

大学基础物理推荐教材

# 大学基础物理实验

(力学、热学及分子物理分册)

刘子臣 编著

大学基础物理实验

刘子臣 编著



DAXUE JICHU WULI SHIYAN

南开大学出版社

**图书在版编目(CIP)数据**

大学基础物理实验/刘子臣编著. —天津:南开大学出版社,2001.4  
ISBN 7 310-01522-3

I. 大… II. 刘… III. 物理-实验-高等学校-教材 IV. 04-33

中国版本图书馆CIP数据核字(2001)第03225号

**出版发行** 南开大学出版社

地址 天津市南开区卫津路94号

邮编 300071 电话 (022)23508542

**出版人** 肖占鹏

**承印** 河北永清第一胶印厂印刷

**经销** 全国各地新华书店

**版次** 2001年4月第1版

**印次** 2001年4月第1次印刷

**开本** 787mm×1092mm 1/16

**印张** 14.5

**字数** 365千字

**印数** 1—3000

**定价** 21.00元

## 内 容 提 要

本书包括大学基础物理实验的第1篇预备知识、第2篇“力学部分”16个实验和第3篇“热学与分子物理部分”16个实验。

在第1篇的编写中特别注意了国际四大权威组织及我国对测量不确定度的规定，并把它作为测量和数据处理的依据。在第2篇和第3篇的编写中则注意了由浅入深、循序渐进的原则，几乎每个实验都设置了考查题、思考题及参考题，以便读者预习、复习及提高。

本书可供综合大学甲类及乙类物理本科各专业作为基础物理实验课程的教材，也可供高等师范院校及工科院校的有关课程作为教学参考，从事计量工作的人员也可将其作为参考书。

# 编者的话

本书是根据南开大学物理科学学院（原物理系）多年使用的《力学实验讲义》和《热学与分子物理实验》编撰而成的。它包括第1篇绪论（预备知识）、第2篇力学部分和第3篇热学与分子物理部分共32个实验题目。这些题目，最初是由力学实验室和热学实验室各位同仁谭华铮、陈民泰、张棣亭、郭祖隆、刘伯和、李训谱、李慧英、崔宝琛等同志集体编写的。这32个实验中，有相当数量的仪器装置是我们自己设计制作或改进的，比如：气垫转盘装置、粘滞计、线胀仪及导热仪等是分获各级奖项或专利的，颇有南开大学自己的特色，而且所有实验均经物理、生物、化学、数学、环科及临床医学等各专业本科生亲手做过多次，是比较成熟的实验。

近十几年来，编者集力学和热学实验室全体同仁之教学经验并反复修改过三次。特别是本书初稿完成后，谭成章教授仔细审核、修改了一遍，提出了许多宝贵的意见和建议。在定稿过程中，谭先生又给予了耐心的指导和帮助。在此，对谭先生和各位同仁表示特别诚挚的谢意。

在本书插图的制作过程中，朱箭教授、黄培忠副教授、李训谱副教授、张万光、陈平、徐音等同志曾给予了很多帮助，特在此致谢。

同时，在此向曾对本书所列题目作过贡献的沙志强、郑建亚等工程师表示谢意。

本书的审定也是由谭成章教授负责完成的；本书的问世得到了南开大学出版社的热心支持与合作。在此一并向他们表示由衷的感谢。

最后，由于编者水平所限，书中肯定有不少不当乃至错误之处，恳请读者提出批评指正。

编者  
2001年1月

# 目 录

第 1 篇 绪论 (预备知识)	1
§ 1 物理实验的意义、目的和基本要求	1
§ 2 测量的基本概念及读数规则	3
§ 3 测量不确定度	5
§ 4 均匀分布理论、直接测量中 B 类标准不确定度的估计	27
§ 5 合成标准不确定度、间接测量标准不确定度的估计	32
§ 6 实验数据处理方法	44
§ 7 有效数字及其运算法则	54
练习题	58
小结	60
第 2 篇 力学部分	62
实验 1 长度测量	62
实验 2 密度的测量	68
实验 3 用单摆测定重力加速度	75
实验 4 用自由落体仪测定重力加速度	79
附录 1 数字毫秒计	81
实验 5 速度加速度的测量	83
附录 2 气垫导轨简介	87
实验 6 碰撞	89
实验 7 考察机械能守恒定律	93
实验 8 用伸长法测定金属丝的杨氏模量	94
实验 9 弦振动	99
实验 10 简谐振动与阻尼振动	103
实验 11 用共鸣管测声速	109
实验 12 用气垫转盘验证刚体转动定律	112
附录 3 气垫转盘简介	115
实验 13 用气垫转盘验证平行轴定理	117
实验 14 用气垫转盘验证角动量守恒定律	121
实验 15 扭摆	125
实验 16 在引力和斥力场中运动物体的能量转换和受力情况	128
第 3 篇 热学与分子物理部分	132
实验 17 用定容空气温度计校准液体温度计	135
附录 4 国际实用温标	140
实验 18 用混合量热法测定冰的熔解热	141
实验 19 用电功量热法测定水的比热容	146

实验 20	用混合量热法测定金属的比热容	151
实验 21	用混合量热法测定绝缘体的比热容	155
实验 22	导热系数的测定	159
实验 23	固体线膨胀系数的测定	169
实验 24	用焦利氏秤测定液体的表面张力系数	172
实验 25	用毛细管法测定液体的表面张力系数	177
实验 26	用毛细管法测定液体的粘滞系数	181
附录 5	倾斜圆管的泊肃叶公式及压力差的计算	185
实验 27	用落球法测定液体的粘滞系数	187
实验 28	测定空气的比热容比	190
实验 29	真空的获得与测量	194
实验 30	布朗运动的观测	203
实验 31	有机物凝固温度的测定	209
实验 32	盐类结晶过程的观察	212
附表 1	水在不同压强下的沸腾温度	215
附表 2	水在不同温度下的比热容	216
附表 3	一些物质的定压比热容	216
附表 4	一些物质的密度	217
附表 5	一些物质的导热系数 $k$	219
附表 6	一些固体的线膨胀系数 $\alpha$	219
附表 7	几种液体的体膨胀系数 $\beta$	220
附表 8	水在不同温度下的粘度 $\eta$	220
附表 9	乙醇在不同温度下的粘度	221
附表 10	几种液体的粘度	221
附表 11	水在不同温度时与汽相分界面的表面张力系数 $\alpha$	221
附表 12	几种常用温差热电偶的特性	222
附表 13	基本物理常数 (1986 年国际推荐值)	223

# 第 1 篇 绪论（预备知识）

本篇所叙述的内容，是做好实验、正确处理数据，乃至进行简单的实验设计所必需的预备知识。它包括：普通物理实验课的目的及基本要求，测量基本概念与读数规则，有效数字的基本概念及其运算法则，误差的基本概念、基本理论及其应用，测量不确定度的基本概念及其评定方法，测量结果的正确表达以及数据处理的基本方法——列表法、作图法、逐差法、环差法和最小二乘原理。其中，测量不确定度的基本概念及其评定方法是最基本、最重要的。本篇对于系统误差的处理方法做了比较深入的讨论，因为它不仅需要比较深厚的理论知识，而且需要丰富的实践经验，所以，希望结合每个具体实验循序渐进，逐步学习掌握。

应该指出，本篇只对测量不确定度的估计方法提出一般规格化的要求，而在实际运用中，尚需通过学习，不断积累实践经验，逐步做到融会贯通，同时针对具体实验的条件进行具体分析。因此，在阅读有关参考书目时，应区别某些具体提法上的不一致，并用自己所学知识给予分析。在一般情况下，进行数据处理及对测量不确定度进行估计时，应以本篇的要求为依据。

本篇涉及内容较多，也很重要，希望同学们结合实验反复练习，做到全面掌握。

## § 1 物理实验的意义、目的和基本要求

### 一、物理学是实验科学

物理学是一门重要的基础科学，同时又是一门实验性很强的科学。物理学发展史表明：实验是物理学发展的基础，又是检验物理理论的标准。这就是说，物理学的两种研究方法都离不开科学实验。其一就是实验研究方法，亦称归纳法。它是以实验事实为依据，经过去粗取精、去伪存真的分析，并加以概括和总结，归纳出带有普遍意义的规律，建立物理学的理论。落体运动规律的发现和重力加速度概念的确立，法拉第电磁感应定律的提出，麦克斯韦电磁波理论的创立，以及人们对于光的波粒二象性的认识过程，都是从科学实验中获得新发现的例证。其二就是理论研究方法，亦称演绎法。它是在充分运用各种数学工具的基础上，通过一系列的推理、演绎过程，作出科学的预言或假设，发现新的物理规律。但是这些理论研究课题的提出仍需要实验事实做依据，这些预言、假设的正确性也必须通过实验去检验，才能为人们所公认而载入物理学发展的史册。爱因斯坦在他的狭义相对论中预言的质能关系 ( $E=mc^2$ )，在几十年后的原子物理实验中得到了证明；李政道、杨振宁以  $K$  介子衰变的实验事实为依据提出在弱相互作用中宇称不守恒的理论，为吴健雄以  $^{60}\text{Co}$   $\beta$  放射实验所证明。上述都是理论研究方法离不开科学实验的有力证据。

应该说，物理实验在物理学的创立和发展中占有十分重要的地位，实验的好坏直接关系到物理学的命运。随着科学技术的发展，物理实验越做越精，愈做范围愈宽广。许多物理学的新思想，许多边缘科学的新理论正等待着未来的物理学工作者去揭示，去创立。因此，我们不仅应该学习到丰富的理论知识，而且必须具备足够的现代科学实验的能力。

## 二、物理实验课的目的及基本要求

普通物理实验是物理实验的基础，而力学实验则是学生接受实验训练的开端。所谓实验，就是利用科学仪器或设备，在人为的条件下对所研究的自然现象进行复制和模拟的过程。可见，做实验与听课、看书、做习题大不相同，实验时，要面对比较错综复杂的物理现象及各种仪器设备，不仅要动脑思维，而且还应亲自动手解决各种问题。因此，物理实验课可以使学生在如何运用理论知识、实验方法及实验技术解决科技问题方面受到必要的、基本的训练，可以培养学生严谨的科学态度、科学作风及辩证唯物主义世界观，可以提高学生的独立操作能力、科学思维能力、灵活性及创造力。为了达到上述目的，学生应该把握学习的主动权，认真做好每一个实验。物理实验课是学生在教师指导下独立进行的教学环节，根据这一特点，我们将该教学环节的进行程序归结为下列“三步曲”。

### 1. 课前预习

课前预习是确保学习主动的措施之一。学生应善于发挥自己的主观能动性，充分利用实验室的开放时间，按讲义要求对照实物进行预习，了解装置、仪器或设备的结构特点、调节或安装方法、操作步骤或规程及使用注意事项；在明确实验目的和要求、方法原理的基础上，拟定实验步骤提纲：如观察什么现象，测量哪些物理量，何时测量，怎样测量，关键问题何在及如何去解决等；为便于课堂实习顺利进行，应拟定数据记录表格；每个实验的考查题可以引导学生预习，因此必须认真考虑或回答。能力较强的学生，还应努力地去理解某些仪器或某些实验的设计构思。上述基本要求，应在实验记录本上写出书面预习报告备查，此项考核约占整个实验的 20%。

### 2. 课堂实习

学生要有意识地培养良好的实验习惯，进实验室后，应自觉遵守实验室规则；认真听取教师的指导，回答教师的提问；记录实验日期及环境条件；清点实验仪器、用具，如发现仪器缺损或故障应及时报告指导教师，不准自行调换。实验中，应能较好地控制实验过程，正确使用仪器设备，有条理地进行实验操作，仔细观察实验中可能发生的一切物理现象，及时而准确地测量并记录数据。实验后，应将数据交教师审阅，经教师认可后再将仪器装置复原。若仪器装置出现故障，应力争自己动手排除，或留心观察教师怎样判断仪器的故障原因，以及如何解决或修复。能否发现仪器的故障及修复仪器是实验能力强弱的一个重要表现，学生要在学习中逐步学习和提高。对一个学生课堂实验的考核，重在考核其科学素养、独立操作能力及分析解决实际问题的能力，此项约占整个实验的 40%。

### 3. 实验报告

书写实验报告是学生对课堂实习进行总结、巩固、提高和深化的过程，应独立完成。要珍惜自己的劳动成果，认真地写出有确实根据的书面报告，要有实事求是的科学态度，不得拼凑数据。当测量结果欠佳时，要根据不确定度理论，从实验方法、实验条件、实验仪器是否存在故障等进行分析，找出原因，逐步学会分析实验。实验报告要求字迹清楚、图表正确、语句通顺、表达准确，以逐步培养分析、概括、总结的能力。



实验报告的格式如下：

(1) 实验名称；(2) 实验目的；(3) 实验仪器、用具（必要时注明规格型号及仪器编号）；(4) 实验原理简述（用自己的语言扼要说明实验所依据的原理和公式）；(5) 数据处理（包括原始数据及处理表格、实验曲线、主要演算步骤及正确表述结果）；(6) 回答教师指定的思考题；(7) 问题讨论（包括实验过程中观察到的异常现象及可能的解释、对实验结果的分析、对实验装置和实验方法的建议及心得体会等）。

此项考查，主要依据书面报告，约占整个实验的 40%。

## § 2 测量的基本概念及读数规则

物理学分析研究自然界各种现象的方法是：首先观察分析现象，从中寻找具有大小的要素，然后用这些要素之间的数量关系来表示现象。这些具有大小的要素就叫做物理量（或简称量），而且物理定律一般可用物理量之间的数量关系来表达。物理量的量值一般是由一个数乘以测量单位所表示的特定量的大小，有些量（如力、速度、电场等）除用数值和单位表示其大小（强弱）之外，还要考虑其方向。如果是通过实际测量而得的量，还必须标明测量不确定度的大小。即凡是通过实验测得的量（除个别无单位常数外）都必须用数值、单位和测量不确定度三者来表示，有的还要注明方向。

物理实验中的主要内容之一就是进行观测。所谓“观”，就是认真观察实验中可能出现的各种物理现象，以便认识其规律。所谓“测”，就是定量地测出各物理量的数值。观察往往只能对物理现象作定性的分析，只有通过定量测量，得到各物理量，并找出它们之间的数量关系，才能对各种物理现象有深刻的、规律性的认识。可见，测量在物理实验中占有较重要的地位。

### 一、测量

测量是将预定的标准与未知量进行定量比较的过程和结果。为了使测量结果具有一定的意义，在测量过程中必须满足如下两个条件：(1) 预定的标准必须是精确的已知量，并为人们所公认；(2) 用以进行这种定量比较的仪器设备和程序必须能被证明是正确的。

进行测量时，观测者对确定的测量对象，必须利用适当的测量装置、仪器或设备，并运用正确的测量方法。而且一切测量必定在以多种物理因素为特点的、可能对测得值产生影响的一定测量条件下进行。我们把观测者、测量对象、测量仪器、测量方法及测量条件统称为测量要素。例如学生用螺旋测微器测定钢球的体积。观测者即学生，测量对象是钢球，测量仪器为螺旋测微器，测量方法是以螺旋测微器顶砧间所实现的间隙直接与钢球直径进行比较，并依直径的测得值按照球体的体积公式计算钢球的体积，而测量条件则可表现为周围环境的温度、室内的照明程度等。

由上例可见，物理量的测量有两种基本类型：直接测量和间接测量。

#### 1. 直接测量

直接测量就是将待测量与基准或标准直接进行比对，从而直接读出待测量是标准单位的多少倍。为了进行统一的定量比较，国际计量组织对基本物理量的计量单位都做了明确规定

(表 1), 人们依据这些标准制成按一定单位刻度的工具、仪器或仪表, 以便直接读取待测量的数值。例如: 用米尺测量长度, 天平称衡质量, 秒表测定时间间隔, 以温度计测定温度, 安培表测定电流, 光度计测定光强度等均系直接测量。当我们对某个物理量进行直接测量时, 可根据实际需要和可能, 进行单次测量、相同条件下的多次测量或人为改变实验条件反复测量多次。所谓相同条件是指观测者、所用仪器、测量原理和方法及外部环境等宏观条件相同。

表 1 国际制 (SI) 基本单位、辅助单位

	物理量	单位名称	单位符号	定义
基 本 单 位	长度	米	m	米是光在真空中于 $1/299792458$ (s) 时间间隔内所经路程的长度
	质量	千克	kg	1kg 等于国际千克原器的质量
	时间	秒	s	1s 相当于 $^{123}\text{Cs}$ 原子基态两个超精细能级之间跃迁所对应辐射的 $9.192\ 631\ 770 \times 10^9$ 个周期的持续时间
	温度	开 (尔文)	K	1K 是水三相点热力学温度的 $1/273.16$
	电流	安 (培)	A	强度相等的恒定电流通过真空中相距 1 米的两根无限长且圆截面可忽略的平行直导线时, 若此两导线间每米长度上产生的力为 $2 \times 10^{-7}\text{N}$ , 则称此电流强度为 1A
	物质的量	摩 (尔)	mol	1mol 是某物质系统的量, 该系统中所含的结构粒子 (原子离子分子等) 数与 $1.2 \times 10^2\text{kg}$ 的 $^{12}\text{C}$ 所含的原子数相等
	光强度	坎 (德拉)	cd	1Cd 是一光源在给定方向上的发光强度, 该光源发出频率为 $5.40 \times 10^{12}\text{Hz}$ 的单色辐射, 且在此方向上的辐射强度为 $1/683$ ( $\text{W}\cdot\text{Sr}^{-1}$ )
辅 助 单 位	平面角	弧度	rad	1rad 是一圆内两条半径之间的平面角, 这两条半径在圆周上所截弧长与半径相等
	立体角	球面度	Sr	球面度是一立体角, 其顶点位于球心, 它在球面上所截取的面积等于以球半径为边长的正方形的面积

## 2. 间接测量

对于一些没有提供直接读数仪表的物理量, 可以利用它与另外一些可直接测出的物理量之间的函数关系间接求取, 这种测量称为间接测量。例如: 为测定直线运动物体的平均速度, 可以直接测量物体运动的路程  $s$  及通过这段路程所经历的时间  $t$ , 然后, 由平均速度的定义式  $v=s/t$  计算求出。为测定当地的重力加速度, 我们可以采用单摆装置, 直接测出单摆的摆长  $l$  及摆动周期  $T$ , 而依单摆的周期公式求出:  $g=4\pi^2 l/T^2$ 。

应该指出, 为了确定实验手段或方法的可行性, 为了检验实验仪器或装置的稳定性、重复性, 为了判断实验结果的可靠性, 为了验证物理规律的正确性, 对间接测量量, 往往不仅应该在宏观条件基本相同的情况下进行多次重复测量, 而且需要人为地改变环境条件、变更测量仪器、变换测量方法、重选实验参量乃至调换观测者, 反复测量多次。

通常的实验过程, 几乎都是直接测量一些物理量, 或通过物理量间已知的函数关系求出

另外的物理量，或通过分析、概括和总结发现各物理量间规律性的联系。

## 二、读数规则

综上所述，一切物理测量最终将转化为对某些物理量的直接测量。测量必须读数。因此，为了做好实验，获得可靠的测量数据，除了应该养成良好的读数习惯、尽量减小视差之外，采取正确的读数方法是十分重要的。因为仪器的可读度取决于采用模拟显示的仪表和观测者，所以，当对观测者提出正确的读数要求时，也应区别不同仪器。现分述如下：

1. 对于一般线性刻度的仪器仪表（连续式的），应估读至其分度值的十分之几。例如米尺，其分度值为 1mm，读数时则应估读至十分之几毫米。这是因为，在生产此类仪器时，所允许实现的最小分度值应略大于该仪器的不确定度，一般约为 1~2 倍。另一方面，这种规定也容易为正常人眼睛的分辨能力所接受。此外，实际上它包括了对于那些刻度较密、指针又较粗或被观测物与刻度容易造成视差的仪器可读至其分度的 1/2 之规定，但又不排除可以对其估计得更仔细些。本规则不推荐估读至其分度值的 1/3、1/4 等做法，因为它会带来不必要的麻烦。

2. 对于下列几种类型的仪器仪表，一般不进行或不可能估读：

(1) 对于非线性刻度的仪器仪表一般不要求估读。例如热电偶真空计的计示压力读数。

(2) 对于不确定度与分度值非常接近的仪器，进一步估计其读数将无实际意义。例如游标卡尺（属两点式分布），其游标与主尺的滑动配合存在间隙，测量时由于两侧压力不均，可使其间产生角误差，而游标与主尺的内卡及外卡量爪均不满足阿贝（Abbe）原则（即测量点的工作线应位于线纹尺的延长线上），由此产生的不确定度已可与其分度值相比拟，所以，对其无须做进一步估计。

(3) 对于示值产生跳变的仪表（不连续式的），读数时不可能进行估计。例如：数字显示仪表，只能读出其显示器上所记录的数字；当该仪表对某稳定的输入信号表现出不稳定的末位显示时，则表明该仪表的不确定度可能大于末位显示的  $\pm 1$ ，此时可记录一段时间间隔内的平均值。又如：机械停表摆轮的擒纵叉是突变的，无论何时启动或止动停表，由齿轮驱动的指针示值终将与摆轮半周期的整数倍所代表的时间相对应，而且要求仪器的设计者或制造厂商在设计表盘分度时必须与摆轮的半周期相吻合，所以，对机械停表只能读出其分度值。电动停表的分度值与其交流电源的半周期相对应，因此也只能读出其分度值等。

应该指出，掌握上述读数规则十分重要，通过后面的讨论将会发现：仪器、仪表读数的末位即读数误差所在的一位，它将直接关系到对测量不确定度的估计。

## § 3 测量不确定度

如前所述，在报告物理量的测量结果时，凡是通过实验测得的量（除个别无单位常数外）都必须用数值、单位和测量不确定度三者来表示，有的还要注明方向。

对于测量数据的处理、测量结果的表达，自数学家高斯研究误差分布以来的一个世纪中，经过无数的数学家和物理学家们的研究，得出了多种误差表示方法及相应的理论。长期以来，各个国家及不同学科间有不同的看法和规定，有关术语的定义也很不统一，其多义性往往使

人们有莫衷一是之感，影响了国际间的交流和对各种成果的相互利用。因此 20 世纪七八十年代，国际计量局（BIPM）、国际电工委员会（IEC）、国际标准化组织（ISO）和国际法制计量组织（OIML）等四大权威计量组织为协调国际工商业测量误差表达的一致性，进行了十余年多方面的协同研究，终于与国际临床医学联合会（IFCC）、国际理论与应用化学联合会（IUPAC）、国际理论与应用物理联合会（IUPAP）等七个国际组织协调一致，按国际计量局提出的《实验不确定度的规定建议书 INC-1（1980）》制定了协调的、具有国际指导性的《测量不确定度表达指南（GUM）》（Guide to Expression of Uncertainty in Measurement）（Guide 亦可译为“导则”）。1992 年发表的这个“指南”的一些基本概念是国际、国内各界表达测量不确定度最具权威性和指导性的论述。我国也明令自 1992 年 10 月 1 日起将其作为技术规范，因此我们的实验中也相应采用。

本节首先介绍测量不确定度的基本概念，然后讨论与测量不确定度有关的重要概念——误差，误差的分类及表示方法，系统误差的发现、估计及处理方法，随机误差的统计分布，进而引出测量不确定度的估计方法，最终达到能够科学、准确、规范地表述测量结果的目的。

## 一、测量不确定度的基本概念

四大权威组织提出的测量不确定度（uncertainty of measurement）定义为：表征被测量的真值所处的量值范围的评定，是用以表述测量结果分散性的参数。

测量不确定度可理解为测量结果有效性的可疑程度或不肯定程度，从统计意义上来理解，它是待测量真值所处范围的估计。事实上，在实际实验中，由于各种物理因素（例如测量五要素）的影响，不仅间接测量，而且直接测量，即使多次测量所得到的测得值，都不可能必然地落在真值上，也就是说测量结果具有分散性，这个用以表述测量结果分散性的参数就是测量不确定度。

测量不确定度一般包含许多分量，其中一些分量可根据测量列结果的统计分布进行评定，并可用实验标准偏差表征。当测量不确定度用实验标准偏差估计时，称为标准不确定度（standard uncertainty）。如果标准偏差的估计值是由对一系列测得值直接进行统计分析得到的，则称其为 A 类标准不确定度（type A standard uncertainty）或标准不确定度的 A 类评定。其他分量只能根据经验或其他信息（例如计量器具的鉴定证书、标准、技术规范、手册上所提供的数据以及国际上所公布的常量或常数等）进行评定，它不同于对一系列测得值进行统计分析运算所得到的标准偏差估计值，被称为 B 类标准不确定度（type B standard uncertainty）或标准不确定度的 B 类评定。

因为间接测量的测得值是由若干直接测量的测得值通过一定的函数关系求出的，所以其标准不确定度应由合成标准不确定度（combined standard uncertainty）表示。

## 二、误差基本概念、分类及其表示法

### 1. 误差定义与误差公理

误差是与测量不确定度有关的一个十分重要的概念。由于认识能力不足和科学技术水平的限制，仪器制造不可能十分精确，观测者的测量方法和技能技巧也会不同程度地受到主、客观条件的影响；由于外界环境条件的干扰，仪器的使用条件不易得到完全满足，物理量本身客观存在的真值也会发生变化；由于任何理论公式都是建立在一定理论或一定条件基础上

的抽象和简化，而实际测量都是在一定的、比理想模型复杂得多的客观环境中进行；因此，每一个测量要素对物理量的测得值均可能产生影响，使其与真值之间不可避免地产生差异。

我们把测得值（ $x$ ）与被测量的真值（ $a$ ）之差叫做误差。据定义，测得值  $a$  的误差可表示为：

$$\delta_x = x - a \quad (1)$$

作为测量对象的特定量称为被测量。由测量所得到的并赋予被测量的值称为测得值。被测量客观存在的真实值简称真值，它是一个理想化的概念，理论上只有通过符合定义的、完美无瑕的或无系统误差的无限次测量才有可能得到。对于给定目的具有一定不确定度的、赋予特定量的值称为约定真值。常用的约定真值有：国际计量会议约定的值或公称值（如基本物理常数、基本单位标准），经高级仪器校验过的计量标准器的量值等。例如国际千克原器的质量为国际计量学约定真值，经检定，我国现在使用的国家千克副基准（No: 61<sup>#</sup>）质量为 1.000 000 271 kg，则称该副基准的质量误差为：

$$\delta_m = 1.000\ 000\ 271 - 1 = 0.000\ 000\ 271\ \text{kg}$$

可见，误差存在于一切测量过程的始终，这一事实已为一切从事科学实验的人们所公认，故称之为误差公理。

## 2. 误差分类

测量误差作为一个整体决定于所有的误差源。只是为了研究方便，才根据误差的性质及产生原因将它们分为两大类：系统误差和随机误差。

(1) 系统误差：它是测量误差的系统部分，被定义为：在相同条件下多次测量同一量时，误差的绝对值和符号恒定，或在条件改变时按某一确定规律变化的误差。

系统误差主要来源于以下几个方面：

① 仪器误差：这种误差是由于仪器的制造公差或未按确定条件使用所致。例如：天平两臂不严格相等，米尺刻度不均匀，水银温度计毛细管内径不均匀，螺旋测微器零点不准，放大器的非线性等。仪器的规定使用条件是指外界影响因素对仪器的计量特性影响不大的一个允许范围。当在规定条件下使用时，只引入仪器的基本误差；如果仪器应有的水平度或垂直度得不到保证，或超出了仪器对温度、湿度、气压的允许范围；不按照规定的电源电压及频率供电等，即不按规定条件使用仪器就会导致新的测量误差（附加误差）（如：规定 20℃ 使用的标准电池在 30℃ 时使用等）。实际上，仪器误差还包括随机部分，后面的讨论将指出，当仪器的已定系统误差被消除后，其随机误差部分，或其未定系统误差部分均按随机误差的方法进行处理（§ 3.4）。

② 方法理论误差：它是由于测量所依据的理论公式本身的近似性，或测量条件不能满足理论公式所规定的要求，或测量方法有缺点所带来的误差。例如：单摆的周期公式  $T = 2\pi\sqrt{l/g}$  成立的条件是摆角趋于零，实际实验中却不能达到，在小角度下也只是一个近似公式，如用该式测定重力加速度，则必带来测量误差。又如，在测定空气比热容比的实验中，要求其放气过程为准静态绝热过程，但实际上却不能实现。再如，在量热实验中要求系统与外界绝热，这实际上也不可能达到。

③ 个人误差：它是由观测者本身缺乏经验或心理、生理上的特点所致。例如：以停表计时，观测者有提前或滞后的趋向；对标志读数时不能正视而有习惯性的偏向；用温度计测温时未等温度稳定即开始读数等。

由系统误差的特点及来源不难看出，相同条件下的多次测量方法不能减弱或消除系统误差，但是它可能帮助人们发现那些由于外界影响因素而导致的系统误差。改变实验条件进行反复测量，然后根据测量结果和实践经验进行分析，不仅可以发现系统误差的存在、找到产生这种误差的原因，而且可能尽量减弱以至消除某些系统误差对测量结果的影响。

(2) 随机误差：测量误差的随机部分称为随机误差，它被定义为：在相同条件下多次测量同一量时，误差时大时小、时正时负，无规则地涨落，但是对大量测量数据而言，其误差遵循统计规律。

随机误差主要来源于不确定或无法控制的随机因素。如观测者视觉、听觉的分辨能力及外界环境影响因素的扰动等。这些外界因素的微小扰动，使单个测量值的误差毫无规则，从而导致它们在大量测量中产生正负相消的机会。可见，相同条件下多次测量的算术平均值比单个测量值的随机误差小，增加测量次数可以减小随机误差。

由于系统误差和随机误差的性质不同，来源不同，所以处理方法亦应不同，在精确测量时应该加以区别，分别处理。如果只是为了说明总误差的限度，就可以不严格加以区分。如许多不太精密的仪器，其最大允许误差（又称允差或允许误差极限）就是既包含有系统误差，又包含有随机误差。

至于因操作不当、仪器故障或设计错误而造成的测量错误，不应称为测量误差，在数据处理中应作为坏值予以剔除。

应该指出：在任何一次测量中，一般系统误差和随机误差是同时存在的。系统误差对应测量的不准确度；随机误差对应测量的不精密度；测量结果的总误差则对应测量结果的不确定度。

### 3. 误差的表示

在不同场合或根据不同要求，误差可以有多种表示方法，但概括起来可分为两种：绝对误差和相对误差。

#### (1) 绝对误差

①绝对真误差：由定义式(1)决定的误差  $\delta_x = x - a$  是与测得值同量纲的、直接反映测量值的绝对值大小和方向的误差，又称为绝对真误差（简称误差）。在相同条件下，对某一稳定的物理量进行无限次测量，获得的全部测得值被称为总体。总体的平均值称为数学期望（简称期望）。显然，由前述定义可知：期望值与真值之差即系统误差，测得值与期望值之差即随机误差。由于在有限次测量中真值捕捉不到，所以一般只在误差理论的研究中应用，并简称误差。以  $\delta_{x_i} = x_i - a$  表示总体中某单个测得值的误差。

②总体方差、标准误差：在概率统计中，无限次测量所获得的全部测得值误差的方均值  $\sigma^2$  称为总体方差。总体方差的算术平方根称为总体标准误差。正态分布总体中每一个测得值的标准误差均为（§3.4）：

$$\sigma_{x_i} = \left( \sum_{i=1}^n \delta_{x_i}^2 \right)^{1/2} = \left( \sum_{i=1}^n (x_i - a)^2 / n \right)^{1/2} \quad (2)$$

可以证明（§3.4）：算术平均值的标准误差为  $\sigma_{x_i}$  的  $1/\sqrt{n}$ ，即：

$$\sigma_{\bar{x}} = \sigma_{x_i} / \sqrt{n} \quad (3)$$

应该指出:

(i)  $\sigma_{x_i}$  并不是一个具体的误差,它是正态分布的分布参数,其数值大小只说明在一定条件下对某一量进行一系列等精度测量时随机误差出现的概率密度分布情况;

(ii) 以  $\sigma_{x_i}$  表示无限次测量中任一单个测得值的标准误差,简称为标准差。它描述了测得值或随机误差分散性的特征,在误差理论研究中使用。

③残差:在相同条件下,对同一稳定的物理量进行有限次(例如  $n$  次)测量时所得到的  $n$  个测得值被称为总体的样本。样本平均值是期望的估计值。我们把每一个测得值  $x_i$  与样本平均值  $\bar{x}$  之差称为该测得值的残差或偏差。即:

$$v_{x_i} = x_i - \bar{x} \quad (4)$$

因为实际测量中的测量次数  $n$  总是有限的,所以,实验数据处理中常以误差符号代替偏差的符号;即以  $\delta_{x_i}$  代表  $v_{x_i}$ 。

④样本方差、标准偏差:在有限次测量中,以  $s_{x_i}$  表示一组符合正态分布的等精度测量的取样标准误差的精确估计值,称为样本标准偏差。它被定义为:

$$s_{x_i} = \left[ \sum_{i=1}^n v_{x_i}^2 / (n-1) \right]^{1/2} = \left[ \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 / (n-1) \right]^{1/2} \quad (5)$$

样本标准偏差的平方即样本方差,显然,样本方差是总体方差的估计值。同样,算术平均值的标准偏差也为  $s_{x_i}$  的  $1/\sqrt{n}$ , 即:

$$s_{\bar{x}} = s_{x_i} / \sqrt{n} \quad (6)$$

在实际实验中,有时不区分符号“ $s$ ”与“ $\sigma$ ”。

## (2) 相对误差

有时,只给出一组测量的绝对误差不能全面衡量测量质量的优劣,还必须同时考虑待测物理量量值的大小。例如,已知两个长度量的绝对误差分别为  $0.0020\text{cm}$  和  $0.05\text{cm}$ ,当然前者的绝对误差小;但若它们的量值分别为  $1.0000\text{cm}$  和  $100.00\text{cm}$  时,我们就不能说前者的测量精度比后者高。

①相对误差:定义相对误差  $E_x$  等于  $x$  的测量误差与其绝对量值之比。当粗略估计误差时,因测量值的绝对误差以  $\delta_x$  表示,故:

$$E_x = \delta_x / x \quad (7)$$

上例中两个长度量的相对误差分别为:  $0.20\%$  及  $0.050\%$ ,显然后者的精度优于前者。

②定值误差:定值误差也是一种相对误差,当表示测量值与标准值或(公称值)的偏离程度时采用。设  $x$  的公称值为  $x_0$ , 则其定值误差(又称百分误差)为:

$$E_{x_0} = (|x - x_0| / x_0) \times 100\% \quad (8)$$

当需考虑其偏离公称值的方向时,即取消式中的绝对值符号。

③示值误差、引用误差、准确度等级:它们是描述仪器特性的术语。示值误差是仪表的示值与真值之差。引用误差是在多挡或连续刻度的仪器仪表中广泛采用的一种实用方便的相对误差,它被定义为仪表各刻度点示值误差的最大值( $\delta_{x_m}$ )与引用值(如仪表量程的满刻度值  $x_m$ )之比。即:

$$E_{x_m} = \delta_{x_m} / x_m \quad (9)$$

由上式可见,用这种仪表测量时,在其量程范围内,测量值绝对误差的估计值是相同的,即:  $\delta_{x_m} = E_{x_m} x_m$ ; 但测量值相对误差的估计值  $E_x = \delta_{x_m} / x = E_{x_m} x_m / x$  却很不相同。因此,为了减小测得值的相对误差,除了应选择准确度高(即  $E_{x_m}$  小)的仪表外,还应充分利用仪器仪表的精度,即根据待测量的大小恰当地选择仪表的量程,一般使  $1 \leq x_m / x \leq 2.5$  为宜(因多挡仪表的量程常为 2 或 2.5 倍递增)。

根据引用误差的大小,将电工仪表的准确度等级划分为 0.05、0.1、0.2、0.5、1.0、1.5、2.5 及 5.0 八级。例如:用量程 0~1 A 的 1.5 级电流表测量约 0.75 A 电流时,因引用误差为 1.5%,故测量值的绝对误差不大与  $1.5\% \times 1 = 0.015$  (A),相对误差为  $0.015 / 0.75 = 2.0\%$ 。若用它测量约 0.15 A 的电流,则相对误差将增大到不能容许的程度(约 10%),由此说明合理选择仪器的重要。

### 三、系统误差的发现、减弱及处理方法

如前所述,在许多情况下,系统误差是影响测量结果准确度的主要因素,稍有疏忽,就可能对测量结果带来严重影响。因此,及时发现系统误差,尽可能地减弱以至消除它对测量结果的影响,当无法消除时则正确地估计其可能的范围,是实验误差分析的重要内容之一。

#### 1. 系统误差的发现

系统误差产生的原因很多,它可以来自各测量要素。因此,要发现系统误差,除应具备系统的理论知识外,尚需丰富的实践经验。认真推敲理论公式推导过程中所要求的条件,仔细分析测量方法或步骤的每一个环节,校准测量仪器并检查仪器的使用条件以及全面考虑各物理因素可能对实验带来的影响等,是发现系统误差的出发点。现将常用的几种发现系统误差的方法介绍如下。

##### (1) 理论分析法

①分析理论公式所要求的条件与实际实验条件的差异。如在气垫导轨上测定滑块的瞬时速度时使用公式  $V = ds/dt$ 。理论要求  $ds$  及  $dt$  均趋于零,而实际实验中只能做到二者均较小,即  $V' = \Delta s / \Delta t$ ; 又如用单摆测重力加速度时使用公式  $T = 2\pi\sqrt{l/g}$ ,理论要求摆角  $\theta \rightarrow 0$ ,摆球半径  $r \rightarrow 0$ ,且不计空气阻力,而实际实验中则均不能保证等。

②分析仪器所要求的使用条件与实际实验条件的差异。如测定杨氏模量时要求伸长仪铅直,而实际实验中样品伸长方向可能与重力作用方向之间有一倾角  $\theta$ ; 又如气压计在 0℃ 方可读出准确的气压,而在实验时环境温度为 20℃,水银的密度及刻度尺均可发生变化等。

##### (2) 实验分析方法(改变测量条件进行分析对比)

①与标准仪器或准确度等级较高的仪器进行对比测量,能发现仪器是否存在系统误差。

②采用不同方法测量同一物理量,将所得结果进行分析对比,若它们在随机误差所允许的范围内不重合,则说明至少有一组测量中存在系统误差。如用单摆、自由落体及斜面实验同测当地的重力加速度,用流体静力称衡法、比重瓶法或根据定义式测定同种物质在同一温度下的密度等。

③有意识地改变实验参量的数值,可以发现某些系统误差。如改变摆角测周期,可以从中发现摆角大小对周期的影响;选择不同的初、末温,可以发现量热实验中系统与外界的热量交换对实验带来的影响等。



④不同观测者进行对比可以发现个人误差。

⑤改变测量位置可以发现仪器结构不对称产生的系统误差。如改变初始位置进行测量，可以发现尺子刻度不均匀而存在的系统误差（被称为随机化方法）；采用左称和右称法可以发现分析天平臂长不等而存在的系统误差（被称为复称法）；度盘转  $180^\circ$  读数可以发现度盘偏心而存在的系统误差（被称为对径测量方法）。

⑥改变测量时间，可以发现因弛豫时间而产生的系统误差等。

应该指出，要发现系统误差往往是很困难的，但却是十分重要的。如果仔细研究所有的测量要素，那么，原则上可以预言在重复测量中系统误差如何，使人们确信在测量误差中不存在最危险的、考虑不到的组成部分，这对于以后的类似测量中估计、减弱或消除系统误差是很重要的。

## 2. 减弱或消除系统误差的方法

系统误差有各种不同的存在方式。不随实验条件变化的系统误差，称为恒定系统误差，反之，则称为可变系统误差。例如，零点误差、天平臂长不等产生的误差、电桥臂的分布电阻、电容或电感引起的系统误差及测微仪空行程引起的系统误差均为恒定系统误差，而由于理论公式的近似、系统与外界的热量交换、电源电动势随时间而线性变化以及周期性系统误差均为可变系统误差。此外，按对系统误差掌握的程度又可分为已定系统误差（方向和大小均可确知的误差）和未定系统误差。对于已定系统误差可以设法减弱或加以消除，而对于未定系统误差则应在可能的情况下估计其系统不确定度。下面简单介绍几种减弱或消除某些系统误差的常用方法。

(1) 找出修正值，对测量结果进行修正

①零点误差：待测量为零时仪器的示值  $\delta_{x_0}$  称为零点误差。由定义，当待测量输入后仪器示值为  $x'$  时，测量值  $x$  应为：

$$x = x' - \delta_{x_0} \quad (10)$$

$\delta_{x_0}$  可正可负。只要在测量前读出仪器的零点误差，即可由式 (10) 将其完全消除。

②用标准或准确度高的仪器对实验仪器进行校准，得到修正值或校准曲线，并由此对测量值进行修正。

③根据已知理论规律求出修正值。如尺长随温度的变化可由材料的线膨胀系数  $\alpha$ 、尺子规定的使用温度  $\theta_0$  及实验时的真实温度  $\theta$  求出。若以  $l_0$  表温度  $\theta_0$  时的刻度（即读数值）， $l$  表温度  $\theta$  的真实长度，则  $l = l_0 \cdot (1 + \alpha\theta) / (1 + \alpha\theta_0)$ 。所以，因尺的线膨胀而产生的系统误差为： $\delta_{l_0} = l_0 - l = -l_0\alpha(\theta - \theta_0) / (1 + \alpha\theta_0)$ 。又如，量热实验中，系统与外界的热量交换可由牛顿冷却定律求出，等等。

(2) 消除系统误差产生的根源

①确保仪器装置满足规定的使用条件，使测量结果中只含有仪器装置的基本误差，而不引入附加误差。这包括建立合适的环境温度、湿度及气压，对仪器进行必要的热流屏蔽，仪器安放位置适当及免受振动，电子仪器应有的预热及接地等。

②采用符合实验实际的理论公式。例如，当摆角较小时，可利用其周期公式  $T = 2\pi\sqrt{l/g}$  测定重力加速度；而摆角  $\theta$  较大时，则必须采用由振动理论导出的公式： $T = 2\pi\sqrt{l/g} [1 + \sin^2(\theta/2)/4 + 9\sin^4(\theta/2)/64 + \dots]$ 。又如，用落球法测定液体的粘滞系数