= 3\lg^2(1+t) + 2\lg(1+t)$$

[例 13] 下列各组函数中, 可以构成复合函数 $f[g(x)]$ 的是

()

- A. $f(u) = \arcsin u$, $u = g(x) = 2 + x^2$
 B. $f(u) = \ln u$, $u = g(x) = 2x - 1 - x^2$
 C. $f(u) = \arccos u$, $u = g(x) = \sqrt{1 - x^2}$
 D. $f(u) = \sqrt{u}$, $u = g(x) = \frac{1}{4x - 4 - x^2}$

仔细分析后可知应选 C。

[例 14] 求函数 $y = \frac{2x-5}{x-3}$ 的反函数。

解：由原式解出 x , 得到

$$y(x-3) = 2x-5, \quad x = \frac{3y-5}{y-2}$$

用 x 作为自变量, y 作为应变量, 就得到反函数

$$y = \frac{3x-5}{x-2}$$

[例 15] 求 $y = x^2$ 的反函数。

解：在 $(-\infty, +\infty)$ 内, $y = x^2$ 不是一一对应的函数关系, 所以它没有反函数, 而在 $(0, +\infty)$ 内, $y = x^2$ 有反函数 $y = \sqrt{x}$; 在 $(-\infty, 0)$ 内, $y = x^2$ 有反函数 $y = -\sqrt{x}$ 。

1.3 习 题

1. 设有集合 $E = \{1, 2, 3, 4\}$, $F = \{1, 2, 5, 6\}$, $H = \{4, 7\}$ 。则 $(E \cup F) \cap H =$

- A. $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ B. $\{4\}$
 C. $\{1, 2, 4, 7\}$ D. $\{\phi\}$

2. 设集合 $E = \{x \mid -1 \leq x < 2\}$, $F = \{x \mid 0 < x \leq 4\}$, 则有 $E \cap F =$

- A. $\{x \mid -1 \leq x < 0\}$ B. $\{x \mid 0 < x < 2\}$
 C. $\{x \mid -1 \leq x \leq 4\}$ D. $\{x \mid 2 < x \leq 4\}$

3. 如果集合 $A = \{x \mid x(x^2-1)=0\}$, 则下列集合中的哪个集合与

A 相等。

A. $\{x \mid x(x+1)=0\}$

B. $\{x \mid x^2(x^2-1)=0\}$

C. $\{x \mid (x-1)(x^2-1)=0\}$

D. $\{x \mid e^x(x^2-1)=0\}$

4. 设集合 $E = \{x \mid x \leq 1\}$, $F = \{x \mid x^2 - 1 < 0\}$ 则有下列关系

A. $E \subset F$ B. $E \supset F$ C. $E = F$ D. $E \cap F = \phi$

5. 设 $M = \{x \mid x^2 - x - 6 > 0\}$, $R = \{x \mid x - 1 \leq 0\}$, 则 $M \cap R =$

A. $\{x \mid x > 3\}$

B. $\{x \mid x < -2\}$

C. $\{x \mid -2 < x \leq 1\}$

D. $\{x \mid x \leq 1\}$

6. 下列集合运算结果为空集的是

A. $\{0, 1, 2\} \cap \{0, 3, 4\}$

B. $\{1, 2, 3\} \cap \{4, 5, 6\}$

C. $\{0, 2, 3, 5\} \cap \{0, 5, 6\}$

D. $\{1, 2, 3\} \cap \{1, 5, 6\}$

7. 下列集合中为空集的是

A. $\{x \mid x < 1, \text{ 且 } x \geq 0\}$

B. $\{x \mid x+1=0\}$

C. $\{x \mid x^2+1=0, \text{ 且 } x \text{ 为实数}\}$

D. $\left\{x \mid x > 0, \text{ 且 } x < \frac{1}{2}\right\}$

8. 下列集合中() 是空集

A. $\{0, 1, 5\} \cap \{-2, 1, 6, \}$

B. $\{x \mid \sin x = 2\}$

C. $\{(x, y) \mid y = x, \text{ 且 } y = 2x\}$

D. $\{x \mid |x| < 1, \text{ 且 } x \geq 0\}$

9. 设集合 $A = \{x \mid 3 < x < 5\}$, $B = \{x \mid x > 4\}$, 则 $A \cup B =$

A. $\{x \mid 4 < x < 5\}$

B. $\{x \mid x > 3\}$

C. $\{x \mid 3 < x \leq 4\}$

D. $\{x \mid x \geq 5\}$

10. 用区间表示满足点集 $\{x \mid 1 < |x-2| < 3\}$ 的是

A. $(-1, 1)$

B. $(3, 5)$

C. $(-1, 5)$

D. $(-1, 1) \cup (3, 5)$

11. 设函数 $f(x) = x^3 - x^2 - 1$, 则 $f[f(1)] =$

A. -1

B. -3

C. 0

D. 1

12. 设函数 $f(x)$ 的定义域为 $[0, 2]$, 则函数 $f(x-1)$ 的定义域是

A. $[0, 2]$ B. $[-1, 1]$ C. $[1, 3]$ D. $[-1, 0]$

13. 下列函数中, 奇函数是

A. $\ln(1+x^2)$ B. e^{-x} C. $x + \sin x$ D. $x \sin x$

14. 下列函数中, 奇函数是

A. $f(x) = -|x|$ B. $f(x) = \sin x \cos x$
C. $f(x) = x^2 - 3x$ D. $f(x) = e^x$

15. 函数 $y = \frac{\sqrt{2x+1}}{2x^2-x-1}$ 的定义域是

A. $(-\infty, -\frac{1}{2}) \cup (-\frac{1}{2}, +\infty)$
B. $(-\frac{1}{2}, +\infty)$
C. $(-\infty, -\frac{1}{2}) \cup (-\frac{1}{2}, 1) \cup (1, +\infty)$
D. $(-\frac{1}{2}, 1) \cup (1, +\infty)$

16. 下列函数中, 奇函数是

A. $\sin x^2$ B. $(x-1)^2$ C. $e^{3x} + x$ D. $x^2 \sin x$

17. 设函数 $f(x) = \begin{cases} \sqrt{9-x^2} & |x| \leq 3 \\ x^2 - 9 & 3 < |x| < 4 \end{cases}$

则它的定义域是

A. $[-3, 4)$ B. $(-3, 4)$ C. $[-4, 4)$ D. $(-4, 4)$

18. 设 $f(x-1) = x^2 + 1$, 则 $f(x_0 + h) =$

A. $(x_0 + h)^2 + 1$ B. $(x_0 + h) - 1$
C. $(x_0 + h)^2 - 1$ D. $(x_0 + h)^2 + 2(x_0 + h) + 2$

19. 函数 $y = \frac{\ln(x+1)}{\sqrt{x-1}}$ 的定义域是

A. $\{x \mid x > -1\}$ B. $\{x \mid x > 1\}$
C. $\{x \mid x \geq -1\}$ D. $\{x \mid x \geq 1\}$

20. 函数 $y = \frac{x-1}{\ln x} + \sqrt{16-x^2}$ 的定义域为

- A. $(0,1)$ B. $(0,1) \cup (1,4)$
C. $(0,4)$ D. $(0,1) \cup (1,4]$

21. 函数 $f(x) = \begin{cases} \sqrt{1-x^2} & |x| \leq 1 \\ x-1 & 1 < |x| < 2 \end{cases}$ 的定义域为

- A. $[-1,1]$ B. $(-2,2)$
C. $(-\infty, -1) \cup (1, +\infty)$ D. $(-\infty, +\infty)$

22. 设 $f(x) = \ln 2$, 则 $f(x+1) - f(x) =$

- A. $\ln \frac{3}{2}$ B. $\ln 2$ C. $\ln 3$ D. 0

23. 若 $f(x-a) = x(x-a)$ (a 为大于 0 的常数), 则 $f(x) =$

- A. $x(x-a)$ B. $x(x+a)$
C. $(x-a)(x+a)$ D. $(x-a)^2$

24. 若 $f(\sin x) = 3 - \cos 2x$, 则 $f(\cos x) =$

- A. $3 - \sin 2x$ B. $3 + \sin 2x$
C. $3 - \cos 2x$ D. $3 + \cos 2x$

25. 设 $f(x)$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 内定义, 则下列函数中必为奇函数的是

- A. $y = |f(x)|$ B. $y = -|f(x)|$
C. $y = c$ D. $y = xf(x^2)$

26. 已知函数 $f(x)$ 的定义域为 $[0,1]$, 则 $f(x+a)$ 的定义域是

- A. $[0,a]$ B. $[-a,0]$
C. $[a,1+a]$ D. $[-a,1-a]$

27. 设函数 $f(x)$ 的定义域是 $[0,4]$, 则函数 $f(x^2)$ 的定义域是

- A. $[-16,16]$ B. $[-2,2]$
C. $[0,16]$ D. $[0,2]$

28. 设 $f(x) = \sin x$, 则 $f\left(-\sin \frac{\pi}{2}\right) =$

A. -1 B. 1 C. $-\sin 1$ D. $\sin 1$

29. 设函数 $f(x) = \begin{cases} |2x+1| + \frac{|x-1|}{x+1} & x \neq -1 \\ 0 & x = 1 \end{cases}$ 则

$f(-2) =$

A. -6 B. 6 C. 0 D. 1

30. 函数 $y = 5\sin(\pi x)$ 的最小周期是

A. 10 B. 2 C. 10π D. 2π

31. 将函数 $f(x) = 2 - |x - 2|$ 表示为分段函数时, $f(x) =$

A. $\begin{cases} 4-x & x \geq 0 \\ x & x < 0 \end{cases}$ B. $\begin{cases} 4-x & x \geq 2 \\ x & x < 2 \end{cases}$

C. $\begin{cases} 4-x & x \geq 0 \\ 4+x & x < 0 \end{cases}$ D. $\begin{cases} 4-x & x \geq 2 \\ 4+x & x < 2 \end{cases}$

32. 设函数 $f(x) = (-1)^{\frac{n(n-1)}{2}} \sin \frac{x}{n}$ (其中 n 是自然数), 则

$f(x)$ 是

A. 无界函数 B. 有界函数
C. 单调函数 D. 以 2π 为周期的函数

33. 在 R 上, 下列函数中为周期函数的是

A. $\sin x^2$ B. $\sin 2x$ C. $x \cos x$ D. $\arcsin x$

34. 下列各对函数 y_1, y_2 表示相同关系的是

A. $y_1 = f(x), y_2 = f(t)$ B. $y_1 = f(x), y_2 = g(x)$

C. $y_1 = f(x), y_2 = \varphi(x)$ D. $y_1 = f(x), y_2 = \psi(x)$

35. 下列函数中, 表达式为基本初等函数的是

A. $y = \begin{cases} 2x^2 & x > 0 \\ 2x+1 & x < 0 \end{cases}$ B. $y = 2x + \cos x$

C. $y = x$ D. $y = \sin \sqrt{x}$

36. 设函数 $f(x) = \begin{cases} x & x > 0 \\ -x & x < 0 \end{cases}$ 则 $f(0)$

A. $= -1$

B. $= 0$

C. $= 1$

D. 无定义

37. 设函数 $f(x) = |1 + x| + \frac{9(x-1)}{|2x-5|}$, 则 $f(-2) =$

A. 4

B. 8

C. -2

D. -4

38. 下列函数中为单调函数的是

A. $x^2 - x$

B. $|x|$

C. e^{-x}

D. $\sin x$

39. 已知 $f(x+1) = x^2$, 则 $f(x) =$

A. x^2

B. $(x+1)^2$

C. $(x-1)^2$

D. $x^2 - 1$

40. 设函数 $f(x)$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 内有定义, 下列函数中必为奇函数的有

A. $y = -|f(x)|$

B. $y = xf(x^2)$

C. $y = -f(-x)$

D. $y = f(x) + f(-x)$

41. 函数 $f(x) = 3 + 2\cos x$ 的值域是

A. $[2, 4]$

B. $[1, 5]$

C. $[-1, 1]$

D. $[-2, 2]$

42. 函数 $y = \sin \frac{1}{x}$ 是定义域内的

A. 周期函数

B. 单调函数

C. 有界函数

D. 无界函数

43. 函数 $y = x(1 + \cos^3 x)$ 的图形对称于A. ox 轴B. 直线 $y = x$

C. 坐标原点

D. oy 轴

44. 设函数 $f(x) = \begin{cases} 1 & 0 \leq x \leq 1 \\ 2 & 1 < x \leq 2 \end{cases}$

则函数 $g(x) = f(2x) + f(x-2)$

A. 无意义

B. 在 $[0, 2]$ 上有意义C. 在 $[0, 4]$ 上有意义D. 在 $[2, 4]$ 上有意义45. 设 $f(x) = \ln x$, 且函数 $\varphi(x)$ 的反函数 $\varphi^{-1}(x) =$

$$\frac{2(x+1)}{x-1}, \text{ 则 } f[\varphi(x)] =$$

$$A. \ln \frac{x-2}{x+2}$$

$$B. \ln \frac{x+2}{x-2}$$

$$C. \ln \frac{2-x}{x+2}$$

$$D. \ln \frac{x+2}{2-x}$$

46. 函数 $y = \lg(x-1)$ 在下列哪个区间内是有界的

$$A. (1, +\infty)$$

$$B. (2, +\infty)$$

$$C. (1, 2)$$

$$D. (2, 3)$$

47. 函数 $y = a^x$ 与 $y = \log_a x (a > 0, a \neq 1)$ 的图形是

A. 关于原点对称

B. 关于 x 轴对称

C. 关于 y 轴对称

D. 关于直线 $y = x$ 对称

48. 下列函数中, 表达式为基本初等函数的是

$$A. y = \begin{cases} 2x^2 & x > 0 \\ 2x+1 & x < 0 \end{cases}$$

$$B. y = 2x + \cos x$$

$$C. y = x$$

$$D. y = \sin \sqrt{x}$$

49. 函数 $y = 1 + x + x^2 + \cdots + x^n (n \in N)$ 为

A. 基本初等函数

B. 复合函数

C. 初等函数

D. 分段函数

50. 设 $f(x) = x^2, \varphi(x) = 2^x$, 则 $f[\varphi(x)] =$

$$A. 2^{x^2}$$

$$B. x^{2^x}$$

$$C. x^{2^x}$$

$$D. 2^{2^x}$$

51. 已知 $f(x) = \ln x + 1, g(x) = \sqrt{x} + 1$, 则 $f[g(x)] =$

$$A. \ln(\sqrt{x} + 1) + 1$$

$$B. \ln \sqrt{x} + 2$$

$$C. \sqrt{\ln(x+1)} + 1$$

$$D. \ln \sqrt{x} + 1$$

52. 设函数 $f(x) = \frac{1-x}{x}, g(x) = 1+x$, 则 $f[g(x)] =$

$$A. \frac{1}{x}$$

$$B. -\frac{x}{1+x}$$

$$C. \frac{2x-1}{1-x}$$

$$D. 2+x$$

53. 设函数 $f(x) = \frac{x}{x-1}$, 则当 $x \neq 1$ 且 $x \neq 0$ 时, $f\left(\frac{1}{f(x)}\right) =$

$$A. \frac{x-1}{x}$$

$$B. \frac{x}{x-1}$$

$$C. 1-x$$

$$D. x$$

54. 用区间表示满足不等式 $|x| > |x - 2|$ 所有 x 的集合是

- A. $(-1, 1)$ B. $(1, +\infty)$
C. $(-\infty, 1)$ D. $(-\infty, +\infty)$

55. 与不等式 $\left|5 - \frac{1}{x}\right| < 1$ 等价的区间是

- A. $[4, 6]$ B. $\left(\frac{1}{6}, \frac{1}{4}\right)$
C. $\left[\frac{1}{6}, \frac{1}{4}\right]$ D. $(-2, 4)$

56. 函数 $y = \frac{x+2}{x-1}$ 的反函数是 $y =$

- A. $\frac{x+2}{x-1}$ B. $\frac{x-2}{x+1}$
C. $\frac{2(x+1)}{x-1}$ D. $\frac{x+1}{x-1}$

57. 函数 $y = e^x - 1$ 的反函数是

- A. $y = \ln x + 1$ B. $y = \ln(x + 1)$
C. $y = \ln x - 1$ D. $\ln(x - 1)$

58. 设 $f(x) = \frac{1-3x}{x-2}$ 与 $g(x)$ 的图形关于直线 $y = x$ 对称,

则 $g(x) =$

- A. $\frac{1+2x}{x+3}$ B. $\frac{1-3x}{x-2}$ C. $\frac{x+3}{1+2x}$ D. $\frac{x-2}{1-3x}$

59. 函数 $y = \log_2 2 + \log_4 \sqrt{x}$ 的反函数是

- A. $y = 2^{x-1}$ B. $y = 2^{2x-1}$
C. $y = 4x - 1$ D. $y = 4^{2x-1}$

60. 函数 $y = \pi + \arctan \frac{x}{2}$ 的反函数是

- A. $y = 2 \tan(x - \pi)$ $\left(\frac{\pi}{2}, \frac{3}{2}\pi\right)$
B. $y = \tan \frac{x}{2}$ $\left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$