

高等院校土建类教材系列

计算结构力学 与程序设计

王新堂 编著

计算结构力学与程序设计



科学出版社

宁波大学出版基金资助

高等院校土建类教材系列

计算结构力学与程序设计

王新堂 编著

科学出版社

2001

内 容 简 介

本书为学习结构分析程序设计的指导书。本书共10章,包括:结构分析的基本概念、计算结构力学与程序设计、刚度矩阵法、线性代数方程组的求解方法、平面桁架计算理论与程序设计、空间桁架计算理论与程序设计、平面刚架计算理论与程序设计、平面板架分析与程序设计、空间刚架计算理论与程序设计、平面杆系结构分析专题与程序设计。全书条理清晰、便于自学。凡熟悉结构力学基本理论和某种计算机语言的读者,均可在本书的指导下用自己所熟悉的语言轻松地编写出杆系结构静力分析的常用程序,并为更复杂的程序设计奠定良好的基础。

本书可作为土木工程及工程力学专业本科生课程的专用教材,也可作为研究生、高校教师及广大工程技术人员学习程序设计的指导书。

图书在版编目(CIP)数据

计算结构力学与程序设计/王新堂编著. -北京:科学出版社,2001
(高等院校土建类教材系列)
ISBN 7-03-008802-6
I. 计… II. 王… III. 计算机力学;结构力学-程序设计 IV. 0342
中国版本图书馆 CIP 数据核字(2000)第 69246 号

科学出版社 出版

北京东黄城根北街16号
邮政编码:100717

深泽印刷厂 印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2001年2月第一版 开本:787×1092 1/16
2001年2月第一次印刷 印张13½
印数:1—3 000 字数:307 000

定价:25.00元

(如有印装质量问题,我社负责调换〈北燕〉)

前 言

随着计算机技术的日益发展,计算机已在各个领域得到广泛的应用,而影响计算机技术发展的一个重要环节则是编程技术,也就是不同问题的程序设计。可以说,程序是计算机的灵魂,一台制造非常精良的计算机,不管其多么复杂,如果没有相应的系统软件作支持则毫无用处。对于广大工程技术人员来说,使用计算机的目的是利用计算机解决各种复杂的计算、设计等问题。而作为一个称职的工程技术人员,除了能够直接使用成熟的工程软件(如进行普通钢筋混凝土框架结构设计时所使用的PK,PM程序)解决实际问题外,还应掌握一定的编程技术,也就是能够自己动手编写一些所需要的应用程序。但编写程序是一项较为复杂的工作,它需要程序设计者具备一定的专业知识和程序设计的基本技能和经验,对土木工程师来说首先要熟悉和掌握杆系结构分析程序设计的基本方法。基于这一社会需求和目前我国高等院校对培养土木工程专业本科生的基本要求,本书将传统的杆系结构静力分析原理与程序设计相结合,在介绍各种常见杆系结构计算机分析方法的同时,重点介绍了这种结构的程序设计要点。根据所述内容,读者可选取任何所熟悉的计算机语言编写出相应的结构分析程序。同时,考虑到FORTRAN语言应用的广泛性,书中全部按该语言给出了程序示例。在整个编著过程中,作者力求所述内容通俗易懂,并使读者能够借助于本书轻松地掌握杆系结构静力分析程序设计的基本方法,从而为更复杂的程序设计奠定一个良好的基础,这也是作者的初衷和最大的愿望。

最后,向所有为本书的出版提供过帮助和支持的同志表示诚挚的谢意,尤其对提供科研基金资助的宁波大学表示衷心的感谢!

由于作者水平有限,经验不足,书中缺点和错误在所难免,恳请各位专家和读者批评指正。

王新堂

2000年7月

目 录

绪 论	1
第一章 结构分析的基本概念	3
§ 1.1 概论	3
§ 1.2 结构的稳定性	3
§ 1.3 结构计算模型的确定	4
§ 1.4 结构的平衡条件	8
§ 1.5 结构的变形	10
§ 1.6 超静定结构与多余约束	11
§ 1.7 叠加原理	13
§ 1.8 能量原理	14
§ 1.9 习题	16
第二章 计算结构力学与程序设计	17
§ 2.1 计算结构力学概论	17
§ 2.2 程序设计语言概述	18
§ 2.3 程序设计的一般步骤	18
§ 2.4 程序设计质量的检验标准	20
第三章 刚度矩阵法	22
§ 3.1 基本概念	22
§ 3.2 刚度矩阵法基本方程的建立	25
§ 3.3 刚度系数的物理意义	28
§ 3.4 结构刚度矩阵的性质	31
§ 3.5 坐标系及结点位移和结点力的坐标转换	34
§ 3.6 刚度矩阵法进行结构分析的基本步骤	37
§ 3.7 习题	39
第四章 线性代数方程组的求解方法	40
§ 4.1 概论	40
§ 4.2 高斯消元法	41
§ 4.3 高斯-约当消去法简介	43
§ 4.4 逆矩阵法	45
§ 4.5 编程示例	48
§ 4.6 习题	49
第五章 平面桁架计算理论与程序设计	51
§ 5.1 概论	51

§ 5.2	局部坐标单元刚度矩阵及刚度方程	51
§ 5.3	结点力及结点位移的坐标转换	54
§ 5.4	整体坐标下的单元刚度矩阵	56
§ 5.5	结点的平衡条件与平衡方程	57
§ 5.6	整体刚度矩阵的集成	59
§ 5.7	边界条件的引入	61
§ 5.8	单元内力与支座反力计算	66
§ 5.9	程序设计要点	68
§ 5.10	编程示例	73
§ 5.11	习题	79
第六章	空间桁架计算理论与程序设计	80
§ 6.1	概论	80
§ 6.2	局部坐标单元刚度矩阵	80
§ 6.3	结点力及结点位移的坐标转换	81
§ 6.4	整体坐标单元刚度矩阵	83
§ 6.5	结构整体刚度矩阵	84
§ 6.6	单元内力与支座反力计算	87
§ 6.7	程序设计要点	88
§ 6.8	编程示例	92
§ 6.9	习题	98
第七章	平面刚架计算理论与程序设计	99
§ 7.1	概论	99
§ 7.2	局部坐标单元刚度矩阵	99
§ 7.3	结点力及结点位移的坐标转换	102
§ 7.4	整体坐标单元刚度矩阵	104
§ 7.5	结点的平衡条件	105
§ 7.6	整体刚度矩阵与等效结点荷载	107
§ 7.7	单元杆端内力与支座反力计算	112
§ 7.8	程序设计要点	113
§ 7.9	编程示例	120
§ 7.10	习题	123
第八章	平面板架分析与程序设计	130
§ 8.1	概论	130
§ 8.2	局部坐标单元刚度矩阵	130
§ 8.3	坐标转换	131
§ 8.4	整体坐标下的单元刚度矩阵	133
§ 8.5	单元固端力与结点荷载向量	134
§ 8.6	单元内力及支座反力计算	135

§ 8.7	程序设计要点	135
§ 8.8	编程示例	141
§ 8.9	习题	143
第九章	空间刚架计算理论与程序设计	145
§ 9.1	概论	145
§ 9.2	局部坐标单元刚度矩阵	146
§ 9.3	结点力及结点位移的坐标转换	147
§ 9.4	整体坐标单元刚度矩阵	153
§ 9.5	整体刚度矩阵与等效结点荷载	153
§ 9.6	单元杆端内力与支座反力计算	156
§ 9.7	程序设计要点	157
§ 9.8	编程示例	169
§ 9.9	习题	176
第十章	平面杆系结构分析专题与程序设计	177
§ 10.1	概论	177
§ 10.2	组合结构	177
§ 10.3	斜支承面问题	183
§ 10.4	几何误差问题	186
§ 10.5	温度内力问题	188
§ 10.6	弹性支承问题	189
§ 10.7	程序设计要点	192
§ 10.8	编程示例	202
§ 10.9	习题	204
参考文献	207

绪 论

土木工程结构可根据其用途分为许多种类,包括高层建筑、民用住宅、飞机场、工业厂房、公路、桥梁、港口、铁路、冷却塔、输电塔、电视塔、隧道、海洋平台、大坝、管线等。设计和建造这些结构是一项复杂而长期的工作,从初始设计到最终完工所花费的时间往往以年计算,有的可能长达数十年。

设计过程的第一阶段是初步设计。该阶段的任务是确定结构类型、结构布置及其选用的材料。完成这项任务需要综合考虑材料、工程造价、结构性能、施工方法及场地条件等因素。如果设计合理,结构将具有经济、安全、实用、耐久及美观的特点。然而,为了保证所提出的方案在结构上是可行的,在初步设计阶段还必须进行结构分析,但此时只对结构进行较为粗略的计算,设计者只需知道构件尺寸,基础沉降及挠度等参数的近似值。

一旦初步设计完成,则需要对结构进行详尽的分析以确保结构具有足够的强度和刚度。校核强度的目的是为了保证结构在承担预期最大荷载时不致倒塌,而刚度校核的目的是为了避免在正常使用条件下产生过大变形。此外,在这一阶段还需对结构的动力特性、稳定性、基础沉降及混凝土开裂等性能进行分析,从而最终确定构件尺寸(如截面几何特性)、配筋、结点方案及基础尺寸等。在进行详尽分析和结构设计时,往往要针对不同的结构类型和材料采用相应的规范,以便对设计的各个环节给予指导。

因此,结构分析是结构设计过程中必不可少的一个重要环节。严格地讲,结构分析是结构设计的理论基础和重要前提条件,它为结构设计提供必要的的数据,如位移和内力。结构设计则是通过各种条件(如强度条件、刚度条件、稳定条件等)验算结构分析所给出的内力和位移是否满足规范要求。

由此可见,结构分析所采用的计算模型必须符合实际结构的主要特征,如约束条件及所承担的荷载等。过去,在计算手段比较落后的情况下,结构分析主要依靠手算完成,但因仅限于简单的结构或需对结构过分简化,致使对许多复杂的实际问题难以解决。目前,随着计算机技术的迅速发展及广泛应用,计算机已在土木工程结构的分析中发挥着十分重要的作用。传统的计算手段和方法已逐步被快速、准确的计算机所代替,并出现了大量的计算机软件(计算机程序),如著名的 SAP2000 及 RISA-3D 等程序可用于各种结构的静、动力线性、非线性分析及钢结构的设计计算。结构力学是土木工程类专业应掌握的一门重要的专业基础课,它涉及了结构分析的基本理论,主要讲述杆系结构内力和位移的计算,是结构设计的重要基础,但经典结构力学并未与现代计算机技术相结合,远不能适应时代发展的需要。目前,对大多数实际结构的分析与设计均依靠各种计算机程序来实现,而对各种结构分析的程序设计也愈来愈成为热门,但无论是使用现成程序还是设计新程序,必须对结构分析程序设计的基本理论和方法有一定的认识和掌握,这一点对土木工程专业的学生和工程技术人员尤为重要。计算结构力学这门课程则可满足这一基本要求。

根据经典结构力学所研究的内容,本书讨论的对象仍然为杆系结构,但增加了工程中

普遍存在的井字梁体系。本书所讨论的杆系结构为图 0.1 所示的六种基本形式：

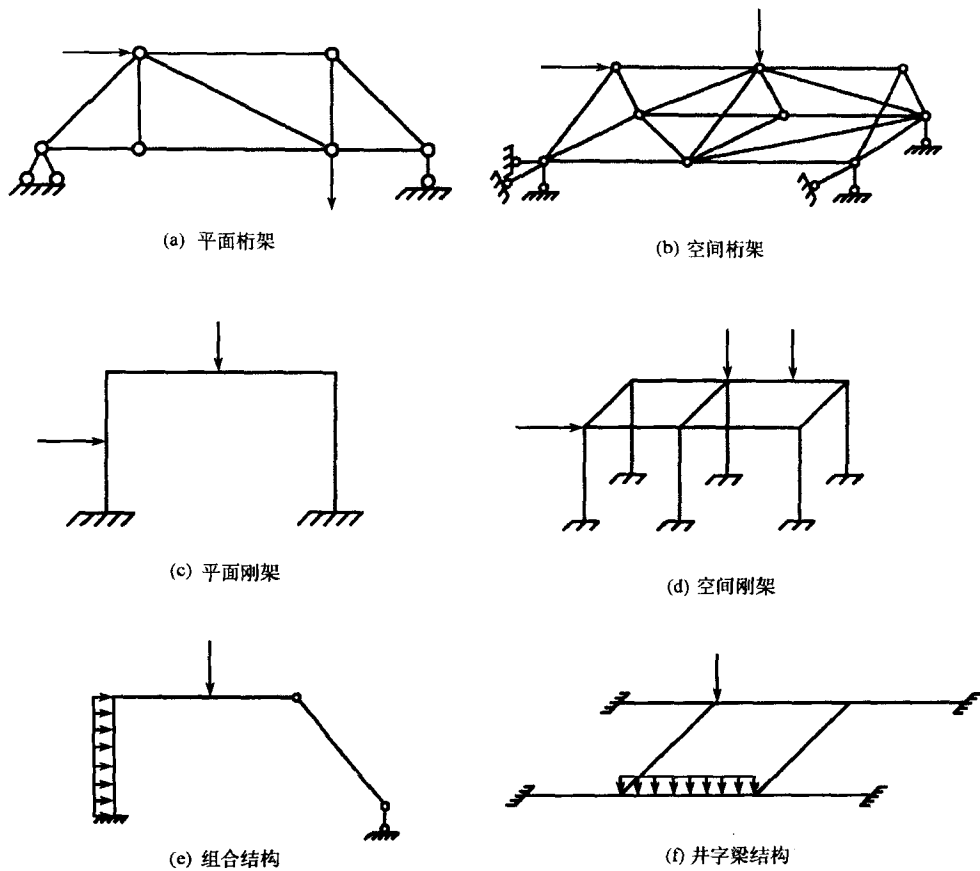


图 0.1

图中所示的桁架结构与刚架结构的本质区别在于结点的不同。前者为铰结点，不能传递弯矩；后者则为刚结点，可传递弯矩作用。实际上，这只是一种简化了的计算模型，实际结构的结点一般为半刚性连接，即既不是铰接也不完全是刚接。但是，由于考虑到结点的这种实际特征后计算模型将十分复杂，更无法应用，因此目前还只能进行这样的简化处理。另外可以看出，井字梁体系的结构形式与平面刚架并无本质区别，只是由于外力作用方向的不同才导致结构受力性质的变化。

根据土木工程专业教学大纲的基本要求，本书将以上述基本的结构体系为研究对象，立足于结构静力学所讲述的主要内容，将其与计算机程序设计相结合，并注意结构分析概念和程序设计思路与要点，使学生通过教师指导或自学即可掌握结构分析程序设计的基本方法，为进一步从事更复杂的程序设计及计算机应用奠定坚实的理论基础。

第一章 结构分析的基本概念

§ 1.1 概 论

从广义上讲,结构力学包含着极为广泛的内容,其研究对象不仅仅只限于经典结构力学所讲述的杆系结构,而是涉及板壳结构及其他各种复杂的结构形式。但是,由杆件组成的杆系结构是最基本且工程应用最为广泛的结构形式,所以这种结构成为重要的研究对象。因此,杆系结构的力学分析成为土木工程专业本科学习阶段结构力学所讲述的最重要内容。本章将讲述结构分析所涉及的基本概念和理论,为结构程序设计奠定基础。

§ 1.2 结构的稳定性

建筑物中承担荷载作用的骨架部分叫做结构。如果一个结构能够传递(或承受)任意形式的荷载,则称为稳定结构,此时它的任何组成部分既不会成为一个可变机构,整体也不会产生刚体位移。图 1.1 所示的就是一个机构。可以看出,这种结构只能承担图 1.1 (a)所示的特殊荷载而不能承担图 1.1(b)所示荷载。

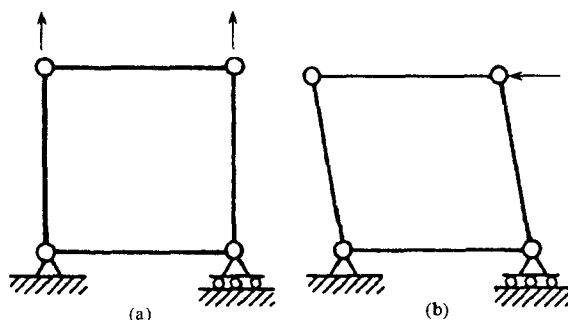


图 1.1 可变机构

图 1.2 给出了另一种机构,它是由约束不足引起的。可以看出,这种结构不仅不能承担任意荷载[只能承担图 1.2(a)的特殊荷载],而且还会产生整体刚体位移[图 1.2 (b)]。

由此可见使结构成为可变机构的原因来自结构本身组成不当与约束不足。土木工程师在设计中必须避免这种情况的发生。如果一个结构是机构(即不稳定结构),就不能可靠地承担荷载,在分析中将表现为位移无法确定或解答无意义。

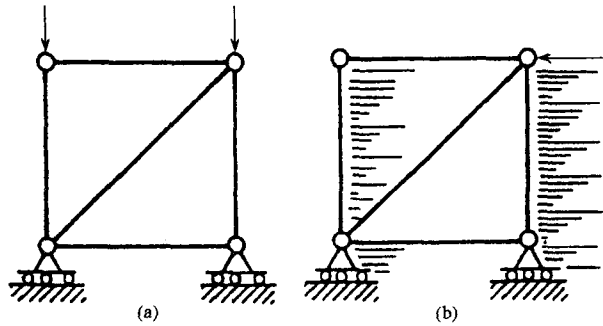


图 1.2 刚性位移体

§ 1.3 结构计算模型的确定

结构力学的研究对象是实际工程结构。但是,即使是一个非常简单的结构,其实际工作特性也是非常复杂的。以图 1.3 所示的结构为例,显然这是一个三维结构,组成结构的各部分如屋面、墙体等将与主体框架结构共同工作以抵抗外荷载的作用,同时上部结构将与下部基础产生更为复杂的作用。而且,作用于结构的实际荷载及组成结构的各部分材料性质的变化也极为复杂,往往难以精确预测。显然,对于这样一个实际结构,如果不进行适当的简化处理,就无法研究其受力特征。下面将从结构体系、组成结构的构件、材料性质、边界约束及荷载等五个主要方面说明对实际结构的简化过程及一般原则。

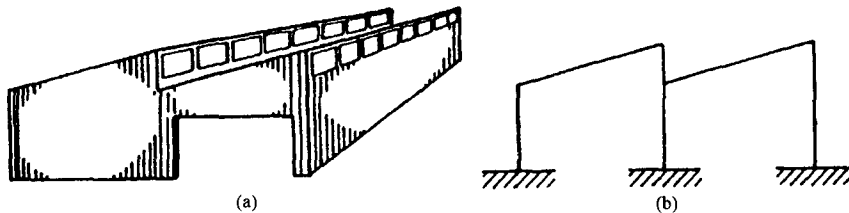


图 1.3 结构整体模型的简化示例

§ 1.3.1 结构体系及组成构件的简化

应该说进行结构分析的首要任务是结构体系的确定,换句话说应确定结构的具体形式。严格的讲,实际工程结构均为三维空间结构[如图 1.3(a)所示的厂房],但是为了便于分析或使分析成为可能,在许多情况下三维空间结构常被简化为平面结构形式,图 1.3(a)所示结构可简化为如图 1.3(b)所示的平面结构进行分析。结构工程师在设计结构时,也往往将实际结构按平面结构进行分析或从实际结构中取出某一平面结构单元进行设计。可以说这一过程对于结构分析结果是否能够真实反映实际结构的受力特性至关重要,另一方面,对于组成结构的各个部分或单元的简化则是影响分析结果的另一重要因素。一般地说,结构单元根据其几何特征可分为图 1.4 所示的三种基本形式:一维杆件元、二维板单元及三维实体元。实际上任何结构均由三维单元组成,然而如果在建立结构的分析模型

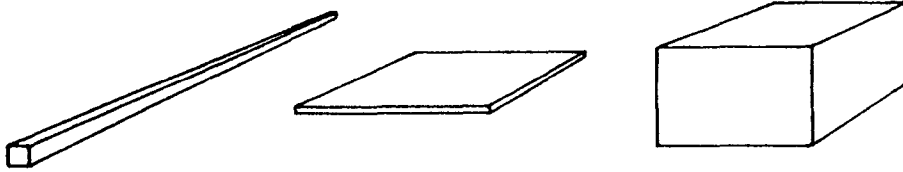


图 1.4 基本构件

时,将组成结构的各个构件完全按三维实体元考虑,计算工作不仅复杂甚至难以完成,而且从工程应用的角度讲并非有实际意义。因此,在解决实际问题时,总是将所研究的结构看成由一系列简化的基本单元组成。组成结构的单元既可以是某一种形式(如由单一板单元组成的壳体结构),也可以是二种以上的组合形式(如框架剪力墙结构)。传统结构力学所研究的则是由一维杆件元组成的杆系结构,这也是本书将要讨论的结构类型。实际上,线形杆件元除最常见的直线型外,还有各种曲线型(如拱型结构)。在对某一具体结构进行分析时,应以既要简化计算过程又能尽量反映实际结构特征为原则确定结构型式(包括结构体系及组成结构的构件);否则,分析结果将失去实际意义。这也是每一个工程技术人员首先应该牢记的,而且这一点在如下几个方面也是必须体现的。

§ 1.3.2 材料模型的简化

工程材料学是一门重要而又复杂的学科。无论土木工程、机械工程还是其他工程领域都与材料密切相关。对土木工程而言,所采用的材料通常为混凝土、钢材、木材、砖石及各种砌体材料等。利用这些材料将根据结构要求制成各种构件(如梁、柱、板)并最终形成所需要的结构。因此,组成结构的材料性质无疑将对结构的工作性能产生重要影响。这就需要对材料性质进行研究并得到适合于结构分析的材料模型。一般来说,我们将材料性质用材料在各种受力状态下由试验确定的应力-应变关系来描述。这一关系既可用图型表示也可用数学方程表达,而且习惯上将材料的这种关系称为本构关系,其相应的方程被称为本构方程或物理方程。对任何材料来说,由试验得到的本构关系是相当复杂的,如果将其不做任何处理或简化,将难以直接应用。因此,实际中常常需要将组成结构的材料本构关系进行一定程度的简化以方便计算及结构的设计。图 1.5 给出了钢材及混凝土材料的一种简化的应力应变曲线。一方面这一曲线表达了实际材料在受力过程中的物理性质,另一方面也宏观地描述了材料的种类。简单地说,一般工程材料具有弹性和弹塑性二个工作阶

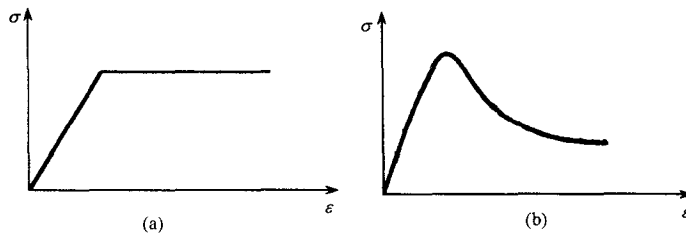


图 1.5 理想的应力应变曲线

段。弹性阶段所产生的变形可完全恢复,而后者所产生的变形不能完全恢复,而且有的材料在破坏之前可产生较大的塑性变形,且往往有明显的只产生纯塑性变形的水平段[如图 1.5(a)所示的钢材],这种材料称为延性材料。相反,另一种材料的塑性变形不十分明显而且产生塑性变形后材料很快就会破坏[如图 1.5(b)所示的混凝土材料],我们将这种材料称为脆性材料。

由于这些简化的应力-应变关系将用于结构分析,从而直接影响计算结果并对设计产生作用。因此,确定材料本构方程时,应尽可能使其反映材料的实际特征。应该说一般结构在运行过程中,其材料都不同程度地进入弹塑性工作状态,但目前在实际设计及计算时,除少数要求较高的结构外,对大多数结构常常只考虑弹性阶段,即图中的第一个线性段,且将具有这种线性变化特征的弹性材料称为线弹性材料。本书所述内容也仅限于弹性范围。

§ 1.3.3 边界约束条件的简化

在前面 § 1.2 节中,已经说明了为防止结构产生刚体位移必须给结构施加一定的约束。实际上,任何稳定结构除受到上述所述的基本约束外,常常还受到其他约束。这些约束实际上来源于其他相联系结构的作用(如基础部分对上部结构的作用),其中作用面上的点就是边界点,而这种作用对所研究的结构而言就是边界约束。具体地说,边界约束指的是对边界点某个方向位移的制约。对于空间结构,任一结点有六个方向的位移,即三个线位移和三个角位移或转角;平面结构的任一结点则具有两个线位移和一个转角。对边界点不同方向位移的制约将导致许多不同的边界约束条件,而且对整个结构的受力状态(位移及内力分布)将产生很大影响。因此,对结构边界条件的模拟或简化也应尽量符合实际约束特征,以保证计算模型的可靠性。根据实际情况及本书所研究的结构类型,边界点所受到的约束可表示为如下几种形式:

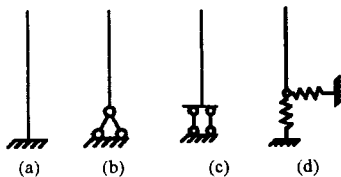


图 1.6 基本边界约束图例

图 1.6(a)表示约束点的所有线位移和角位移为零;图 1.6(b)表示所有线位移为零;图 1.6(c)表示仅对部分线位移有约束,而对某一个方向的位移无限制;图 1.6(d)为弹性约束,应该说这种约束是最符合实际情况的,其他几种均是这种条件的进一步简化,然而,一方面因弹性约束的刚度系数通常难以确定,另一方面,采用这种约束模型将大大增加计算工作的难度,不

便于实际应用。因此,在对实际工程结构进行设计时,还很少采用弹性约束模型,但作为结构工程师,明确这一点则非常必要。

§ 1.3.4 作用荷载的简化

对于所研究的结构来说,荷载就是其他结构或外部因素对该结构的作用。结构分析的主要目的是保证结构能安全经济地承担所有可能的荷载(或设计荷载)。根据荷载作用时间的长短,荷载可分为恒荷载和活荷载。恒荷载是一种永久性荷载,主要是由结构各部分的自重引起的,而结构构件包括承重构件(如框架的梁柱)和非承重构件(如围墙和隔墙)。

活荷载是非永久性荷载,其大小和作用位置均随时间发生一定的变化,由积雪、人群、家具、设备、车辆及风等引起的荷载均属于这类荷载。显然,荷载作为结构受到的一种外部作用(在结构分析时将其表示为各种外力),其作用大小和作用位置的确定直接影响结构的反应。结构工程师在进行结构设计时,一个重要的任务就是计算荷载。可以说,除重力荷载外,大多数荷载比较复杂。首先是荷载大小的确定,因为许多荷载具有一定的不确定性,如雪荷载和风荷载等。目前这类荷载均按荷载规范的规定取值。其次,就是荷载的分布形式。严格地说,任何外荷载都是作用于某个面或某个体积的分布力。但是,为了简化分析,常常根据结构模型将面分布荷载简化为线分布荷载甚至一个集中力。而分布荷载又可能分别简化为均布荷载和非均布荷载。

图 1.7 就是常见的几种简化了的荷载分布形式。图 1.7(a)为一种典型的非均匀线分布荷载形式,常来源于水压和风载;图 1.7(c)为均布线荷载(结构的自重、雪荷载等均可简化为这种形式),此处为隔墙对楼板的作用;图 1.7(b)为集中荷载,这是一种常见的荷

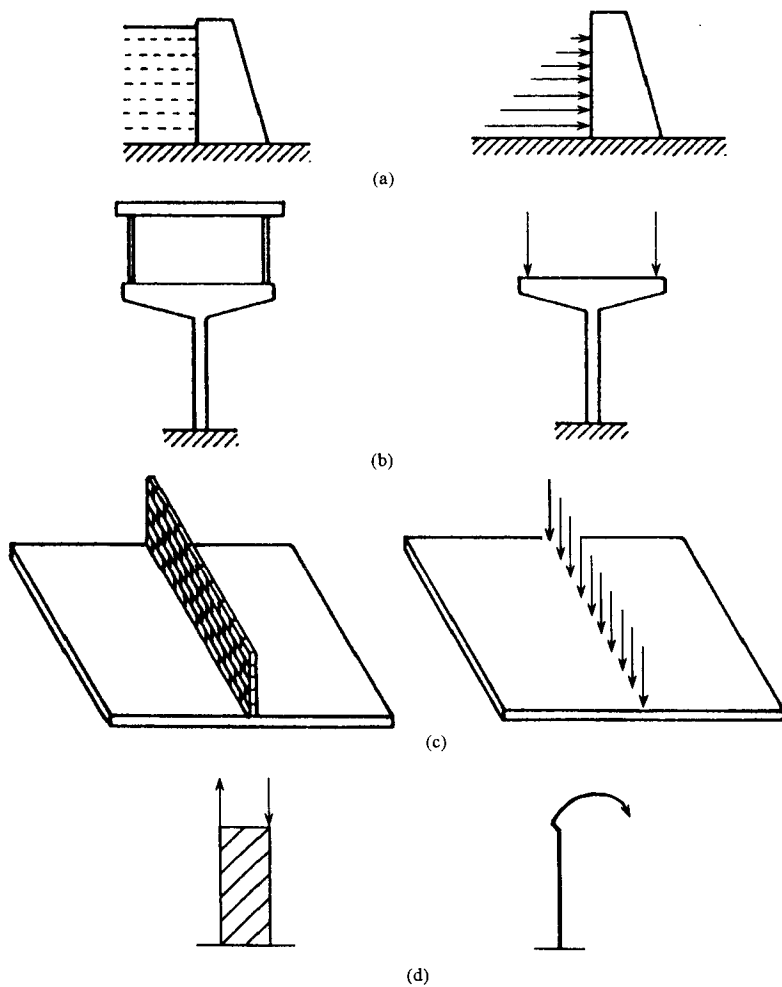


图 1.7 荷载简化的基本形式

载简化形式,从原则上讲,凡是作用面相对较小的荷载均可简化为集中力;而图 1.7(d)为一集中力偶,虽然这种简化形式较前面几种要少一些,但也是常见的一种形式。这种荷载的本质是一对大小相等、方向相反的集中力的作用。在实际结构中,局部偏心作用可简化为集中力和集中力偶。

实际上,对于三维空间结构,上述的线分布荷载有可能扩展为面分布荷载,而集中力可能成为线分布荷载。当然也不排除线荷载和集中力这两种形式,只是荷载更复杂、作用形式更多。但无论采取什么样的荷载简化形式,一般应遵守荷载作用等效的原则。

§ 1.4 结构的平衡条件

平衡是结构分析中最重要的概念。平衡分为静力平衡和动力平衡,静力平衡是动力平衡的一种特例。本书将重点讨论静力平衡问题。

当一个结构的所有组成部分在某一荷载系统作用下处于静止状态,就说这个结构达到静力平衡,此时结构组成部分的任一点均处于平衡状态。平衡的本质是作用于结构任一部分的所有外力满足必要的平衡条件。平面结构和三维空间结构的任一部分应满足的力的平衡条件可分别表示为:

(1) 二维平面结构平衡条件

$$\sum F_x = 0 \quad \sum F_y = 0 \quad \sum M_z = 0$$

(2) 三维空间结构平衡条件

$$\begin{aligned} \sum F_x = 0 & \quad \sum M_x = 0 \\ \sum F_y = 0 & \quad \sum M_y = 0 \\ \sum F_z = 0 & \quad \sum M_z = 0 \end{aligned}$$

以上所示的平衡条件虽然形式简单,但在建立这些方程时将涉及一些重要概念。下面将分别予以说明。

§ 1.4.1 内力与外力

平衡条件实际上反映的是一组力之间的某种特殊关系,而且这些力可分为内力和外力。外力由作用于结构的荷载和边界约束反力组成。作用荷载(以下简称为作用力)可看成主动力,而支座反力(即边界约束反力)则为响应这些主动力所产生的被动力。作用荷载的大小通常为已知的,反力的大小则是保证结构平衡所需要的力值。在工程师看来,作用荷载与支座反力是不同的,但对于结构而言,它们都只是外力。内力则是为响应外力作用在结构内部(一般指构件截面)产生的力。实质上,结构的作用就是通过构件中的内力将外部作用荷载传向支座。以平面简支梁为例,所受到的外力(包括支座反力)与任意截面产生的内力如图 1.8 所示。

图 1.8 所示的截面内力也代表了二维平面杆件截面内力的所有分量,即两个相互垂直的力和一个力偶矩,在土木工程中将其分别称为轴力、剪力和弯矩(此处的轴力为零)。

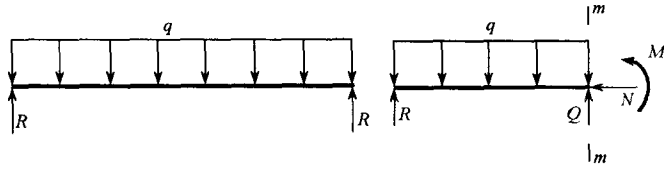


图 1.8 内、外力示意

而随着杆件受力性质的改变,内力分量也可能只有其中的一个或两个。对于三维双向受弯杆件,内力分量的数目将增至六个;如图 1.9 所示。

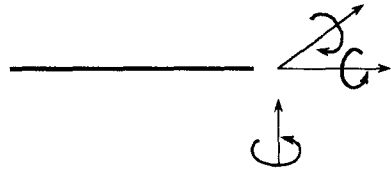


图 1.9 三维双向受弯杆件内力分量

上述截面的各个内力实际为截面应力的合成结果,即应力的合力。事实上内力并不存在,在结构中所产生的只有杆件截面应力(正应力和剪应力),内力只是截面应力的一种综合效应。它是将截面应力看成一组分布力,将其按力的合成法则合成后确定的一组力。相反,根据实际应力沿截面的分布规律也可由内力确定相应的应力。因此,结构力学所研究的主要目的之一就是杆件截面内力的确定。

§ 1.4.2 隔离体

如上所述,杆件截面内力计算是我们所研究的主要内容。那么,任一截面内力到底如何确定?上面已经讲到,当整体结构处于平衡状态时,组成结构的任一部分都将保持平衡。这就意味着从整体结构中假想分离出来的任一部分均将处于静止平衡状态。由于取出部分与原结构实际为一个整体,其联系就是二者之间的相互作用,而这种作用在本质上则表现为相互作用面上的应力。因此,从整体结构分离出的这部分子结构保持静止的条件实际就是作用在这部分结构上的所有外力与内力的平衡,这里的内力就是由假想分离面上的应力确定的合力。我们将这个分离体称为隔离体或自由体。

图 1.10 为隔离体的简单示例,由于该杆件仅受到轴向荷载作用,其隔离体截面上有一个轴力作用。因此静力平衡方程也只有一个,即 $\sum F_x = 0$,其他两个平衡条件自动满足。

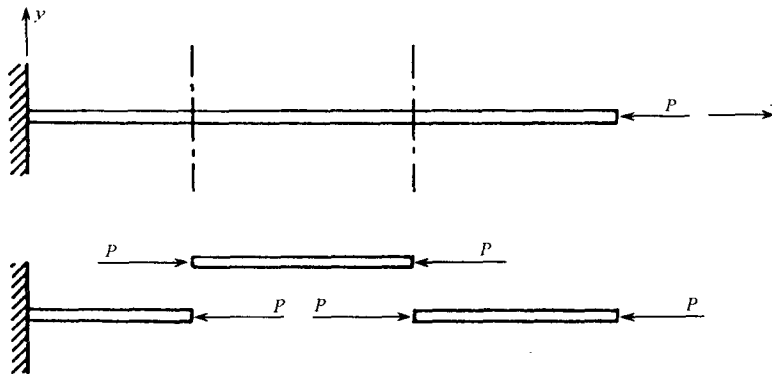


图 1.10 隔离体示例

一般情况下根据平面与空间之分,隔离体截面的全部内力分量可分别达到三个或六个(如图 1.8、图 1.9 所示),而且隔离体上还可能各种外力作用。此外应当明确,从结构中取出隔离体的最终目的是为了由平衡条件确定所需要的截面内力。所以,隔离体的分离是有针对性的而且可以是结构中的任一部分,包括结点、单个构件或部分结构。利用计算机求解时,以结点位移为未知量的矩阵位移法或刚度矩阵法所建立的求解方程实际上就是以各结点为隔离体得到的结点平衡条件,只是这些方程中的未知量并不是各杆件内力。各杆件内力最终需由联立求解平衡方程后得到的位移确定。

§ 1.5 结构的变形

我们知道,结构之所以能承担外荷载的作用,其本质原因就是在外力作用下结构内部单元中将产生相应的应力。应力的合力与外力平衡,从而维持结构的稳定。与应力相伴随的是应变,没有应变就不会有应力,而应变的宏观表现就是结构的变形。可见变形是结构的一个重要特性,研究这一特性时又需弄清下述两个概念。

§ 1.5.1 变形协调性

协调性是结构变形相关的,它指的是结构各点位移之间应满足的一种条件或应遵守的一种规则。如果结构的变形是协调的,那么当结构的某个结点有一个位移时,交汇于此结点的各单元端点也将产生相同的位移。这就是说,结构单元的任一部分在变形过程中将保持位移的连续性。对一个刚性结点而言,相交于该结点的各杆端不仅产生与结点同样的线位移,而且各杆件的端部还将产生相同的转角。我们所研究的一般弹性体均满足变形协调性,否则也就无法求解。

§ 1.5.2 小位移假定

严格地讲,所有结构的平衡方程都应在变形后的位置建立,然而,对大多数土木工程结构来说,因荷载作用引起的结构变形与结构几何尺寸相比非常小。因此,在建立结构平衡条件时通常不必考虑结构几何尺寸的变化,以简化分析过程。这一小位移假定是结构线性分析的基础。图 1.11 为一简单的平面桁架体系,按小位移假定,由结点 B 处作用的竖向荷载引起的 AB 和 BC 杆件内力分别为 50kN 和 30kN 。但是,如果将 AB 杆用一个非常柔性的杆件代替,则产生图 1.11(b) 所示的较大变形,小位移假定就不再成立。此时,在变形后位置建立 B 结点的平衡方程为:

$$\begin{aligned} \sum F_y &= 0 \\ (F_{AB} \times 4.5/5.408) - (F_{CB} \times 0.5/3.041) - 40 &= 0 \\ \sum F_x &= 0 \\ (F_{CB} \times 3.0/3.041) - (F_{AB} \times 3.0/5.408) &= 0 \end{aligned}$$

求解上述方程可得 $F_{AB}=54.08\text{kN}$, $F_{CB}=30.41\text{kN}$ 。显然,变形较大时的内力计算与变形后的几何位置有很大关系,我们将结构几何变形对内力值的影响称为二次效应。所幸的