

高等学校教材

起重运输机械 试验技术

(机械设计制造及其自动化专业用)

QIZHONG YUNSHU JIXIE SHIYAN JISHU

(第二版)

徐长生 陶德馨 主编
杨叔子 卢文祥 主审



人民交通出版社

高等学校教材

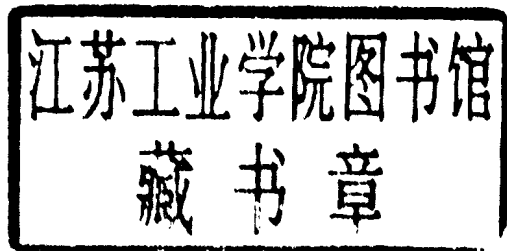
起重运输机械试验技术

Qizhong Yunshu Jixie Shiyan Jishu

(机械设计制造及其自动化专业用)

(第二版)

徐长生 陶德馨 主编
杨叔子 副主编



人民交通出版社

内 容 提 要

本书主要介绍起重运输机械试验技术的基础理论、电测量技术及典型参数测量应用等知识。全书分3篇共10章内容。第一篇为试验技术基础理论,内容包括信号分析基础、线性系统分析及误差分析理论。第二篇为电测量技术,内容包括常用传感器的变换原理、信号的传输与变换及记录、数字信号的处理分析。第三篇为起重运输机械典型参数测量应用技术,内容包括应力应变测量、振动测量、噪声测量以及机械设备故障诊断与状态监测的检测技术等应用技术知识。

本书为高等学校机械设计制造及其自动化(起重运输与工程机械)专业的教材,同时可供从事起重运输与工程机械设计、制造、检测工作的科研技术人员参考。

图书在版编目(CIP)数据

起重运输机械试验技术 / 徐长生, 陶德馨编著. — 2版.

北京: 人民交通出版社, 1999

ISBN 7-114-03384-2

I. 起… II. ①徐…②陶… III. ①起重机械-试验-技术②运输机械-试验-技术 IV. TH2-33

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (1999) 第 21860 号

高等学校教材

起重运输机械试验技术

(机械设计制造及其自动化专业用)

二

徐长生 陶德馨 主编

杨叔子 尹文林 主审

责任印制: 孙 明 版式设计: 刘晓方 责任校对: 尹 静

人民交通出版社出版

(100013 北京和平里东街10号)

新华书店北京发行所发行

各地新华书店经销

北京鑫正大印刷厂印刷

开本: 787×1092 1/16 印张: 12.5 字数: 302千

1999年10月 第2版

1999年10月 第2版 第1次印刷

印数 0001—3000册 定价: 16.00元

ISBN 7-114-03384-2

U. 02429

再 版 前 言

本书自 1990 年出版以来,为学生提供上课用书和为工程检测应用方面发挥了积极的作用,并得到了好评。根据机械设计制造及其自动化(起重运输与工程机械)专业课程的教学计划与教学大纲要求,编者决定修订后再次出版。本着保留试验技术知识的系统性和更新充实试验技术新内容的精神,在内容编排方面对原书作了修订,体现了精练和新意的特点,注重实用,更加结合专业特色,并反映近年来国内外试验技术的最新成果。这次修订再版的全书为 3 篇共 10 章内容,较系统地介绍了试验技术的基础理论、电测量技术以及在起重运输机械试验技术应用等知识内容。

本书的修订再版任务由武汉交通科技大学徐长生、陶德馨担任主编,其中绪论和第一、二章由陶德馨编写,第三、八、九章由徐长生编写,第五、六章由张晓川编写,第七章由董家声编写,第四、十章由郭建生编写。全书插图由夏根焰绘制。

本书修订再版的审阅工作由华中理工大学杨叔子教授和卢文祥教授担任,在此表示感谢。

本书可作为高等学校机械设计制造及其自动化(起重运输与工程机械)专业的教材用书,也可供有关专业的研究生与工程技术人员参考。

由于编者水平所限,错误难免,恳请读者批评指正。

编 者

1999 年 8 月

绪 论

起重运输机械有着悠久的发展历史,其应用极为广泛。然而,在科学技术高度发达和商品竞争日益激烈的今天,机械设计、制造和使用部门在产品性能、质量、可靠性及科学维护保养等方面正面临着新的挑战。为了加速新产品的开发,使之适应大型化、专业化、高效率、低能耗等现代化装卸运输技术的发展需要,在专业领域里急需进行大量的研究和探索。

起重运输机械试验技术是近年来因科研和生产发展的实际需要而逐步形成的一门实验性学科。它主要研究起重运输机械工程中的试验理论、方法以及参数测量与分析等技术,是专业工作者洞察与研究客观规律,寻求起重运输机械技术进步的强有力的科学武器。

在科学研究方面,新的理论、新的计算方法的建立以及新产品的研制,都必须经过实验或试验来证实其可行性和可靠性;机械工程中的许多重要结论及经验公式也是在综合分析大量模型试验或实物试验的数据后得出的。

在产品的设计方面,当前正在逐步实现由静态设计向动态设计的过渡,这是起重运输机械技术进步的一个重要标志。为此,设计研究人员需要更多地了解产品的动态特征与信息。利用动态测试与分析技术,可以获得起重运输机械在各种工作状态下的载荷谱、应力谱和动力传递规律,从而判断和鉴定该机械的性能是否合乎设计要求,同时也为动态参数识别与修改,进行最优化设计和产品技术改造提供依据。

起重运输机械的另一个值得注意的发展动向,是引入机电一体化系统和故障诊断等新技术。机电一体化是利用电子计算机对动态检测信号进行处理、分析并发出指令,从而实现对机械工作的自动化操纵。故障诊断技术的重要组成部分之一,是通过设备运行状态的监测和分析,对故障作出诊断或预报。显然,这些新技术与现代化测试技术有着密切联系。

试验技术不仅在上述科研和设计领域里发挥着重要作用,而且还可以用于分析构件失效与破坏的原因,提高设备的安全储备和承载能力,调节和控制生产过程,检测产品性能与质量和实行设备的科学维护管理等许多生产技术问题。

起重运输机械的技术进步,对试验技术不断提出新的要求,从而推动了试验技术的发展;而试验技术的发展,又反过来推动着起重运输机械的技术进步。近年来,基础物理和化学、新材料、微电子学和计算机技术等方面的研究成果,不断应用于测量方法和试验设备仪器中,使试验技术达到相当高的水平。不断学习和研究新的试验技术,将其应用到起重运输机械领域里,解决科学研究和生产实践中出现的新问题,不断提高产品设计、制造与技术管理水平,将是今后一个时期专业技术人员所面临的重要课题。

本书内容包括测试理论、电测量技术和专业应用三个部分。第一篇为试验技术基础理论部分,介绍信号分析基础、线性系统分析、误差分析理论等基础理论。第二篇为电测量技术部分。用于机械工程的测量方法很多,考虑到电测量技术应用广泛,使用方便、测量灵敏度和精度高,尤其适合各种动态测量与分析,所以本书主要介绍电测量技术的有关内容,其中包括:常用传感器的变换原理,信号的传输与放大,信号的记录和信号处理与分析技术。第三篇为起重运输机械典型参数测量。这一篇结合专业的特点和需要,重点介绍了起重运输机械的应力

应变、振动与噪声以及故障诊断与状态监测中的检测方法和检测技术。上述基础理论、测量与分析技术及其应用形成一个比较完整的试验技术体系,掌握其基本理论、方法和实验技能对工程技术人员和科学工作者是十分必要的。

试验技术是实践性很强的一门学科,同时还涉及数学、物理、力学、电工等基础知识和专业知识。在学习过程中,要理论联系实际,注意物理概念,勤于动手,重视实践环节,才能真正掌握现代试验技术的理论与方法。

目 录

绪论	1
----	---

第一篇 试验技术基础理论

第一章 信号分析基础	1
第一节 信号的分类与描述	1
第二节 信号的时域分析	5
第三节 信号的频域分析	13
习题与思考题	23
第二章 线性系统分析	25
第一节 线性系统分析基础	25
第二节 测量系统的传输特性	27
第三节 系统的噪声干扰与抑制	31
习题与思考题	36
第三章 误差分析理论	37
第一节 误差及其分类	37
第二节 直接测量与间接测量的误差分析	40
第三节 系统误差与疏失误差的判别准则及消除方法	45

第二篇 电测量技术

第四章 常用传感器的变换原理	50
第一节 传感器的分类及其特性	50
第二节 电阻式传感器的变换原理	52
第三节 电感式和电容式传感器的变换原理	57
第四节 压电式传感器的变换原理	62
第五节 光电式传感器的变换原理	64
习题与思考题	66
第五章 信号的传输、变换及记录	67
第一节 电桥电路	67
第二节 放大器与滤波器	74
第三节 应变仪	84
第四节 信号的记录	92
习题	98

第六章 数字信号处理	98
第一节 模拟信号的离散化	99
第二节 离散傅里叶变换	110
第三节 快速傅里叶变换	113
第四节 其它频谱分析技术简介	120
第五节 数字信号处理系统	122
习题	126

第三篇 起重运输机械典型参数测量

第七章 应力应变测量	127
第一节 概述	127
第二节 贴片方位与应力应变换算	128
第三节 常用结构型材的测点布置	131
第四节 起重机金属结构应力测量	138
习题与思考题	142
第八章 振动测量	142
第一节 概述	142
第二节 测振传感器与激振器	146
第三节 振动测量技术与应用	155
习题与思考题	164
第九章 噪声测量	164
第一节 噪声测量的基本度量	164
第二节 噪声测量仪器	167
第三节 噪声测量方法	169
第十章 机械故障诊断与状态监测的检测技术	172
第一节 故障诊断与状态监测的检测方法	172
第二节 典型机械零件故障诊断的检测技术	174
第三节 金属结构件疲劳失效的检测分析技术	182
参考文献	189

第一篇 试验技术基础理论

第一章 信号分析基础

在生产实践和科学实验中,有大量的物理现象和参数需要观测和研究。有的是通过直接观测而获得的数据序列,而多数情况下是借助测量装置或仪器,把变化的物理量变换成容易测量、记录和分析的电信号。一方面由于这些信号中包含着反映被测物理系统状态或特性的某些有用信息,可作为研究认识客观事物的内在规律、预测事物未来发展的依据,另一方面,在实际测试过程中,因各种干扰使信号中混有噪声,又会妨碍人们对事物的正确观测与认识。因此,必须对获得的信号进行科学的处理与分析,才能去伪存真、由表及里地从中提取反映事物客观规律的有用信息。

第一节 信号的分类与描述

工程信号中最常见的形式是以时间为独立变量的某一函数或图形。为了深入了解信号的物理实质,将其分类研究是非常必要的。下面介绍几种常见的信号分类方法。

一、确定性信号与非确定性信号

1. 确定性信号

确定性信号是指可以用明确的数学关系式描述的信号。它可以进一步分为周期信号、非周期信号与准周期信号。

周期信号是经过一定时间可以重复出现的信号,满足条件:

$$x(t) = x(t + nT) \quad (1-1)$$

式中: T ——周期, $T = 2\pi/\omega_0$;

ω_0 ——基频;

$n = 0, \pm 1, \pm 2 \dots$ 。

例如:机械系统中回转体不平衡引起的振动,其振动参数的信号往往是周期信号。

非周期信号往往具有瞬变性,例如锤子的敲击力,承载钢丝绳断裂时的应力变化,热电偶插入加热炉中温度的变化过程等。如图 1-1 所示,这些信号都属于瞬变非周期信号,并且可以用数学关系式描述。

准周期信号是周期与非周期的边缘情况,是由有限个周期信号合成的,但各周期信号的频率相互间不是公倍关系,其合成信号不满足周期条件,例如:

$$x(t) = \sin t + \sin \sqrt{2}t$$

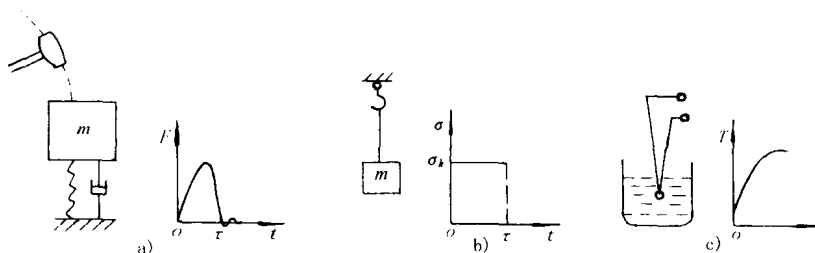


图 1-1 瞬变非周期信号

a) 锤子敲击力 $F = \sin \omega t$ ($0 < t < \tau$); b) 承载钢丝绳断裂时的应力 $\sigma = \sigma_k$ ($0 < t < \tau$); c) 热电偶插入炉中时的温度变化 $T = T_s - (T_s - T_0)e^{-t/\tau}$ ($0 < t < \infty$)

是两个正弦信号的合成,其频率比, $\omega_1/\omega_2 = 1/\sqrt{2}$, 不是有理数,不成谐波关系。这种信号多见于通信、振动系统,应用于机械转轴振动分析、齿轮噪声分析、语言分析等。

2. 非确定性信号

非确定性信号无法用明确的数学式描述,其幅值、相位变化是不可预知的,所描述的物理现象是一种随机过程,通常只能用概率统计的方法来描述它的某些特性。例如,港口起重机装卸作业中金属结构的应力变化,运输车辆在路面行驶时产生的振动,环境噪声等。

然而,须要指出的是,工程实际中的物理过程往往是很复杂的,既无理想的确定性,也无理想的非确定性,而是相互掺杂的。

二、能量信号与功率信号

1. 能量信号

在所分析的区间 $(-\infty, \infty)$, 能量为有限值的信号称为能量信号,满足条件:

$$\int_{-\infty}^{\infty} x^2(t) dt < \infty \quad (1-2)$$

关于信号的能量,可作如下解释:对于电信号,在已知区间 (t_1, t_2) 内其电压、电流消耗在电阻上的能量分别记为:

$$E = \int_{t_1}^{t_2} \frac{U^2(t)}{R} dt$$

和

$$E = \int_{t_1}^{t_2} Ri^2(t) dt$$

即能量都是正比于信号平方的积分。讨论消耗在单位电阻上的能量是很方便的,因为当 $R = 1\Omega$ 时,上述两式具有相同形式。采用这种规定时,就称方程

$$E = \int_{t_1}^{t_2} x^2(t) dt \quad (1-3)$$

为任意信号 $x(t)$ 的“能量”。通常定义,当区间 (t_1, t_2) 为 $(-\infty, \infty)$ 时,能量为有限的信号称为能量信号,或称为能量有限信号,例如,矩形脉冲 (t_1, t_2) 、减幅正弦波 $(0, \infty)$ 、衰减指数等信号。

2. 功率信号

有许多信号,如周期信号、随机信号等,它们在区间 $(-\infty, \infty)$ 内能量不是有限值。在这种情况下,研究信号的平均功率更为合适。在区间 (t_1, t_2) 内,信号的平均功率

$$P = \frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} x^2(t) dt \quad (1-4)$$

若区间变化为无穷大时,上式仍然大于零,那么信号具有有限的平均功率,称之为功率信号。功率信号满足条件:

$$0 < \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T x^2(t) dt < \infty \quad (1-5)$$

对比式(1-2)与式(1-5),显而易见,一个能量信号具有零平均功率,而一个功率信号具有无限大能量。

三、连续时间信号与离散时间信号

1. 连续时间信号

在所分析的时间间隔内,对于任意时间值,除若干个第一类间断点外,都可以给出确定的函数值,此类信号称为连续时间信号或模拟信号。

所谓第一类间断点,应满足条件:函数在间断点处左极限与右极限存在;左极限与右极限不等,即 $x(t_0^-) \neq x(t_0^+)$;间断点收敛于左极限与右极限函数值的中点。因而,正弦、直流、阶跃、锯齿波、矩形脉冲、截断信号等,都称为连续时间信号,如图 1-2 所示。

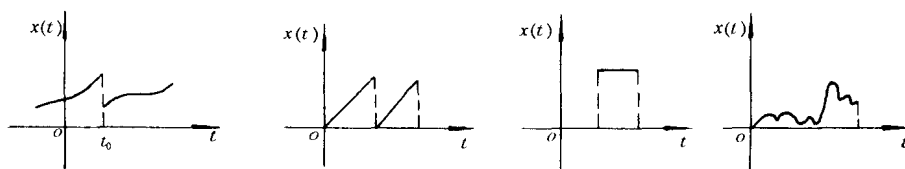


图 1-2 连续时间信号

2. 离散时间信号

离散时间信号又称时域离散信号或时间序列。它是在所分析的时间区间,在所规定的不连续的瞬时给出函数值。

离散时间信号又可分为两种情况:时间离散而幅值连续时,称为采样信号;时间离散而幅值量化时,称为数字信号。

离散时间信号可以从试验中直接得到,也可以从连续时间信号中经采样而得到。

典型离散时间信号有单位采样序列、单位阶跃序列、指数序列等。单位采样序列用 $\delta(n)$ 表示,定义为:

$$\delta(n) = \begin{cases} 0 & n \neq 0 \\ 1 & n = 0 \end{cases} \quad (1-6)$$

它在离散时间系统中的作用,类似于连续时间系统中的单位脉冲函数 $\delta(t)$ 。但两者有区别, $\delta(t)$ 可理解为在 $t = 0$ 点脉冲宽度趋于零,幅度为无限大的信号;而 $\delta(n)$ 在 $n = 0$ 点取有限值,等于 1。 $\delta(n)$ 及其单位延时 $\delta(n-1)$ 和 k 延时 $\delta(n-k)$ 分别如图 1-3 a)、b)、c) 所示。

单位阶跃序列 $u(n)$ 定义为:

$$u(n) = \begin{cases} 1 & n \geq 0 \\ 0 & n < 0 \end{cases} \quad (1-7)$$

单位阶跃序列为 $u(n)$ 、单位延时 $u(n-1)$ 及 k 延时 $u(n-k)$ 分别如图 1-4 所示。

单位阶跃序列与单位采样序列之间的关系为:

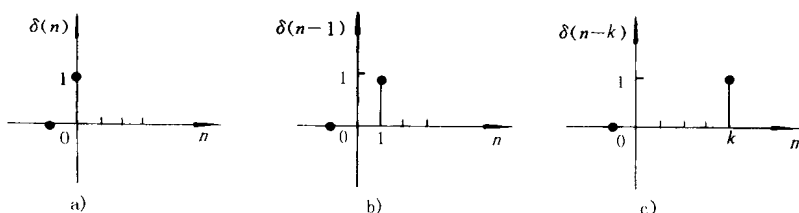


图 1-3 单位采样序列



图 1-4 单位阶跃序列

$$u(n) = \sum_{k=0}^{\infty} \delta(n-k) \quad (1-8)$$

或

$$\delta(n) = u(n) - u(n-1) \quad (1-9)$$

实指数序列是一个值为 a^n 的任意序列(图 1-5a)), 此处 a 为实数。

正弦序列具有 $x(n) = A\cos(\omega_0 n + \varphi)$ 的形式(图 1-5 b)), 其中 ω_0 与 φ 是常数。

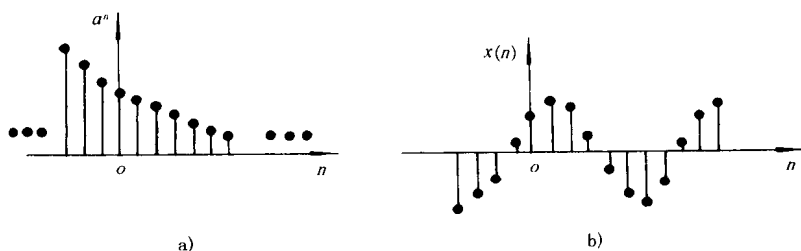


图 1-5 实指数序列与正弦序列

复指数序列的函数形式及其展开式为:

$$e^{(\sigma + j\omega_0)n} = e^{\sigma n} \cos(\omega_0 n) + je^{\sigma n} \sin(\omega_0 n) \quad (1-10)$$

如果对所有 n 都满足 $x(n) = x(n+N)$, 则定义 $x(n)$ 为周期序列, 其周期为 N , 是满足关系式的最小正整数。若 $2\pi/\omega_0$ 为一整数, 则 $\sigma = 0$ 的复指数序列和正弦序列是周期性序列, 其周期为 $2\pi/\omega_0$; 若 $2\pi/\omega_0$ 不为整数, 则正弦序列仍是周期性的, 但其周期大于 $2\pi/\omega_0$; 如果 $2\pi/\omega_0$ 不是有理数, 则正弦序列和复指数序列都不是周期性的。

例: 试求 $x(n) = \cos(3n\pi/7 - \pi/8)$ 的周期, 并给出此序列的图形。

解:

$$N = \frac{2\pi}{\omega_0} = \frac{2\pi}{3\pi/7} = \frac{14}{3} \approx 4.666$$

N 为有理数, 因而为周期序列。可化为整数的最小倍数为 3, 所以周期为 14, 该序列如图 1-6 所示。

任意序列都可以表示为延迟单位采样序列的幅值加权和,即

$$x(n) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} a_k \delta(n-k) \quad (1-11)$$

例如, $x(n) = a_{-3}\delta(n+3) + a_1\delta(n-1) + a_2\delta(n-2) + a_5\delta(n-5)$, 可用图 1-7 表示。

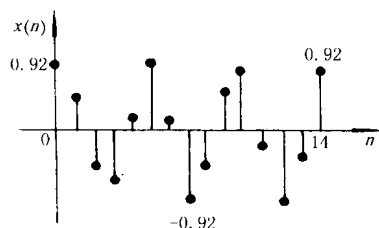


图 1-6 序列

$x(n) = \cos(3n\pi/7 - \pi/8)$ 的图形

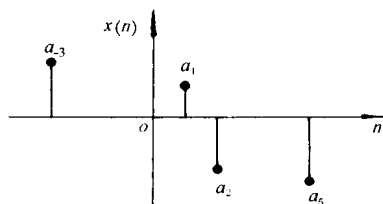


图 1-7 序列表示为各延迟单位采样的幅值加权和

对系统进行观测或记录的信号若是以时间作为独立变量的函数或图形,称之为信号的时域描述。时域描述直观地反映出信号幅值(波形)随时间变化规律,但不能明确揭示信号的频率结构。为此,有必要把时域信号经过数学处理变换成频域信号加以研究,即对信号作频域描述。可见,“域”是指研究信号时所站的角度。信号用时域描述时,其图形横坐标为时间 t ;而频域描述时,图形横坐标为频率 f 或角频率 ω_0 。例如,周期方波可以看成是由一系列不同频率的正弦波迭加而成。图 1-8a) 表示这一信号的时域描述和频域描述以及两者之间的联系,图 1-8 b) 表示取 1、3、5 次谐波的迭加波形。

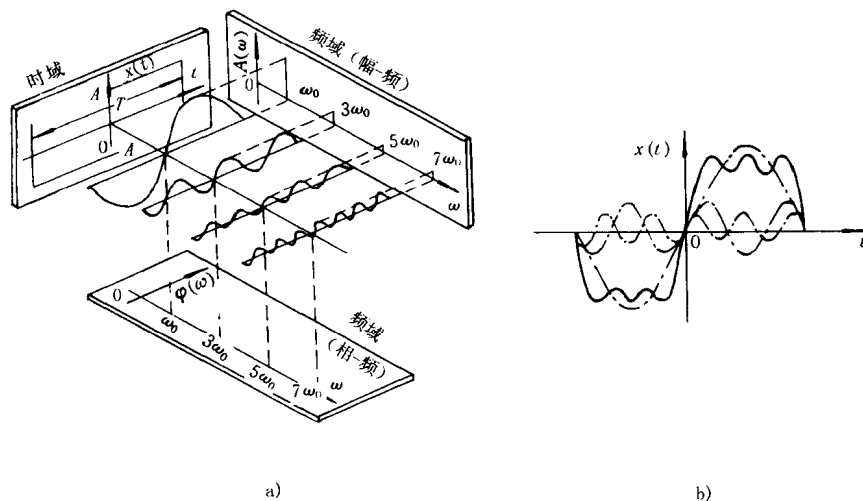


图 1-8 周期方波的描述

实际应用中,须根据试验研究的不同目的,确定对信号测定与分析的项目。有关信号的时域分析和频域分析方法将在第二、三节中予以介绍。

第二节 信号的时域分析

信号时域分析又称为时域波形分析,它主要包括时域统计分析和相关分析两大类,现分别

予以介绍。

一、信号的时域统计分析

对信号的时域统计分析,可以获得信号的均值、均方值、方差以及概率密度函数等。

1. 均值

均值 μ_x 表示集合平均或数学期望值 $E[x(t)]$, 也即信号的静态分量。基于随机过程各态历经性, μ_x 可用时间间隔 T 内的幅值平均值表示, 即

$$\mu_x = E[x(t)] = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T x(t) dt \quad (1-12)$$

式中: $x(t)$ ——某一样本函数;

T ——样本长度(s), $T \rightarrow \infty$ 为理想情况, 下同。

2. 均方值

均方值 ψ_x^2 也称平均功率, 表达信号的强度。其表达式为:

$$\psi_x^2 = E[x^2(t)] = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T x^2(t) dt \quad (1-13)$$

均方根值 ψ_x 是均方值 ψ_x^2 的正平方根, 又称有效值 x_{rms} , 也是信号的平均能量的一种表达。

3. 方差

方差 σ_x^2 描述信号的波动分量, 它定义为

$$\sigma_x^2 = E[(x(t) - E[x(t)])^2] = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T [x(t) - \mu_x]^2 dt \quad (1-14)$$

σ_x^2 的正平方根 σ_x 称均方差或标准差。

展开式(1-14), 可以求得方差、均值和均方值的关系:

$$\psi_x^2 = \sigma_x^2 + \mu_x^2 \quad (1-15)$$

4. 概率密度函数

随机信号的概率密度函数是表示幅值落在指定区间的概率。对图 1-9 所示信号, $x(t)$ 落在 $(x, x + \Delta x)$ 区间内的时间 $T_x = \sum_{i=1}^n \Delta t_i$, 则事件 $[x < x(t)$

$\leq x + \Delta x]$ 的概率记为:

$$P[x < x(t) \leq x + \Delta x] = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{T_x}{T} \quad (1-16)$$

并定义概率密度函数 $p(x)$ 为:

$$\begin{aligned} p(x) &= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{P[x < x(t) \leq x + \Delta x]}{\Delta x} \\ &= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{1}{\Delta x} \left[\lim_{T \rightarrow \infty} \frac{T_x}{T} \right] \end{aligned} \quad (1-17)$$

当用概率密度函数表示均值、均方值及方差时, 根据概率论关于矩函数的计算, 可有一阶原点矩

$$\mu_x = \int_{-\infty}^{\infty} x p(x) dx \quad (1-18)$$

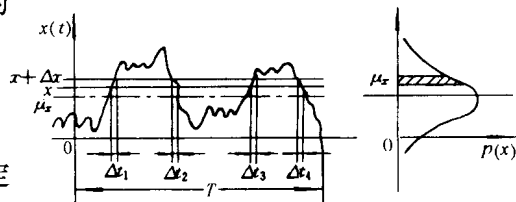


图 1-9 概率密度计算

二阶原点矩

$$\psi_x^2 = \int_{-\infty}^{\infty} x^2 p(x) dx \quad (1-19)$$

二阶中心矩

$$\sigma_x^2 = \int_{-\infty}^{\infty} (x - \mu_x)^2 p(x) dx \quad (1-20)$$

可以看出,均值 μ_x 是信号 $x(t)$ 在所有幅值 x 上的加权线性和;均方值 ψ_x^2 是在 x^2 值上的加权线性和;方差则是在 $(x - \mu_x)^2$ 值上的加权线性和。权函数是幅值 x 在微小区间 Δx 内出现的概率。

5. 概率分布函数

概率分布函数是信号幅值 $x(t)$ 小于或等于某值 x 的概率,其定义为:

$$F(x) = \int_{-\infty}^x p(x) dx \quad (1-21)$$

概率分布函数又称累积概率,表示落在某一区间的概率,也可写为:

$$F(x) = P(-\infty < x(t) \leq x)$$

例:已知正弦信号 $x = A \sin(\omega_0 t + \varphi)$,试求其概率密度函数 $p(x)$,概率分布函数 $F(x)$,均值 μ_x ,均方值 ψ_x^2 ,方差 σ_x^2 。

解:

$$x = A \sin(\omega_0 t + \varphi)$$

$$(\omega_0 t + \varphi) = \arcsin \frac{x}{A}$$

$$\frac{dt}{dx} = \frac{1}{\omega_0} \frac{1/A}{\sqrt{1 - (x/A)^2}} = \frac{1}{\omega_0 \sqrt{A^2 - x^2}}$$

现在研究一个周期 ($T = 2\pi/\omega_0$) 的情况,如图 1-10 所示,有

$$\begin{aligned} p(x) &= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{\Delta x} \left[\lim_{T \rightarrow \infty} \frac{\sum \Delta t}{T} \right] \\ &= \frac{1}{dx} \frac{2dt}{T} \\ &= \frac{1}{dx} \frac{2dx}{\omega_0 T \sqrt{A^2 - x^2}} \\ &= \frac{1}{\pi \sqrt{A^2 - x^2}} \end{aligned}$$

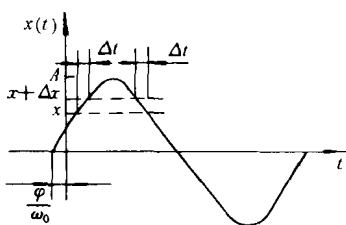


图 1-10 正弦信号及概率密度函数计算

$$F(x) = \int_{-\infty}^R p(x) dx = \int_{-A}^A \frac{1}{\pi \sqrt{A^2 - x^2}} dx = \frac{1}{\pi} \arcsin \frac{x}{A} \Big|_{-A}^A = 1$$

$$\mu_x = \int_{-\infty}^{\infty} x p(x) dx = \int_{-A}^A \frac{x}{\pi \sqrt{A^2 - x^2}} dx = \frac{1}{\pi} \sqrt{A^2 - x^2} \Big|_{-A}^A = 0$$

$$\begin{aligned} \psi_x^2 &= \int_{-\infty}^{\infty} x^2 p(x) dx = \frac{1}{\pi} \int_{-A}^A \frac{x^2}{\sqrt{A^2 - x^2}} dx \\ &= \frac{1}{\pi} \left(x \sqrt{A^2 - x^2} \Big|_{-A}^A + \frac{x}{2} \sqrt{A^2 - x^2} \Big|_{-A}^A + \frac{A^2}{2} \arcsin \frac{x}{A} \Big|_{-A}^A \right) \end{aligned}$$

$$= \frac{1}{\pi} \left(0 + 0 + \frac{A^2}{2} \left(\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{2} \right) \right) = \frac{A^2}{2}$$

$$\sigma_x^2 = \int_{-\infty}^{\infty} (x - \mu_x)^2 p(x) dx$$

因为 $\mu_x = 0$, 所以 $\sigma_x^2 = \phi_x^2$ 。典型信号的概率密度函数及概率分布函数如图 1-11 所示。

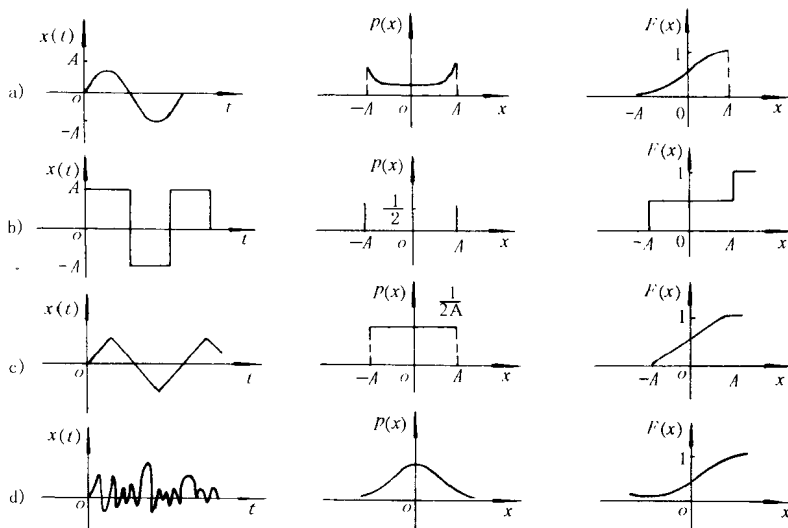


图 1-11 典型信号的概率密度函数与概率分布函数

a) 正弦波; b) 方波; c) 三角波; d) 白噪声

6. 直方图分析

直方图分析也是对时域波形进行统计分析的一种方法,在港口起重机金属结构的零件疲劳分析中应用较多。幅值直方图分析是以信号的幅值大小为横坐标,每个幅值间隔内出现的频次为纵坐标来表示的。这种分析方法是研究信号历程中某些量值的出现次数,如图 1-12 所示。图中, a) 为穿级计数, 设置若干预定电平, 每当信号以正或负斜率穿越这些值中的一个就计数一次; b) 为峰值计数, 对极大值与极小值分别计数; c) 为跨均值计数, 目的只在于对主峰值计数; d) 为变程计数, 所谓变程是指相续两峰值间变程, 由极大到极小给以正号, 反之为负; e) 为典型幅值直方图。直方图分析方法对信号波形分析直观、简便, 故已在近代一些专用信号

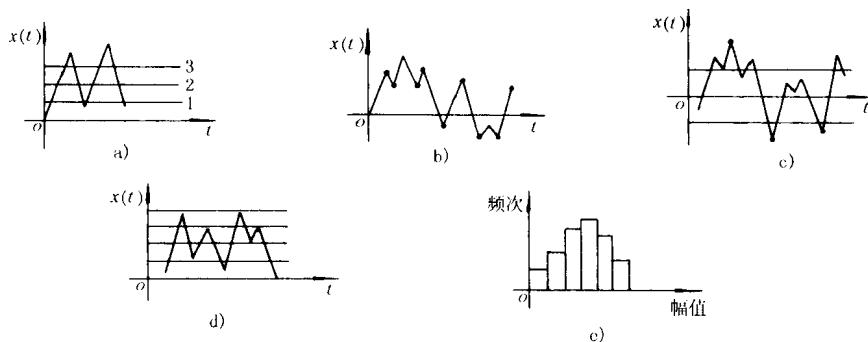


图 1-12 幅值直方图分析

a) 穿级计数; b) 峰值计数; c) 跨均值计数; d) 变程计数; e) 幅值直方图

处理机或测试仪器中采用。

二、信号的时域相关分析

1. 相关

相关是指客观事物变化量之间相互关联的程度。由概率统计学已知,两个随机变量 x 、 y 之间的相关性,可用相关系数来描述,即

$$\rho_{xy} = \frac{C_{xy}}{\sigma_x \sigma_y} = \frac{E[(x - \mu_x)(y - \mu_y)]}{\{E[(x - \mu_x)^2]E[(y - \mu_y)^2]\}^{1/2}} \quad (1-22)$$

式中, C_{xy} 是两个随机变量波动量之积的数学期望,称之为协方差或相关矩,表征了 x 、 y 之间的关联程度; σ_x 、 σ_y 分别为 x 、 y 的均方差,是随机变量波动量平方的数学期望; ρ_{xy} 是一个无量纲的系数,也称为随机变量 x 、 y 的归一化协方差。可以证明, $-1 \leq \rho_{xy} \leq 1$ 。当 $\rho_{xy} = \pm 1$ 时,说明 x 、 y 两变量是理想的线性相关; $\rho_{xy} = 0$ 时,表示 x 、 y 两变量完全无关;若 $0 < |\rho_{xy}| < 1$ 时,表示两变量之间有部分相关。图 1-13 表示变量 x 、 y 相关程度的不同情况。

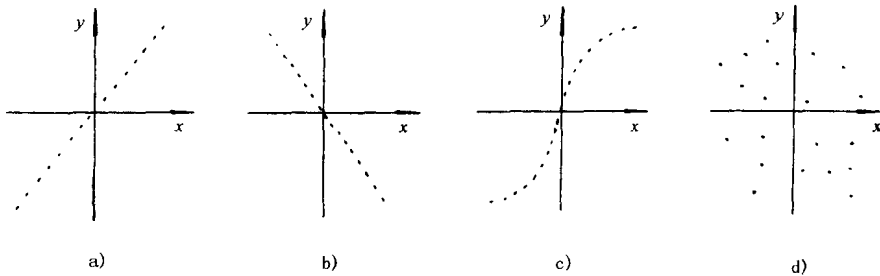


图 1-13 变量 x 、 y 之间的不同相关情况

a) $\rho_{xy} = 1$; b) $\rho_{xy} = -1$; c) $0 < \rho_{xy} < 1$; d) $\rho_{xy} = 0$

2. 自相关函数

自相关函数描述信号自身在某一时刻 t 与另一时刻 $t - \tau$ 瞬时值的依从关系。对于能量信号和功率信号的自相关函数分别定义为:

$$R_{xx}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t)x(t - \tau)dt \quad (1-23)$$

$$R_{xx}(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T x(t)x(t - \tau)dt \quad (1-24)$$

在上式中给定一个 τ 值,就可以求得对应的 $R_{xx}(\tau)$ 值;不断改变 τ 值,就得到 $R_{xx}(\tau)$ 随 τ 变化的曲线。为了表达简便, $R_{xx}(\tau)$ 也可写成 $R_x(\tau)$ 。

自相关函数 $R_{xx}(\tau)$ 具有如下主要性质:

- (1) $R_{xx}(\tau)$ 是 τ 的实偶函数,即满足 $R_{xx}(\tau) = R_{xx}(-\tau)$;
- (2) $R_{xx}(\tau)$ 在 $\tau = 0$ 处有最大值,且

$$R_{xx}(0) = \psi_x^2 = \mu_x^2 + \sigma_x^2 \quad (1-25)$$

$$(3) \lim_{|\tau| \rightarrow \infty} R_{xx}(\tau) = \mu_x^2 \quad (1-26)$$

由此,可推知随机信号的自相关函数一般具有如图 1-14 所示的形态。

例:求正弦随机信号 $x(t) = x_0 \sin(\omega t + \varphi)$ 的自相关函数,初相角 φ 是在 $(0, 2\pi)$ 上服从等概率分布的随机变量。