

平新乔讲义系列

平新乔
著

微观经济学

W 十八讲
EIGUAN JINGJIXUE
SHIBAJIANG



北京大学出版社

平新乔讲义系列

微观经济学

十八讲

平新乔 著



北京大学出版社

FB04/28

图书在版编目(CIP)数据

微观经济学十八讲/平新乔著. —北京:北京大学出版社, 2001.4

ISBN 7-301-04880-7

I. 微… II. 平… III. 微观经济学-高等学校-教材 IV. F016

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2001)第 09791 号

平新乔讲义系列

书 名: 微观经济学十八讲

著作责任者: 平新乔 著

责任编辑: 林君秀

标准书号: ISBN 7-301-04880-7/F·403

出版发行: 北京大学出版社

地 址: 北京市海淀区中关村北京大学校内 100871

网 址: <http://cbs.pku.edu.cn>

电 话: 出版部 62752015 发行部 62754140 编辑室 62752027

电子信箱: zpup@pup.pku.edu.cn

排 版 者: 兴盛达打字服务社

印 刷 者: 中国科学院印刷厂

发 行 者: 北京大学出版社

经 销 者: 新华书店

787 毫米×1092 毫米 16 开本 26.25 印张 450 千字

2001 年 4 月第 1 版 2001 年 4 月第 1 次印刷

定 价: 36.00 元

凡购买北京大学出版社图书,如有缺页、倒页、脱页等
质量问题,请与所购图书销售部门联系调换。

版权所有 侵权必究

作者简介

平新乔,北京大学中国经济研究中心副教授。1954年生于浙江绍兴。1973年毕业于华东师大政教系,1983年考入北京大学经济学系,从一代宗师陈岱孙教授,1985年获硕士并留校。1986—1989年在北大经济管理系任讲师,在厉以宁教授指导下,研究财政学理论。1987—1989年在职师从胡代光教授攻读当代西方经济学博士学位。1989年底至1991年,在美国布朗大学、哈佛大学经济系作访问学者。1998年获美国康奈尔大学经济系经济学博士。迄今在国内外学术刊物上发表论文60余篇,著作有《财政学原理与比较财政制度》、《产权论、均衡论、市场论》(与刘伟合作),另有三本译著(包括与人合作)。教学与研究方向为:微观经济学、产业组织理论、财政学。

内 容 提 要

本书包括了消费者选择、企业行为、市场产业组织与博弈论、信息经济学与公共经济学等基本内容,反映了微观经济学在世纪之交的最新研究成果,是作者在大量阅读近三十年来经济学文献并联系中国实际后,所写出的一份讲稿。阅读本书只要求读者具备经济学的一般基础与一个学期的微积分课程知识。本书是大学高年级本科生与经济决策人员学习中级微观经济学的合适教材。

目 录

第一讲 偏好、效用与消费者的基本问题	(1)
第一节 消费集与偏好关系	(1)
第二节 效用函数	(5)
第三节 消费者的基本问题	(7)
第二讲 间接效用函数与支出函数	(14)
第一节 间接效用函数	(14)
第二节 支出函数	(20)
第三讲 价格变化对消费者的配置效应与福利效应	(28)
第一节 价格变化的替代效应与收入效应	(28)
第二节 斯拉茨基公式	(31)
第三节 弹性	(39)
第四节 价格变化的福利效应与消费者剩余的测量	(42)
第五节 显示性偏好理论	(45)
第四讲 VNM(冯·诺依曼—摩根斯坦)效用函数与风险升水	(53)
第一节 不确定性与建立不确定条件下的效用函数所需要的 若干公理	(53)
第二节 冯·诺依曼—摩根斯坦(Von Neumann-Morgenstern) 效用函数	(56)
第三节 风险度量、确定性等值与风险升水	(59)
第五讲 风险规避、风险投资与跨期决策	(70)
第一节 对保险金的进一步说明	(70)
第二节 不确定条件下的风险决策的基本原则	(73)
第三节 跨时期的最优决策	(78)
第四节 现值与套利行为	(82)
第六讲 生产函数与规模报酬	(90)
第一节 若干基本概念	(90)
第二节 短期生产函数与生产决策	(94)
第三节 长期生产函数与要素组合比例	(98)
第四节 生产扩张与规模报酬	(102)

第五节 齐次生产函数与范围经济	(109)
第七讲 要素需求函数、成本函数、利润函数与供给函数	(116)
第一节 要素需求函数	(116)
第二节 短期成本函数与长期成本函数	(120)
第三节 学习曲线与成本次可加性	(124)
第四节 利润函数与供给函数	(130)
第八讲 完全竞争与垄断	(141)
第一节 完全竞争的市场	(141)
第二节 完全垄断	(149)
第三节 价格歧视与两部收费	(153)
第九讲 古诺(Cournot)均衡、Bertrand 均衡与不完全竞争	(166)
第一节 古诺均衡	(167)
第二节 Bertrand 均衡	(173)
第三节 斯塔克博格(Stackelberg)模型——先走一步的优势	(176)
第四节 价格领导模型	(180)
第五节 串通与价格卡特尔	(182)
第六节 垄断竞争	(184)
第十讲 策略性博弈与纳什均衡	(192)
第一节 基本概念	(193)
第二节 策略博弈与占优	(196)
第三节 最优反应与纳什均衡	(200)
第四节 混合策略与最大最小(max min)策略	(202)
第十一讲 广延型博弈与反向归纳策略	(210)
第一节 广延型博弈的定义与形式	(210)
第二节 广延型博弈与策略型博弈	(213)
第三节 反向归纳——信息完备条件下广延型博弈解的方式	(217)
第十二讲 子博弈与完美性	(224)
第一节 子博弈与完美性的概念	(224)
第二节 无穷次重复博弈与无名氏定理	(228)
第三节 无穷次重复博弈中的产品质量问题	(232)
第十三讲 委托—代理理论初步	(236)
第一节 委托—代理模型的基本要素	(236)
第二节 风险中立的代理人对于线性契约的反应	(243)
第三节 规避风险的代理人于线性契约	(244)

第十四讲	信息不对称、逆向选择与信号博弈	(252)
第一节	模型 1: 次品(lemons)问题与逆向选择	(252)
第二节	模型 2: 价格作为质量的信号	(259)
第三节	模型 3: 文凭的信号模型	(261)
第四节	模型 4: 保险政策的筛选模型	(263)
第五节	模型 5: 旧车市场的均衡解	(267)
第十五讲	工资、寻找工作与劳动市场中的匹配	(273)
第一节	经典的劳动要素市场理论	(274)
第二节	匹配理论的若干基本概念	(281)
第三节	效率工资理论	(286)
第四节	搜寻与匹配模型	(292)
第五节	寻找工作的决策	(297)
第十六讲	一般均衡与福利经济学的两个基本定理	(302)
第一节	埃奇沃斯盒式图与帕累托有效	(303)
第二节	竞争性市场体系里一般均衡的存在性	(309)
第三节	福利经济学的两个基本定理	(318)
第十七讲	外在性、科斯定理与公共品理论	(326)
第一节	外在性的定义与庇古税	(328)
第二节	科斯定理(Coase theorem)	(334)
第三节	关于科斯定理的若干讨论	(336)
第四节	公共品与萨缪尔逊规则	(351)
第五节	兰姆塞规则与最优税制	(356)
第十八讲	企业的性质、边界与产权	(375)
第一节	企业的性质与边界	(376)
第二节	等级控制与企业规模	(380)
第三节	投资的专用性、资产的专用性与企业边界的决定	(387)
第四节	新产权理论: 所有权的成本与效益	(394)
校内讲义后记		(403)
出版附记		(405)

第一讲 偏好、效用与消费者的基本问题

我们来讨论需求。需求与欲望不是一个概念,欲望是为所欲为,指想要什么。而需求则不同,是指人们在欲望驱动下一种有条件的、可行的、又是最优的选择,这种选择使欲望达到一种有限的满足。

形成需求有三要素:对物品的**偏好**,物品的**价格**与**手中要有钱**。

偏好。指你对于物品的喜欢程度,或称主观评价。经济学里描述偏好的概念有两个:一个叫消费集(consumption set),又称选择集(choice set),即你究竟想要什么?另一个叫偏好关系(preference relation),即你对想要的各种物品组合排个次序(rank),什么样的消费组合应优先满足,什么其次满足……

价格。价格是对人们无穷欲望的一种限制。因为资源是稀缺的,不能为所欲为。解决无限的欲望与有限的资源的矛盾的办法无非是两类:一是价格,索价高了,会限制欲望的扩张;二是配额,即凭证供应。除此以外,当然还有更高层次的途径,即修身、自觉,但那是通过道德约束与调节对欲望的自我节制。经济学假定人们的自觉程度不高,在人的最起码的道德低限(利己但不损人)这一假定下,认为价格的办法是通常的;但有时配额比价格优越。我们在本书中主要讨论价格机制,但也会讲到配额。

手中的钱财。又称“**收入**”。在索价的前提下,手中有钱,才能满足欲望。

价格与收入的结合,构成**预算集**(budget set),又称消费的**可行性集**(feasible set)。

当选择集里的偏好关系与可行性集或预算集有**公切线集**时,就形成了需求,需求是**选择集**与**预算集**的在可分离但又有共切点时的产物。

第一节 消费集与偏好关系

一、消费集

记 $X = \mathbf{R}_+^n$ 为消费集。消费集代表所有的消费计划的集合,不管这些消费计划是否能实现。由于我们一般想要的东西不应该为负(只有不想要才为零)(如想减少某些指标,如减肥,那就以减少的幅度为正值),因此 X

$= \mathbf{R}_+^n$, n 表示你想要物品的种类有 n 种。每一个消费计划以 $x = (x_1, x_2, \dots, x_n) \in \mathbf{R}_+^n$ 代表。 x_i 代表对物品 i 的计划消费量。

消费集至少满足以下性质:

(1) $\phi \neq X \subseteq \mathbf{R}_+^n$ 。

(2) X 为闭。即消费集中所有的极限点都包含在该集之内, 因此, X 是连续的。

(3) X 为凸。凸的含义为: 如 $x^1 = (x_1^1, x_2^1, \dots, x_n^1) \in X$, $x^2 = (x_1^2, x_2^2, \dots, x_n^2) \in X$, 则对 $\forall 0 \leq \lambda \leq 1$, $\lambda x^1 + (1 - \lambda)x^2 \in X$ 。即一个消费集中的任两个消费计划的任意的线性组合仍包含在该消费集内。

(4) $0 \in X$ 。可以选择不消费。

二、偏好与效用

1. 效用概念的演进

在穆尔(Mill)、埃奇沃斯(Edgeworth)的古典或新古典理论里, 效用是一种主观的东西, 如“快乐”或“痛苦”。因此, 他们假定一个人的效用是可以测量的, 一个人的效用是可以与另一个人的效用相比较的。这种概念的难堪之处在于, 经济学家必须对人们内心的活动做出严酷的假定, 而这些假定往往很牵强。

帕累托(Pareto, 1896 年)率先对效用可以测量表示怀疑。斯拉茨基(Slusky, 1915 年)第一次不用可测量的效用却推导出了需求理论。希克斯(Hicks, 1939 年)指出, 为了讨论需求规律(价格越高, 需求量越低; 价格越低, 需求量越高), 边际效用递减律既不是必要的, 又不是充分的。迪布魯(Debreu, 1959 年)完成了标准的消费理论的推导, 其所用的效用概念只依赖于偏好关系。

2. 偏好关系及其公理

偏好关系是指一种定义于消费集 X 中的二项关系(binary relation), 记为 $\succeq$ 。如果 $(x^1, x^2) \in \succeq$, 或者, 如果 $x^1 \succeq x^2$, 我们说“ x^1 至少与 x^2 一样好”。

偏好关系具有下列公理:

【公理 1】 完备性: 对于任何在 X 中的 $x^1 \neq x^2$, 或者 $x^1 \succeq x^2$, 或者 $x^2 \succeq x^1$ 。

这说明, 消费者能够做出选择, 他(她)具有必要的能力与知识去区分与评价不同的消费计划。

【公理 2】 **反省性**: 对所有的 $x \in X$, $x \succeq x$ 。即一个消费计划至少与它本身一样好。

【公理 3】 **传递性**: 对于任何三个消费计划, $x^1, x^2, x^3 \in X$, 如果 $x^1 \succeq x^2$, 且 $x^2 \succeq x^3$, 那么 $x^1 \succeq x^3$ 。

这说明消费者的选择是一致的。

当然, 许多有关人们心理的实验结果表明, 公理 3 不一定成立。但是, 在目前, 我们暂先按公理 3 被满足的前提来进行讨论。

公理 1 至公理 3 形成所谓的“理性”。因此理性(rationality)被定义为公理 1、2、3。一个有理性的当事人能做出选择, 而且他的选择是一致的。

【定义】 **偏好关系**: 消费集 X 上的二项关系 $\succeq$ 如果满足公理 1 至公理 3, 就称之为偏好关系。

【定义】 **严格偏好关系**: 消费集上的二项关系 $>$ 当且仅当

$$x^1 \succeq x^2, \text{ 且 } x^2 \not\succeq x^1, \text{ 则 } x^1 > x^2.$$

称 x^1 严格地偏好于 x^2 。

【定义】 **无差异(indifference)关系**: 消费集 X 上的二项关系 $\sim$ 当且仅当

$$x^1 \succeq x^2 \quad \text{且} \quad x^2 \succeq x^1$$

称 $x^1 \sim x^2$ 。读为“ x^1 与 x^2 无差异”。

运用上述三个定义, 可知: 对于任意两个消费计划 x^1 与 x^2 , 或者 $x^1 > x^2$, 或者 $x^2 > x^1$, 或者 $x^1 \sim x^2$ 。

【公理 4】 **连续性**: 对于所有的 $x \in \mathbf{R}_+^n$, “至少一样好”集 $\succeq(x)$, 与“非优于”集 $\preceq(x)$, 都是闭于 $\mathbf{R}_+^n$ 的。

公理 4 保证偏好不会出现突发性的逆转。这即是说, 如果消费者计划序列 y^n 是“至少与 x 一样好”(或者, y^n 非优于 x), 并且 y^n 收敛于 y , 则 y (y 是 y^n 的极限计划)亦会“至少与 x 一样好”(或者, y 非优于 x)。

注意: 既然 $\succeq(x)$ 与 $\preceq(x)$ 是闭的, 所以 $\sim(x)$ 也是闭的。因 $\sim$ 是 $\succeq(x)$ 与 $\preceq(x)$ 的交。

【公理 5'】 **局部非厌足性**(locally non-satiation): 对于所有 $x^0 \in \mathbf{R}_+^n$, 对于所有 $\epsilon > 0$, 都存在某个消费计划 $x \in B_\epsilon(x^0) \cap \mathbf{R}_+^n$, 使得 $x > x^0$ 。

这里, x^0 是给定的消费计划。 ϵ 为某一距离半径, $B_\epsilon(x^0)$ 是以 x^0 为中

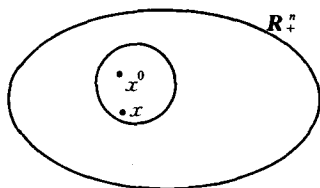


图 1.1 局部非厌足性

心,以 ϵ 为半径所画的一个开球(不含极限点)。 $x \in B_\epsilon(x^0) \cap \mathbf{R}_+^n$ 是指 x 所代表的消费计划仍在消费集 X 与 x^0 的邻域内。 $x > x^0$ 表示 x 严格优于 x^0 。因此公理 5' 说,消费者对于任一个特定的消费计划 x^0 都是不会满足的。

公理 5' 意味着,不存在“无差异区域”(indifference zones)。因为,如有无差异区域,那么在该区域内以 x^0 为圆心画一个邻域,其所有内点必与 x^0 无差异。但这样一来会违背公理 5'。

【公理 5】 严格单调性: 对于所有的 $x^0, x^1 \in \mathbf{R}_+^n$, 如果 $x^0 \geq x^1$, 则 $x^0 \succ x^1$; 但如果 $x^0 \gg x^1$, 则 $x^0 > x^1$ 。

请注意 $\geq$ 与 $\gg$ 两个符号。“ $\geq$ ”是一个数量大小的符号,表示一个消费计划 x^0 所对应的每种物品的数量至少与另一个消费计划 x^1 中的对应物品一样多。“ $\gg$ ”是一个消费计划 x^0 中每一种物品的数量都比另一个消费计划 x^1 中所对应的物品要多。

因此, $\geq$ 意味着“至少与 x 一样好”; $\gg$ 意味着“严格优于”。

公理 5 是说数量上的比较可以是偏好上的比较。

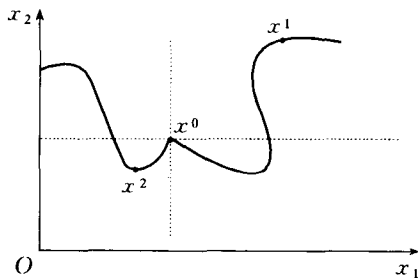


图 1.2

公理 5 与公理 5' 是什么关系呢? 首先,公理 5 意味着公理 5'。如果“ $\gg \rightarrow >$ ”,则必能对 x^0 找出一个邻域,在该邻域中发现 $x > x^0$ 。其次,公理 5 的要求比公理 5' 要严,满足公理 5 不仅需要满足 5', 而且还需别的东西。什么是公理 5 比公理 5' 更多的要求呢? 公理 5 排除了无差异集的“向上弯曲”,也即排除了无差异集中含有斜率为正的线段。考虑图 1.2: 按公理 5, 在 x^0 的东北区中的任何点,都是严格优于 x^0 ; 在 x^0 的西南区中的任何点,都是严格次于 x^0 ; 所以 x^1 不可能与 x^0 无差异, x^2 也不可能与 x^0 无差异(这里是出现斜率为正的线段)。因此,图 1.2 中那条线不可能是无差异曲线。

【公理 6'】 凸性: 如果 $x^1 \succeq x^0$, 那么对于所有 $\lambda \in [0, 1]$, 都有 $\lambda x^1 + (1 - \lambda)x^0 \succeq x^0$ 。

【公理 6'】 严格凸性: 如果 $x^1 \neq x^0$, 且 $x^1 \succeq x^0$, 那么对于所有的 $\lambda \in (0, 1)$, 都有 $\lambda x^1 + (1 - \lambda)x^0 > x^0$ 。

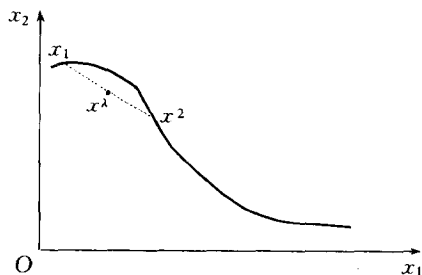


图 1.3 无差异曲线凹向原点会违反公理 5

请注意, λ 值的定义域在公理 6' 是闭区域, 而在公理 6 中是开区域。“ $\neq$ ”指物品数量不相等。

公理 6' 表示无差异集不可能有凹向原点的线段。如图 1.3 所示。在图 1.3 中, 如 x^1 与 x^2 是无差异的, 那么由公理 6', x^λ 也应在 x^1 与 x^2 所代表的无差异集里, 但由公理 5 可知, x^λ 明显地劣于 x^1 与 x^2 所代表的无差异集。

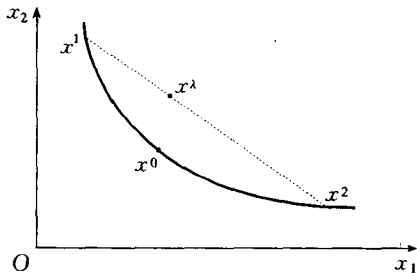


图 1.4 无差异曲线凸向原点

公理 6' 与公理 6 还表示, 无差异曲线(如消费集只含两类物品 x_1 与 x_2)可能凸向原点。如图 1.4 所示: 如 x^1 与 x^2 所代表的消费计划与 x^0 无差异, 那么按公理 6', x^λ 至少与 x^0 一样好; 按公理 6, 如果 x^1 与 x^2 包含不相等的物品数量, 则均衡地选择 x^1 与 x^2 会优越于极端的消费结构(x^1 偏重于消费 x_2 , 而 x^2 偏重于消费 x_1)。这里, x^λ 严格优于上述两个极端。

第二节 效用函数

一、效用函数的定义

【定义】 效用函数: 一个实函数 $u: \mathbf{R}_+^n \rightarrow \mathbf{R}$ 在下列条件下被称为代表偏好关系的函数, 该条件是: 对于所有的 $x^0, x^1 \in \mathbf{R}_+^n$, $u(x^0) \geq u(x^1)$ 当且仅当 $x^0 \succeq x^1$ 。

效用函数的存在性是可以证明的。它在分析上的好处, 能使我们对于消费者行为的偏好分析转换成函数的分析, 从而发现消费者行为的规律。

二、边际效用(MU: marginal utility)

如一个效用函数被表达为 $u(x_1, x_2, \dots, x_n)$, 那么, 对该函数求关于 x_i 的一阶偏导, 得 $\frac{\partial u(\cdot)}{\partial x_i}$, 称 $\frac{\partial u(\cdot)}{\partial x_i}$ 为 x_i 的边际效用, 即物品 x_i 对于消费提供的边际贡献。

三、边际替代率(MRS: marginal rate of substitution)

我们考察两维的消费集, 即只含两类物品 x_1 与 x_2 。消费者的偏好就可以被描述为图1.5。

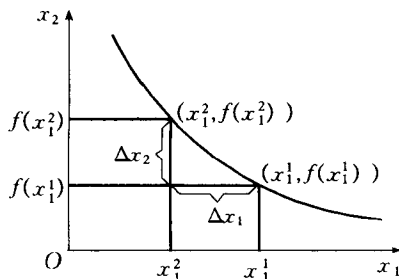


图 1.5 x_1 与 x_2 在同一效用水平上的替代关系

考虑任何一个消费计划 $x^1 = (x_1^1, x_2^1)$, 由于在平面上 x_2 可以通过无差异曲线表达为 $f(x_1)$, 即 $x_2 = f(x_1)$ 。所以 $(x_1, x_2) = (x_1, f(x_1))$ 是无差异曲线上所有点的表示。并且

$$u(x_1, f(x_1)) = c \quad (1.1)$$

这里 c 为常数。表示在无差异曲线上, 无论 x_1 的值如何变, 由于 $x_2 = f(x_1)$ 相应地变化, 使消费者的效用是一个常量 c , 是无差异的。

对(1.1)式求关于 x_1 的偏导, 会得出

$$\frac{\partial u(\cdot)}{\partial x_1} + \frac{\partial u(\cdot)}{\partial x_2} f'(x_1) = 0 \quad (1.2)$$

$$f'(x_1) = - \frac{\partial u}{\partial x_1} / \frac{\partial u}{\partial x_2} \quad (1.3)$$

或者

$$u(x_1, x_2) = c \quad (1.4)$$

由于

$$\frac{\partial u(\cdot)}{\partial x_1} + \frac{\partial u(\cdot)}{\partial x_2} \frac{dx_2}{dx_1} = 0$$

从而

$$\frac{dx_2}{dx_1} = - \frac{\partial u / \partial x_1}{\partial u / \partial x_2} \quad (1.5)$$

令 $\left| \frac{dx_2}{dx_1} \right| = \frac{\partial u / \partial x_1}{\partial u / \partial x_2}$ 为物品 1 对于物品 2 的边际替代率 $MRS_{1,2}$ (marginal rate of substitution)。

同样地, 记 $\left| \frac{dx_i}{dx_j} \right| = \frac{\partial u}{\partial x_i} / \frac{\partial u}{\partial x_j}$ 为物品 i 对于物品 j 的边际替代率。所以

$$MRS_{i,j}(x) = \frac{\partial u(x)}{\partial x_i} / \frac{\partial u(x)}{\partial x_j} \quad (1.6)$$

记住: (1) $MRS_{i,j}(x)$ 是一个正数; (2) $MRS_{i,j}(x)$ 表示当效用不变时, x_i 可以替代 x_j 的边际比率。

第三节 消费者的基本问题

一、消费者偏好的基本性质

当偏好满足于公理 1—6 时, 消费者的偏好在二维空间里就可以由一张无差异曲线图来描绘。见图 1.6。

这里每一条无差异曲线的形状都是由公理 1—6 决定的。公理 5 意味着, 无差异曲线 I_1 比 I_0 代表的效用水平高, I_2 比 I_1 更高, ……

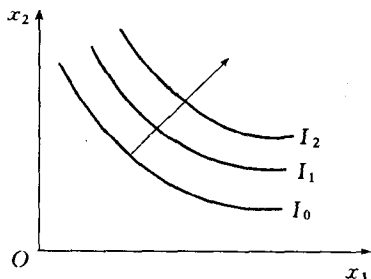


图 1.6 无差异曲线图

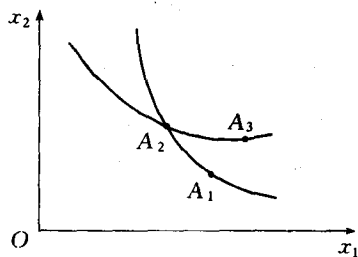


图 1.7 对同一个人来说, 其不同的无差异曲线不能相交

偏好的基本性质是: (1) 不同的无差异曲线不能相交; (2) 每条无差异曲线严格地凸向原点; (3) 越朝东北, 无差异曲线代表的效用水平越高。

性质(2)与(3)已由公理 5 与公理 6 证明。现证明性质(1)(考虑图 1.7): 设 A_1 代表 u_1 , A_2 代表 u_2 , A_3 代表 u_3 。由于 A_3 在 A_1 的东北, 所以 $u_3 > u_1$ 。但由于 A_1 与 A_2 在同一条无差异曲线上, 所以 $u_1 = u_2$ 。又知 A_2

与 A_3 在同一条无差异曲线上, 所以 $u_2 = u_3$ 。于是, 会有 $u_1 = u_3$, 与“ $u_3 > u_1$ ”矛盾。

二、预算集 (budget set)

预算集由物品价格向量与收入水平组成。设价格向量为 $p = (p_1, p_2, \dots, p_n)$, $p_i > 0, i = 1, \dots, n$ 。假定个别消费者的购买行为不会影响物价水平, 所以, p 向量设为固定, $p \gg 0$ 。又设消费者的预算集是

$$B = \{x | x \in \mathbb{R}_+^n, p \cdot x \leq y\} \quad (1.7)$$

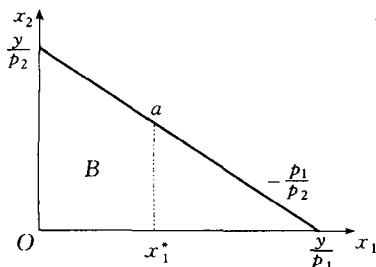


图 1.8 预算集与预算线

这里, B 代表预算集 (budget set), x 是可行的消费品组合, $p \cdot x$

$= \sum_{i=1}^n p_i x_i$, 显然, $p \cdot x \leq y$ 是说你花的钱不能超过你拥有的钱。

如果只考察二维的预算集, 则如图 1.8: 预算集 B 为阴影区域, 预算集的边界叫预算线, 预算线的

斜率是 $-\frac{y}{p_2} / \frac{y}{p_1} = -p_1/p_2$ 。

预算集表示消费者的自由度。如一个人只准消费一种产品 x_1 (专项专用), 则其只有一维空间, 其选择只在 $0 \rightarrow \frac{y}{p_1}$ 之间; 如只准消费 x_2 , 其选择空间只在 $0 \rightarrow \frac{y}{p_2}$ 之间。但如对其消费选择无限制, 则同样多的钱会大大提高消费者的选择空间, 从而可能无穷地提高消费者的自由 (从线变面)。如国家规定, 你的钱购买 x_1 不得超过 x_1^* , 那么你的自由空间立即会变为面积 $\frac{y}{p_2} a x_1^* O$ 。

三、消费者的基本问题

1. 消费者的基本问题

消费者要解决的基本问题是

$$\begin{aligned} \max_x & u(x) \\ \text{s.t. } & p \cdot x \leq y \end{aligned} \quad (1.8)$$

求这一规划,可以解出需求函数($x_i = f(p, y)$)。

例 1: 效用函数为 $u(x_1, x_2) = (x_1^\rho + x_2^\rho)^{1/\rho}$, $0 \neq \rho < 1$, 求出需求函数 ($x_i = f(p_1, p_2, y)$, $i = 1, 2$)。

为解这个问题,先写出其对应的拉氏函数

$$L(x_1, x_2, \lambda) \equiv (x_1^\rho + x_2^\rho)^{1/\rho} + \lambda(y - p_1x_1 - p_2x_2)$$

$$\frac{\partial L}{\partial x_1} = \frac{1}{\rho}(x_1^\rho + x_2^\rho)^{\frac{1}{\rho}-1} \lambda x_1^{\rho-1} - \lambda p_1 = 0 \quad (1.9)$$

$$\frac{\partial L}{\partial x_2} = \frac{1}{\rho}(x_1^\rho + x_2^\rho)^{\frac{1}{\rho}-1} \lambda x_2^{\rho-1} - \lambda p_2 = 0 \quad (1.10)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = y - p_1x_1 - p_2x_2 = 0 \quad (1.11)$$

由(1.9)与(1.10),有

$$\left(\frac{x_1}{x_2}\right)^{\rho-1} = \frac{p_1}{p_2}$$

即

$$x_1 = x_2 \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{1/\rho-1} \quad (1.12)$$

(1.11)可写成

$$y = p_1x_1 + p_2x_2 \quad (1.13)$$

所以

$$\begin{aligned} y &= p_1x_2 \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{\frac{1}{\rho}-1} + p_2x_2 \\ &= x_2 \left[\frac{(p_1)^{1-\frac{1}{\rho}}}{(p_2)^{\frac{1}{\rho}-1}} + p_2 \right] \\ &= x_2 \left[p_1^{\frac{\rho}{\rho-1}} + p_2^{\frac{\rho}{\rho-1}} \right] p_2^{-\frac{1}{\rho-1}} \end{aligned} \quad (1.14)$$

所以

$$\begin{cases} x_2 = \frac{y \cdot p_2^{\frac{1}{\rho-1}}}{p_1^{\rho/\rho-1} + p_2^{\rho/\rho-1}} \\ x_1 = x_2 \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{\frac{1}{\rho}-1} = \frac{y \cdot p_2^{\frac{1}{\rho}}}{p_1^{\rho/\rho-1} + p_2^{\rho/\rho-1}} \cdot \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{\frac{1}{\rho-1}} \end{cases} \quad (1.15)$$